

# CSI分析参考手册

适用于 SAP2000<sup>®</sup>、ETABS<sup>®</sup>和 SAFE<sup>™</sup>



**Computers and Structures, Inc.**  
**Berkeley, California, USA**



北京金土木软件技术有限公司  
北京市首体南路9号主语国际2号楼  
中国建筑标准设计研究院 100048

2009-06

# 版 权

计算机程序 SAP2000 及全部相关文档都是受专利法和版权法保护的产品。全球范围的所有权属于 Computers and Structures, Inc. (SAP2000 中文版版权同属于北京金土木软件技术有限公司)。如果没有 Computers and Structures, Inc. 和北京金土木软件技术有限公司的预先书面许可, 未经许可的程序使用或任何形式的文档复制一律禁止。

更多信息和此文档的副本可从以下获得:

北京金土木软件技术有限公司

北京市海淀区首体南路 9 号主语国际 2 号楼 中国建筑标准设计研究院 100048

电话: 86-10-8838 3866/3766/5466/6366

传真: 86-10-8838 1056

电子邮件: support@bjcks.com

网址: www.bjcks.com

Computers & Structures, Inc.

1995 University Avenue Berkeley, California 94704 USA

电话: (510) 649-2200

传真: (510) 649-2299

电子邮件: support@csiberkeley.com

网址: www.csiberkeley.com

北京金土木软件技术有限公司版权所有©, 2003–2009.

© Copyright Computers and Structures, Inc., 1978–2009.

The CSI Logo® is a registered trademarks of Computers and Structures, Inc.

SAP2000, ETABS and SAFE are registered trademark of Computers and Structures, Inc.

SAPfire and Model-Alive are trademark of Computers and Structures, Inc.

Windows is a registered trademark of Microsoft Corporation

# 免 责 声 明

SAP2000 的开发及文件编制投入了相当多的时间、努力及费用。程序已经经过彻底地测试及使用。然而，在程序使用方面，使用者接受并清楚知道开发者或经销商在程序的准确性或可靠度上没有做任何直接或暗示的担保。

本程序是实用且强大的结构设计工具。然而，使用者必须清晰地理解程序在如下环节的基本假定：建模、分析和设计算法，以及没有提及的方面。

程序生成的信息必须由有资质和有经验的工程师来校核。工程师必须独立地核查结果，承担所使用信息的专业责任。

# 致 谢

首先感谢许许多多的结构工程师，在过去的若干年中，他们提供了很有价值的反馈信息，这些反馈信息使该产品得到提升，达到了目前的水平。

要特别感谢加州大学 Berkeley 分校名誉教授，Edward L. Wilson 博士。他提出了最初的 SAP 系列程序的概念并进行了程序开发。他持续的创意产生了许多独一无二的概念，在该版本中已实现了这些概念。

# 目录

<b>第一章 绪论</b>	<b>1</b>
分析特性	1
结构分析与设计	2
关于本手册	2
主题	2
符号规定	2
定义用黑体	2
变量数据用英文单词缩写	3
数学符号用斜体（矢量和矩阵用黑体）	3
强调用斜体	3
原样数据使用大写	3
大写名称	3
参考文献	4
<b>第二章 对象和单元</b>	<b>5</b>
对象	5
对象和单元	5
组	6
<b>第三章 坐标系</b>	<b>7</b>
概述	7
整体坐标系	7
向上和水平方向	8
定义坐标系	8
向量叉积	8
用两个向量定义第三轴	8
局部坐标系	9
替代坐标系	10
柱坐标系和球面坐标系	10

<b>第四章 节点和自由度</b>	<b>13</b>
概述	13
建模考虑	14
局部坐标系	15
高级局部坐标系	15
参考向量	15
定义坐标轴参考向量	16
定义平面参考向量	16
用参考向量确定局部坐标轴	17
节点坐标角	17
自由度	18
有效和无效自由度	20
约束自由度	20
束缚自由度	21
活动自由度	21
空自由度	22
约束支座	22
弹簧支座	22
非线性支座	23
分布支座	25
节点反力	25
基底反力	26
质量	26
力荷载	28
地面位移荷载	28
约束位移	28
弹簧位移	29
广义位移	30
自由度输出	31
节点集成质量输出	31
分布支座	32

节点反力 .....	32
基底反力 .....	33
位移输出 .....	33
力输出 .....	33
单元节点力输出 .....	34
<b>第五章 束缚和拼接.....</b>	<b>35</b>
概述 .....	35
刚体束缚 .....	36
节点连接 .....	36
局部坐标系 .....	36
束缚方程 .....	36
平面定义 .....	37
隔板束缚 .....	37
节点连接 .....	37
局部坐标系 .....	38
束缚方程 .....	38
板束缚 .....	39
节点连接 .....	39
局部坐标系 .....	39
束缚方程 .....	39
轴定义 .....	40
杆束缚 .....	40
节点连接 .....	41
局部坐标系 .....	41
束缚方程 .....	41
梁束缚 .....	41
节点连接 .....	41
局部坐标系 .....	42
束缚方程 .....	42
相等束缚 .....	42

节点连接 .....	42
局部坐标系 .....	42
选择的自由度 .....	43
束缚方程 .....	43
局部束缚 .....	43
节点连接 .....	43
无局部坐标系 .....	44
自由度的选择 .....	44
束缚方程 .....	44
拼接 .....	46
自动控制节点 .....	47
刚度、质量和荷载 .....	47
局部坐标系 .....	48
束缚输出 .....	48
<b>第六章 材料属性 .....</b>	<b>49</b>
概述 .....	49
局部坐标系 .....	50
应力和应变 .....	50
各向同性材料 .....	51
单轴材料 .....	52
正交各向异性材料 .....	53
各向异性材料 .....	54
温度相关的属性 .....	54
单元材料温度 .....	55
质量密度 .....	55
重量密度 .....	56
材料阻尼 .....	56
模态阻尼 .....	56
粘滞比例阻尼 .....	56
滞后比例阻尼 .....	57
非线性材料行为 .....	57



拉和压 .....	57
剪切 .....	58
滞回 .....	58
应用 .....	59
摩擦和膨胀角 .....	60
时间相关的属性 .....	61
属性 .....	61
时间积分控制 .....	61
设计类型 .....	61
<b>第七章 框架单元.....</b>	<b>63</b>
概述 .....	63
节点连接 .....	64
节点偏移 .....	64
自由度 .....	65
局部坐标系 .....	65
纵轴 1 .....	65
默认方向 .....	66
坐标角 .....	66
高级局部坐标系 .....	66
参考向量 .....	67
确定横向 2 和 3 轴 .....	68
截面属性 .....	69
局部坐标系 .....	69
材料属性 .....	70
几何属性和截面刚度 .....	70
形状类型 .....	70
自动截面属性计算 .....	71
截面属性数据库文件 .....	71
截面设计器截面 .....	71
附加质量和重量 .....	73

变截面 .....	74
属性修正 .....	76
插入点 .....	77
端部偏移 .....	78
净长度 .....	78
端部刚性系数 .....	80
对变截面单元的影响 .....	80
对内力输出的影响 .....	80
对端部释放的影响 .....	80
端部释放 .....	80
不稳定端部释放 .....	81
端部偏移影响 .....	81
命名属性集 .....	82
非线性属性 .....	82
拉/压界限 .....	82
塑性铰 .....	82
质量 .....	83
自重荷载 .....	83
重力荷载 .....	83
跨间集中荷载 .....	84
跨间分布荷载 .....	84
加载长度 .....	84
荷载密度 .....	85
投影荷载 .....	85
温度荷载 .....	86
应变荷载 .....	86
变形荷载 .....	89
目标力荷载 .....	89
内力输出 .....	90
端部偏移影响 .....	90

**第八章 框架铰属性.....91**

    概述 ..... 91

    铰属性 ..... 91

        铰长度 .....92

        塑性变形曲线 .....92

        曲线的比例调整 .....93

        强度损失 .....93

        耦合的P-M2-M3 铰 .....94

        纤维P-M2-M3 铰 .....96

    自动的、自定义的、生成的属性 ..... 96

    自动铰属性 ..... 97

        受弯混凝土梁 .....97

        受弯混凝土柱 .....97

        受弯钢梁 .....97

        拉/压钢支撑 .....98

        纤维铰 .....98

        其它说明 .....98

    分析结果 ..... 98

**第九章 索单元.....101**

    概述 ..... 101

    节点连接 ..... 102

    未变形长度 ..... 102

    形状计算器 ..... 102

        索单元与框架单元对比 ..... 104

        节段数 ..... 104

    自由度 ..... 104

    局部坐标系 ..... 104

    截面属性 ..... 105

        材料属性 ..... 105

        几何属性和截面刚度 ..... 105

质量 .....	105
自重荷载 .....	106
重力荷载 .....	106
跨间分布荷载 .....	106
温度荷载 .....	107
目标力荷载 .....	107
应变和变形荷载 .....	107
非线性分析 .....	107
内力输出 .....	108
<b>第十章 壳单元.....</b>	<b>109</b>
概述 .....	109
节点连接 .....	110
单元形状评价 .....	112
边束缚 .....	113
自由度 .....	113
局部坐标系 .....	114
法向 3 轴 .....	114
默认方向 .....	114
单元坐标角 .....	114
高级局部坐标系 .....	115
参考向量 .....	115
确定切向轴 1 和 2 .....	116
截面属性 .....	117
面截面类型 .....	117
壳截面类型 .....	117
均质壳截面属性 .....	118
分层壳属性 .....	120
属性修正 .....	125
节点偏移与厚度覆盖项 .....	126
节点偏移 .....	126
厚度覆盖项 .....	127

质量 .....	127
自重荷载 .....	128
重力荷载 .....	128
均布荷载 .....	128
表面压力荷载 .....	129
温度荷载 .....	129
内力和应力输出 .....	130
<b>第十一章 平面单元.....</b>	<b>133</b>
概述 .....	133
节点连接 .....	134
自由度 .....	134
局部坐标系 .....	134
应力和应变 .....	134
截面属性 .....	135
截面类型 .....	135
材料属性 .....	135
材料角 .....	136
厚度 .....	136
非协调弯曲模式 .....	136
质量 .....	136
自重荷载 .....	137
重力荷载 .....	137
表面压力荷载 .....	137
孔隙压力荷载 .....	138
温度荷载 .....	138
应力输出 .....	138
<b>第十二章 轴对称实体单元.....</b>	<b>139</b>
概述 .....	139
节点连接 .....	140
自由度 .....	140

局部坐标系 .....	140
应力和应变 .....	140
截面属性 .....	141
截面类型 .....	141
材料属性 .....	141
材料角 .....	142
对称轴 .....	142
弧度和厚度 .....	143
非协调弯曲模式 .....	143
质量 .....	143
自重荷载 .....	144
重力荷载 .....	144
表面压力荷载 .....	144
孔隙压力荷载 .....	145
温度荷载 .....	145
旋转荷载 .....	145
应力输出 .....	146
<b>第十三章 实体单元.....</b>	<b>147</b>
概述 .....	147
节点连接 .....	148
自由度 .....	148
局部坐标系 .....	149
高级局部坐标系 .....	149
参考向量 .....	149
定义轴参考向量 .....	149
定义平面参考向量 .....	150
由参考向量确定局部坐标轴 .....	151
单元局部坐标角 .....	151
应力和应变 .....	152
实体属性 .....	152
材料属性 .....	152

材料角 .....	153
非协调弯曲模式 .....	154
质量 .....	154
自重荷载 .....	155
重力荷载 .....	155
表面压力荷载 .....	155
孔隙压力荷载 .....	156
温度荷载 .....	156
应力输出 .....	156
<b>第十四章 连接/支座单元——基础篇.....</b>	<b>157</b>
概述 .....	157
节点连接 .....	158
零长度单元 .....	158
自由度 .....	158
局部坐标系 .....	159
纵向 1 轴 .....	159
默认方向 .....	159
坐标角 .....	159
高级局部座坐标系 .....	160
轴参考向量 .....	161
平面参考向量 .....	161
确定横向 2 和 3 轴 .....	163
内部变形 .....	164
连接/支座属性 .....	165
局部坐标系 .....	165
内部非线性弹簧 .....	166
弹簧的力—变形关系 .....	167
单元内力 .....	168
非耦合线性的力—变形关系 .....	168
线性/非线性属性的类型 .....	169

耦合线性属性 .....	170
质量 .....	171
自重荷载 .....	171
重力荷载 .....	171
内力和变形输出 .....	172
<b>第十五章 连接/支座单元——高级篇.....</b>	<b>173</b>
概述 .....	173
非线性连接/支座属性 .....	173
线性有效刚度 .....	174
模态分析中的特殊考虑 .....	174
线性有效阻尼 .....	175
非线性粘滞阻尼属性 .....	175
缝属性 .....	177
钩属性 .....	177
多段线弹性连接属性 .....	177
Wen塑性属性.....	178
多段线性随动硬化（Kinematic）属性.....	179
多段线性Takeda塑性属性.....	181
多段线性枢纽点(Pivot)滞回塑性属性 .....	181
滞回（橡胶）隔振属性 .....	182
摩擦摆隔振属性 .....	184
轴力行为 .....	184
剪力行为 .....	184
线性行为 .....	187
双作用摩擦摆隔震器属性 .....	187
轴向行为 .....	187
抗剪行为 .....	188
线性行为 .....	188
非线性变形荷载 .....	188
基于频域的连接/支座属性 .....	190



**第十六章 钢束对象.....191**

    概述 ..... 191

    几何属性 ..... 192

    剖分 ..... 192

    钢束作为荷载或单元模型 ..... 192

    连接性 ..... 192

    自由度 ..... 193

    局部坐标系 ..... 193

        基于线的局部坐标系 ..... 193

        自然局部坐标系 ..... 194

    截面属性 ..... 194

        材料属性 ..... 194

        几何属性和截面刚度 ..... 194

    拉/压限值 ..... 195

        塑性铰 ..... 195

    质量 ..... 195

    预应力荷载 ..... 196

    自重荷载 ..... 196

    重力荷载 ..... 197

    温度荷载 ..... 197

    应变荷载 ..... 197

    变形荷载 ..... 197

    目标力荷载 ..... 198

    内力输出 ..... 198

**第十七章 荷载模式.....199**

    概述 ..... 199

    荷载模式、荷载工况、荷载组合 ..... 200

    定义荷载模式 ..... 200

    坐标系和荷载分量 ..... 200

        大位移分析的影响 ..... 201

力荷载 .....	201
约束位移荷载 .....	201
弹簧位移荷载 .....	202
自重荷载 .....	202
重力荷载 .....	202
跨间集中荷载 .....	203
跨间分布荷载 .....	203
预应力荷载 .....	203
均布荷载 .....	203
面压力荷载 .....	204
孔隙压力荷载 .....	204
温度荷载 .....	205
应变荷载 .....	205
变形荷载 .....	206
目标力荷载 .....	206
旋转荷载 .....	206
节点样式 .....	206
加速度荷载 .....	208
<b>第十八章 荷载工况.....</b>	<b>209</b>
概述 .....	209
荷载工况 .....	210
分析类型 .....	210
分析顺序 .....	211
例题 .....	211
运行荷载工况 .....	212
线性和非线性荷载工况 .....	212
结构属性 .....	212
初始状态 .....	213
结构响应和叠加 .....	213
线性静力分析 .....	213
多步静力分析 .....	214

线性屈曲分析 .....	214
函数 .....	215
荷载组合（组合） .....	215
起作用的工况 .....	216
组合的类型 .....	216
例子 .....	216
注意事项 .....	217
方程求解器 .....	218
得到集成后的刚度和质量矩阵 .....	218
<b>第十九章 模态分析.....</b>	<b>219</b>
概述 .....	219
特征向量分析 .....	219
模态数目 .....	220
频率范围 .....	220
自动偏移 .....	221
收敛容差 .....	222
静力修正模态 .....	222
Ritz向量分析.....	223
模态数 .....	224
初始荷载向量 .....	224
一代循环数 .....	225
模态分析输出 .....	226
周期和频率 .....	226
参与系数 .....	226
质量参与系数 .....	227
静力和动力荷载参与系数 .....	227
<b>第二十章 反应谱分析.....</b>	<b>231</b>
概述 .....	231
局部坐标系 .....	232
反应谱曲线 .....	232

阻尼 .....	233
模态阻尼 .....	233
模态组合 .....	234
周期和刚体响应 .....	234
CQC方法 .....	235
GMC方法 .....	235
SRSS方法 .....	236
绝对值之和的方法 .....	236
NRC百分之十方法 .....	236
NRC双倍和方法 .....	236
方向组合 .....	236
平方和平方根SRSS方法 .....	236
绝对值求和Absolute Sum方法 .....	237
反应谱分析输出 .....	237
阻尼和加速度 .....	237
模态放大 .....	238
底部反力 .....	238
<b>第二十一章 线性时程分析 .....</b>	<b>239</b>
概述 .....	239
荷载 .....	240
定义空间荷载向量 .....	240
定义时间函数 .....	241
初始条件 .....	242
时间步 .....	243
模态时程分析 .....	243
模态阻尼 .....	244
直接积分时程分析 .....	245
时间积分参数 .....	245
阻尼 .....	245
<b>第二十二章 几何非线性 .....</b>	<b>247</b>
概述 .....	247

非线性荷载工况 .....	248
P-Δ效应 .....	249
框架单元的P-Δ力 .....	251
连接/支座单元的P-Δ力 .....	253
其他单元 .....	253
初始P-Δ分析 .....	253
房屋结构 .....	254
索结构 .....	255
索塔 .....	255
大位移 .....	256
应用 .....	256
初始大位移分析 .....	256
<b>第二十三章 非线性静力分析.....</b>	<b>257</b>
概述 .....	257
非线性 .....	258
重要考虑因素 .....	258
加载 .....	259
荷载施加控制 .....	259
荷载控制 .....	259
位移控制 .....	259
初始条件 .....	260
输出步 .....	261
保存多个步数 .....	261
非线性解控制 .....	262
最大总步数 .....	262
最大空（零）步数 .....	263
每步最大迭代数 .....	263
迭代收敛容差 .....	263
事件到事件的叠代控制 .....	263
铰卸载方法 .....	263

卸载整个结构 .....	264
应用局部重分配 .....	264
使用割线刚度重新开始 .....	265
静力Pushover分析 .....	265
阶段施工 .....	267
阶段 .....	267
修改截面属性 .....	268
输出步 .....	269
例题 .....	269
目标力迭代 .....	271
<b>第二十四章 非线性时程分析 .....</b>	<b>273</b>
概述 .....	273
非线性 .....	274
加载 .....	274
初始条件 .....	274
时间步 .....	275
非线性模态时程分析(FNA) .....	275
初始条件 .....	275
连接/支座有效刚度 .....	276
模态叠加 .....	276
模态阻尼 .....	277
迭代求解 .....	278
静态周期 .....	280
非线性直接积分时程分析 .....	280
时间积分参数 .....	281
非线性 .....	281
初始条件 .....	281
阻尼 .....	281
迭代求解 .....	282
<b>第二十五章 频域分析 .....</b>	<b>285</b>
概述 .....	285

简谐运动 ..... 285

频域 ..... 286

阻尼 ..... 286

    阻尼的来源 ..... 287

荷载 ..... 288

频率步 ..... 289

稳态分析 ..... 289

    例题 ..... 290

功率谱密度分析 ..... 291

    例题 ..... 291

**第二十六章 桥梁分析.....293**

    概述 ..... 293

    SAP2000 桥梁模块 ..... 294

    桥梁分析过程 ..... 295

    车道 ..... 295

        中心线和方向 ..... 296

        偏心 ..... 296

        宽度 ..... 296

        内部和外部边界 ..... 296

        离散化 ..... 296

    影响线和影响面 ..... 297

    汽车活载 ..... 297

        加载方向 ..... 297

        荷载分布 ..... 297

        轮轴荷载 ..... 298

        均布荷载 ..... 299

        最小边缘距离 ..... 299

        限制一辆车在车道长度范围内 ..... 299

        施加荷载到影响面 ..... 299

        长度效应 ..... 300

多步分析中的荷载施加 .....	300
一般车辆 .....	301
指定 .....	301
移动车辆 .....	302
车辆反应组成 .....	302
上部结构弯矩 .....	303
上部结构负弯矩 .....	303
内部支座的反力 .....	304
标准车辆 .....	304
车辆等级 .....	306
移动荷载荷载工况 .....	309
例 1——AASHTO HS 荷载 .....	310
例 2——AASHTO HL 荷载 .....	311
例 3——Caltrans 允许荷载 .....	312
例 4——受限制的 Caltrans 允许荷载 .....	313
移动荷载反应控制 .....	314
桥梁反应组 .....	314
相应值 .....	315
影响线容差 .....	315
准确和快速的响应计算 .....	315
过程分析 .....	316
加载 .....	316
静力分析 .....	317
时程分析 .....	317
包络和组合 .....	317
计算考虑因素 .....	318
<b>第二十七章 参考文献.....</b>	<b>319</b>



# 第一章 绪论

SAP2000、ETABS 和 SAFE 是 CSI 公司（Computers and Structures, Inc.）开发的结构分析与设计软件包。每个软件都是针对某种特定类型的结构而开发的，是完全集成化的建模、分析、设计与优化系统。

- SAP2000 针对通用结构，包括桥梁、体育场馆、高塔、工业厂房、近海结构、管道系统、建筑结构、大坝、土壤、机械部分及其他
- ETABS 针对建筑结构
- SAFE 针对楼板和基础底板

这些软件包的核心是一个共同的分析引擎，在此手册中都被称为 SAPfire，这个引擎是众所周知的 SAP 系列结构分析程序的最新和最强大的版本。本手册的目的就是要描述 SAP2000 分析引擎的特性。

在本手册中，分析引擎将被称为 SAP2000，尽管它同样应用于 ETABS 和 SAFE 程序。不是所有介绍的特性在每个程序的不同版本中都可以使用（具体可参考每个软件的版本说明）。

## 分析特性

SAPfire 分析引擎提供了以下特性：

- 静力和动力分析
- 线性和非线性分析
- 动力地震分析和静力 Pushover 分析
- 桥梁车辆活荷载分析
- 几何非线性，包括 P- $\Delta$  和大变形效应
- 阶段（增量）施工
- 徐变、收缩和老化效应
- 屈曲分析
- 稳态和功能谱密度分析
- 框架和壳单元，包括梁-柱、桁架、膜、板特性
- 索和钢束
- 二维平面和轴对称实体单元
- 三维实体单元
- 非线性连接和支座单元
- 频率相关的连接和支座单元
- 多个坐标系
- 多种类型的束缚

- 多种加载选项
- 字母—数字标签
- 大容量
- 高效稳定的求解算法。

这些特点和其他很多特点，使得 CSI 程序代表了结构分析程序的发展水平。注意：不是所有这些特性在 SAP2000、ETABS 和 SAFE 的每个版本中都可以使用。

## 结构分析与设计

用 SAP2000、ETABS 和 SAFE 进行结构分析和设计所需要的一般步骤为：

1. 创建或修改模型，从数字上定义结构的几何、属性、荷载和分析参数。
2. 进行模型分析
3. 查看分析结果
4. 检查和优化结构设计

这个过程通常是一个反复迭代的过程，可能包含上述步骤的几个循环。所有的步骤可以用 SAP2000、ETABS 和 SAFE 的交互式用户界面无缝地执行。

## 关于本手册

本手册讲述了 SAP2000、ETABS 和 SAFE 结构分析与设计软件包的基础——SAPfire 分析引擎——在建模和分析功能的理论概念。交互式用户界面和设计特性在各个程序单独的手册中介绍。

在尝试使用这些分析功能前，阅读本手册并了解程序中使用的假设和过程是必要的。

本手册的通篇会称为 SAP2000 程序，尽管它同样应用于 ETABS 和 SAFE 中。并非所有描述的功能都在各个程序的所有版本中可以使用。

## 主题

本手册的每章分为主题和次主题。所有章节的开始部分都是覆盖到的主题列表。这些划分为两组：

- 基本主题——推荐所有用户阅读
- 高级主题——适用于有特殊需要的用户，以及对程序比较熟悉的用户。

接着主题列表的是一个章节总结的概述。阅读每章的概述能获得程序的全貌。

## 符号规定

本手册中使用下列字体规则。

## 定义用黑体

黑体（例如，**例题**）用来定义一个新术语或概念。例如：

**整体坐标系**是一个三维右手直角坐标系。

这句中定义了整体坐标系。

### 变量数据用英文单词缩写

大写（如，**example**）用来表示变量数据项，当定义一个结构模型和分析时必须为其指定数值。例如：

框架单元坐标角度 **ang** 用来定义和默认方向不同的单元方向。

如果和默认的数值零不同，就需要指定变量 **ang** 的值。

（注：英文手册中变量数据用黑体，中文手册按一般手册的规则改为正体）。

### 数学符号用斜体（矢量和矩阵用黑体）

标量数学变量使用斜体（如，*example*），矢量和矩阵用黑体（如，**example**）。如果一个公式中使用变量数据项，如上所述使用大写字母或斜体。例如：

$$0 < da < db \leq L$$

这里 **da** 和 **db** 是指定的变量，**L** 是程序计算的长度。

### 强调用斜体

强调一个重点，或书、手册、期刊的标题使用斜体（如，*例题*）。

### 原样数据使用大写

在键盘上输入表达与显示一样的数据时使用大写，除了确实想要输入小写。例如：

DIAPHRAGM

代表在键盘上输入“DIAPHRAGM”或“diaphragm”。

### 大写名称

对 SAP2000 有特别含义的模型和分析中的某些部分使用大写名称（如，**Example**）。一些例子：

框架单元（Frame element）

隔板束缚（Diaphragm Constraint）

框架截面（Frame Section）

荷载模式（Load Pattern）

常用名词，例如“节点”（joint）或“单元”（element）不是大写。

## 参考文献

本手册中文献标注的格式为：使用括号来给出作者姓名和出版日期。例如：

见 Wilson 和 Tetsuji（1983）。

这已经得到了证明（Wilson, Yuan, 和 Dickens, 1982）...

所有的参考文献在“第二十七章 参考文献”（319 页）中以字母顺序排列。

## 第二章 对象和单元

实际结构单元在结构模型中用对象表示。使用交互式用户界面，画出对象的几何形状，然后为对象指定属性和荷载，以完全定义实际构件。为了达到分析的目的，SAP2000 将每个对象转换为一个或多个单元。

### 基本主题

- 对象
- 对象和单元
- 组

### 对象

程序包含下列对象类型，以几何维数顺序列表如下：

- **点对象**，有以下两类
  - **节点对象**：在所有下面的其他类型对象的角点和端点由程序自动产生，他们可以明确地增加以表示支座或捕捉其他局部行为。
  - **接地（一个节点）支座对象**：用来模拟特殊支座行为如隔振器、阻尼器、缝、分段线性弹簧，以及其他。
- **线对象**，有四类
  - **框架对象**：用来模拟梁、柱、支撑、桁架。
  - **索对象**：用来模拟自重和张拉下的柔性索。
  - **钢束**：用来模拟其他对象中的预应力钢束。
  - **连接（两节点）连接对象**：用来模拟特殊单元行为如隔振器、阻尼器、缝隙、分段线性弹簧，以及其他。与框架、索、钢束对象不同的是，连接对象可以具有零长度。
- **面对象**：壳单元（板、膜、壳）用来模拟墙、楼板、其它薄壁单元；二维实体（平面应力、平面应变、轴对称实体）。
- **实体对象**：用来模拟三维实体

作为一般原则，对象的几何应该和实际单元相一致。这样可以简化模型的可视化并有助于设计过程。

### 对象和单元

如果有使用传统有限元程序的经验，包括 SAP2000、ETABS 和 SAFE 的早期版本，可能习惯于为分析目的将实际模型划分为小的有限元单元。基于对象的建模技术很大程度上消除了这样做的需要。

对于有限元建模不熟悉的用户，面向对象的概念显得非常自然。

运行分析时，SAP2000 自动将基于对象的模型转换为基于单元的模型来进行分析。基于单元的模型称为分析模型，它由传统的有限单元和节点构成。分析的结果自动传回到基于对象模型。

可以控制网格剖分方式，如细分的程度，如何处理相交对象的连接等等。也可以选择手工剖分模型网格，这时对象和单元是一一对应的关系。

本手册中，“单元”的使用比对象更常见，因为这里描述的是程序处理基于单元模型的有限元分析部分。同时要明确的是，这里描述的单元属性在界面中是指定给对象的，从对象到分析单元的转化是自动完成的。

## 组

**组**是用户定义的一组命名对象集合。对每个组，必须提供一个唯一的名字，然后选择构成组的对象。它可以包含任何类型的对象。每个对象可以是一个或多个组中的一部分。所有的对象总是内置组“ALL”的一部分。

组在交互式用户界面中有很多用途，包括选择、设计优化、定义截面切割、控制输出等等。本手册中，主要用组来定义阶段施工。

更多信息：

- 参见“第二十三章 非线性静力分析”主题“阶段施工”（第 267 页）。

## 第三章 坐标系

每个结构可以使用不同的坐标系描述点的位置、荷载、位移、内力和应力的方向。理解这些不同坐标系对恰当地定义模型和解释结果是很关键的。

### 基本主题

- 概述
- 整体坐标系
- 向上和水平方向
- 定义坐标系
- 局部坐标系

### 高级主题

- 替代坐标系
- 柱坐标和球坐标

### 概述

坐标系用来定位结构模型的不同部位和定义荷载、位移、内力和应力的方向。

模型中所有坐标系相对于一个整体坐标系来定义。模型的每部分（节点、单元、束缚）有自己的局部坐标系。而且，可以创建其它坐标系定义位置和方向。

所有坐标系是三维右手直角（笛卡尔）坐标系。相对于整体坐标系，向量矢积用来定义局部和其它坐标系。

SAP2000 总是假定 Z 轴垂直，+Z 向上。向上方向用来定义局部坐标系，尽管局部坐标系不一定有向上的方向。

一个坐标系中点的位置可以用直角坐标或柱坐标指定。同样的，一个坐标系的方向可以通过一个点上的直角坐标、柱坐标或球坐标的方向来指定。

### 整体坐标系

**整体坐标系**是三维右手直角坐标系。三个轴，标记为 X、Y、Z，相互垂直并满足右手准则。

整体坐标系中位置可以用变量  $x$ 、 $y$ 、 $z$  来指定。整体坐标系中向量可以用给定的两点位置，或者一对角度，或者指定一个坐标方向来定义。坐标方向用  $\pm X$ 、 $\pm Y$ 、 $\pm Z$  值来定义。例如，+X 定义了一个和正 X 轴方向一致的向量。正负号是需要的。

模型中所有坐标系最终（直接或间接地）相对于整体坐标系来定义。同样的，所有坐标点最终转换到全局 X-Y-Z 坐标系，无论他们是怎样定义的。

### 向上和水平方向

SAP2000 总是假设 Z 是垂直轴，+Z 向上。点、单元、地面加速度荷载的局部坐标系相对于这个向上的方向来定义。自重荷载总是向下作用，沿 -Z 方向。

X-Y 平面是水平的。主水平方向是 +X，水平面的角度从正 X 轴度量，当从 X-Y 平面向下看时，逆时针方向是正方向角度。

如果需要在不同的向上方向操作，可以定义另外一个坐标系。

### 定义坐标系

定义的每个坐标系必须有一个原点和三个满足右手准则相互垂直的轴。

指定整体坐标系中三个坐标来定义原点。

坐标轴定义为使用向量代数的向量。**向量叉积**操作的基本概念在理解坐标轴定义很有帮助。

### 向量叉积

向量可以用两个点来定义。它具有长度、方向、和空间的位置。为了定义坐标轴，只有方向是重要的。因此，任意两个平行的向量具有相同的意义（即，同样指向），可以认为是相同的向量。

任意两个相互不平行的向量  $\mathbf{V}_i$  和  $\mathbf{V}_j$  定义了一个与他们平行的平面。这个平面的位置在这里不重要，只有方向重要。 $\mathbf{V}_i$  和  $\mathbf{V}_j$  定义了一个与他们垂直的向量  $\mathbf{V}_k$ ，向量的叉积写成：

$$\mathbf{V}_k = \mathbf{V}_i \times \mathbf{V}_j$$

这里  $\mathbf{V}_k$  的长度不重要。 $\mathbf{V}_i$ - $\mathbf{V}_j$  平面  $\mathbf{V}_k$  指向的方向由右手法则确定。如果  $\mathbf{V}_i$  到  $\mathbf{V}_j$  是逆时针（夹角小于  $180^\circ$ ），向量  $\mathbf{V}_k$  指向你的。

因此，叉积的符号与操作数的顺序有关：

$$\mathbf{V}_i \times \mathbf{V}_j = -\mathbf{V}_j \times \mathbf{V}_i$$

### 用两个向量定义第三轴

一个右手坐标系 R-S-T 可以用三个相互垂直的向量  $\mathbf{V}_r$ 、 $\mathbf{V}_s$ 、 $\mathbf{V}_t$  表示，他们满足关系：

$$\mathbf{V}_t = \mathbf{V}_r \times \mathbf{V}_s$$



此坐标系可以用两个不平行向量来定义

- 一个轴参考向量， $\mathbf{V}_a$ ，与坐标轴  $\mathbf{R}$  平行
  - 一个平面参考向量  $\mathbf{V}_p$ ，与平面  $\mathbf{R-S}$  平行，并且指向  $\mathbf{R}$  坐标轴的正  $\mathbf{S}$  一侧
- 坐标轴定义为：

$$\mathbf{V}_r = \mathbf{V}_a$$

$$\mathbf{V}_t = \mathbf{V}_r \times \mathbf{V}_p$$

$$\mathbf{V}_s = \mathbf{V}_t \times \mathbf{V}_r$$

注意 $\mathbf{V}_p$ 可以是任何与 $\mathbf{R-S}$ 平面相平行的向量，不需要与 $\mathbf{S}$ 轴平行。如图 25 所示（第 9 页）。

## 局部坐标系

结构模型的每部分（节点、单元、束缚）都有自己的局部坐标系用来定义属性、荷载、响应。局部坐标系的轴用 1、2、3 表示。通常，局部坐标系从节点到节点、单元到单元、束缚到束缚都可以不同。

局部坐标系没有一个首选的向上方向。然而，相对整体或其他替代坐标系，向上的 +Z 方向用来定义默认的和单元的局部坐标系。

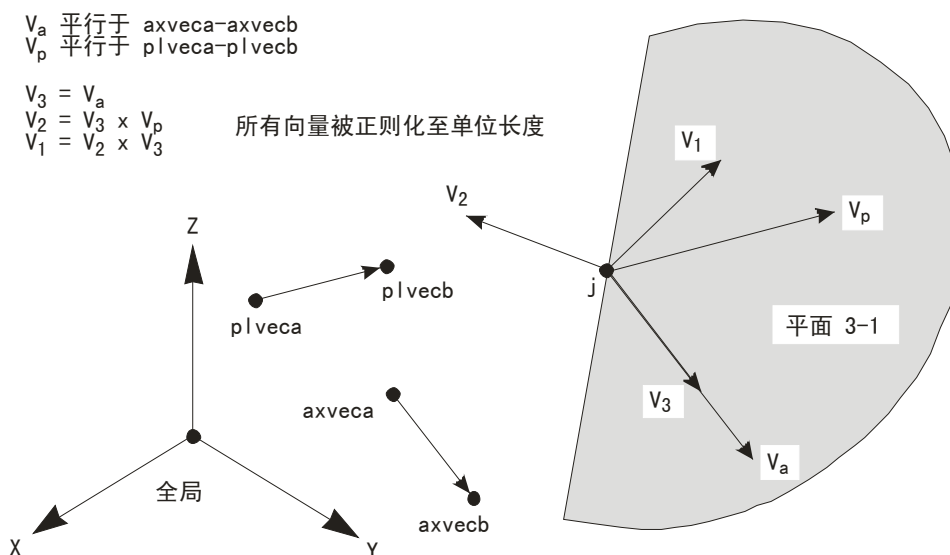


图 1 从参考向量  $\mathbf{V}_a$  和  $\mathbf{V}_p$  确定一个  $\mathbf{R-S-T}$  坐标系

节点局部坐标系 1-2-3 通常和整体坐标系  $\mathbf{X-Y-Z}$  一致。但通过指定两个参考向量和（或）三个旋转角可以定义一个节点任意方向的局部坐标系。

对框架、面（壳、板、轴对称）、连接/支座单元，单元的一个局部坐标轴是由单元几何形状所确定。可以指定一个参考向量和（或）一个旋转角度定义其余两个轴的方向。特例是一个节点或一个无长度的连接单元，这时需要指定局部坐标轴 1。

实体单元的局部坐标轴 1-2-3 通常与整体坐标系 X-Y-Z 相同。也可以指定两个参考向量或三个角度对一个实体局部坐标定义任意方向。

体束缚、隔板束缚、板束缚、梁束缚、杆束缚的局部坐标系通常由束缚的几何属性或质量分布自动确定。或者，可以指定一个局部坐标轴（体束缚除外），其余两个坐标轴自动确定。

相同束缚的局部坐标系可以任意指定，默认为整体坐标系。局部束缚没有局部坐标系。

更多信息：

- 参见“第四章 节点和自由度”主题“局部坐标系”（第 15 页）
- 参见“第七章 框架单元”主题“局部坐标系”（第 65 页）
- 参见“第十章 壳单元”主题“局部坐标系”（第 114 页）
- 参见“第十一章 平面单元”主题“局部坐标系”（第 134 页）
- 参见“第十二章 轴对称实体单元”主题“局部坐标系”（第 140 页）
- 参见“第十三章 实体单元”主题“局部坐标系”（第 149 页）
- 参见“第十四章 连接/支座单元——基础篇”主题“局部坐标系”（第 159 页）
- 参见“第五章 束缚和拼接”（第 35 页）

## 替代坐标系

可以定义**替代坐标系**来定位节点，定义节点、单元、束缚的局部坐标系，作为定义其它属性和荷载的参考。替代坐标系的坐标轴标记为 X、Y、Z。

整体坐标系和所有的替代坐标系称为**固定坐标系**，因为他们在整个结构模型中使用，而不是像局部坐标系对单独部分起作用。每个固定坐标系可以是直角坐标、柱坐标、球坐标的形式。

和每个固定坐标相关联的是一个轴网系统，用来在交互式用户界面中定位对象。轴网在分析模型中没有意义。

每个替代坐标系用指定原点的位置和相对整体坐标轴的方向来定义。需要：

- 新原点在整体坐标系的 X、Y、Z 坐标。
- 三个角度（以“度”为单位）指定从整体坐标系旋转到新坐标系。

## 柱坐标系和球面坐标系

整体坐标系或替代坐标系中点的定位可以用极坐标代替直角坐标系的 X-Y-Z 坐标。极坐标包括柱 CR-CA-CZ 坐标和球 SB-SA-SR 坐标。极坐标的定义见 图 2（第 12 页）。极坐标系总是相对直角坐标系来定义的。

坐标 CR、CZ、SR 是直线的，用长度单位指定。坐标 CA、SB、SA 是角度的，用角度单位指定。

柱坐标系的位置用变量  $c_r$ 、 $c_a$ 、 $c_z$  指定。与直角坐标的关系为：

$$c_r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$c_a = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

$$c_z = z$$

球坐标系中位置用变量  $s_b$ 、 $s_a$ 、 $s_r$  指定。与直角坐标的关系为：

$$s_b = \tan^{-1} \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z}$$

$$s_a = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

$$s_r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

固定坐标系中一个向量可以用两个点或一个点  $P$  的坐标方向指定。坐标方向和点  $P$  的坐标曲线相切。一个正的坐标方向表示在这点上沿此方向坐标值是增加的。

柱坐标方向用  $\pm CR$ 、 $\pm CA$ 、 $\pm CZ$  表示。球坐标方向用  $\pm SB$ 、 $\pm SA$ 、 $\pm SR$  表示，是有正负号的。见图 2（第 12 页）。

柱和球坐标方向不是一定的，而是沿角度位置变化。坐标方向不随直线坐标变化。例如， $+SR$  定义了一个从原点到点  $P$  的向量。

注意坐标  $Z$  和  $CZ$  是一致的，相应的方向也一致。同样的，坐标  $CA$ 、 $SA$  和他们相应的坐标方向也是一致的。

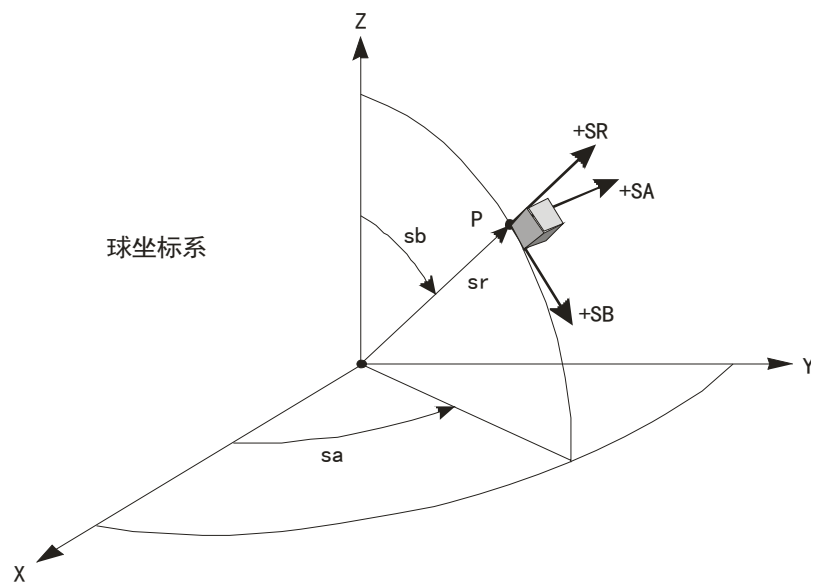
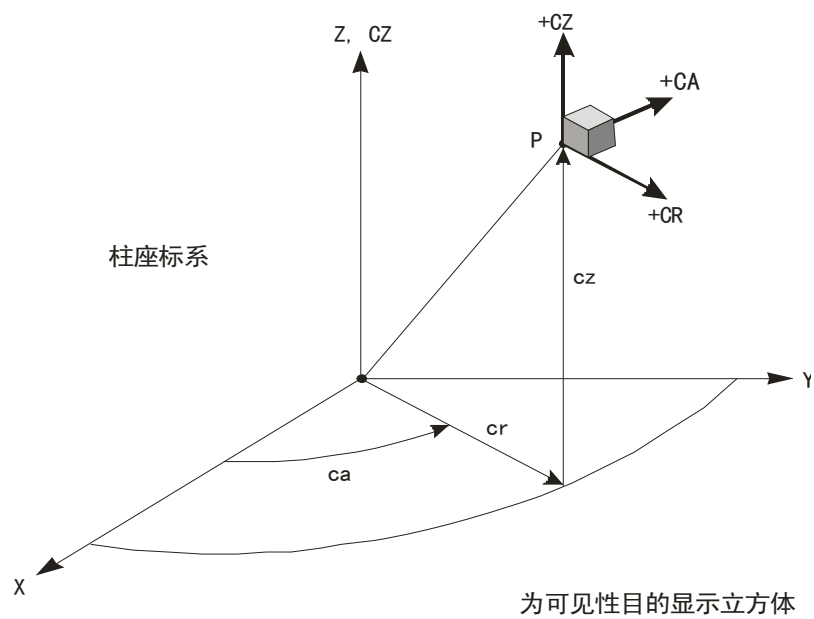


图2 柱坐标和球坐标以及坐标方向

## 第四章 节点和自由度

**节点**在任何结构的分析中都起重要的作用。节点是单元之间的连接点，他们是结构中已知或需要确定的位移的主要位置。节点的位移分量（平移或旋转）称为**自由度**。

本章描述节点属性、自由度、荷载和输出。关于节点和自由度的更多信息在“第五章 约束和拼接”（第 35 页）中给出。

### 基本主题

- 概述
- 建模考虑
- 局部坐标系
- 自由度
- 约束支座
- 弹簧支座
- 节点反力
- 基底反力
- 质量
- 外力
- 自由度输出
- 集中节点质量输出
- 位移输出
- 力输出

### 高级主题

- 高级局部坐标系
- 非线性支座
- 分布支座
- 地面位移荷载
- 广义位移
- 单元节点力输出

### 概述

点（节点）是任何结构模型的基本组成。节点完成一系列功能：

- 所有单元与结构（包括相互之间）在节点上连接
- 结构在节点上用支座/弹簧支承
- 刚体行为和对称条件可以用施加到节点上的约束指定

- 集中荷载可以施加到节点上
  - 集中质量和转动惯性矩可以位于节点上
  - 所有施加到单元的荷载和质量实际上传递到节点
  - 节点是结构中主要的位置，节点上位移是已知的（支座）或待求解的
- 除了束缚在“第五章 束缚和拼接”（第 35 页）中介绍外，这些功能都在本章中介绍。

节点对应于结构对象模型中的点对象。使用 SAP2000、ETABS、SAFE 的交互式用户界面，节点（点）自动在每个线对象的端点、面对象、实体对象的角点上创建。节点也可以独立于任何单元进行定义。

对象的自动网格划分将产生与创建的单元对应的附加节点。

也可将节点本身认为是单元。每个节点可以有自己的局部坐标系来定义自由度、支座、节点属性和荷载；并表示节点输出。大多数情况下，模型中所有节点采用整体坐标系 X-Y-Z 坐标系作为局部坐标系。除非与其他单元连接，节点相互独立作用。

在每点上有六个位移自由度—三个平动和三个转动。这些位移分量与每节点上局部坐标系同向。

节点可以直接施加集中力荷载或通过支座、弹簧支座施加地面位移。

每个节点产生位移（平动或转动），支座节点产生反力及弯矩。

更多的信息：

- 参见 “第五章 束缚和拼接”（第 35 页）。

## 建模考虑

节点和单元的位置对确定结构模型的精确度很关键。当定义结构的单元、节点时需要考虑的一些因素包括：

- 单元个数应该足够描述结构的几何形状。对直的线和边，一个单元是适当的。对曲线和曲面，每 15°或更小的弧上应有一个单元。
- 单元边界、节点应定位于非连续的点、线、面：
  - 结构边界，比如角点和边
  - 材料属性变化
  - 厚度或其它几何属性变化
  - 支座点（支座和弹簧）
  - 集中力作用点，不包括框架单元，他们可以有施加于跨内的集中荷载。
- 在应力变化梯度大的区域，即应力变化很剧烈的地方，一个面单元或实体单元应该用小单元和距离很近的点进行划分。这可能需要在一次或几次初步分析之后改变网格划分。

- 对动力行为很重要的情况，在任何跨度长度方向上应该用多于一个单元来模拟。这是因为在节点上质量总是集中的，即使是由单元贡献的。

## 局部坐标系

每个节点有自己的**节点局部坐标系**来定义节点上自由度、支座、属性和荷载，并解释节点输出。节点局部坐标系轴指定为 1、2、3。默认这些轴和全局座标轴 X、Y、Z 一致。两个坐标系都是右手坐标系。

默认局部坐标系对大多数情况是适用的。但为某些建模目的，有时需要在一些或所有的节点使用不同的局部坐标系。这将在下个主题进行描述。

更多信息：

- 参见“第三章 坐标系”主题“向上和水平方向”（第 8 页）
- 参见本章主题“高级局部坐标系”（第 15 页）

## 高级局部坐标系

如前所述，默认 1-2-3 局部坐标系是和全局 X-Y-Z 相同的。但在下述情况下有时需要在一些或所有节点使用不同的局部坐标系：

- 斜约束（支座）
- 束缚用来施加旋转对称性
- 束缚用来施加对于一个不是平行于整体坐标平面的对称性
- 节点质量（平移或旋转）的主轴不与全局轴平行
- 节点位移和力的输出需要在另一个坐标系里描述

只需要对受影响的节点定义节点局部坐标系。整体坐标系用于所有没有明确定义局部坐标系的节点。

可以有一系列方法定义节点局部坐标系。他们可以单独或一起使用。局部坐标轴可以定义为平行于任意坐标系中任意坐标方向或者两点间的向量。此外，节点的局部坐标系可以用三个坐标角来指定。这些方法将在下面的子主题中描述。

更多信息：

- 参见“第三章 坐标系”（第 7 页）
- 参见本章主题“局部坐标系”（第 15 页）

## 参考向量

定义一个节点局部坐标系必须指定平行于节点局部坐标平面之一的两个**参考向量**。**坐标轴参考向量**  $\mathbf{V}_a$  必须平行于在此平面内的一个局部坐标轴 ( $i=1, 2, 3$ ) 且在此轴上有正投影。**平面参考向量**  $\mathbf{V}_p$  必须在其他局部坐标轴 ( $j=1, 2, 3, i \neq j$ ) 有正的投影，但并不需要平行于此轴。有正投影即参考向量的正方向必须和局部坐标轴的正方向夹角小于  $90^\circ$ 。

两个参考向量一起定义一个局部坐标轴  $I$  和一个局部坐标平面  $i-j$ 。程序据此用向量代数确定第三个局部坐标轴  $k$ 。

例如,可以选定参考向量平行于局部坐标轴 1,平面参考向量平行于局部 1-2 平面( $i=1, j=2$ )。或者,可以指定坐标轴参考向量平行于局部坐标轴 3,参考平面向量平行于 3-2 平面( $i=3, j=2$ )。可以选择使用参数 `local` 最方便定义的平面,它使用了值 12、13、21、23、31、32。两位数分别对应于  $i$  和  $j$ 。默认值是 31。

### 定义坐标轴参考向量

对节点  $j$  定义坐标轴参考向量,必须先指定或使用默认值:

- 一个坐标方向 `axdir` (默认是+Z)
- 一个固定坐标系 `csys` (默认是零,即整体坐标系)

也可以指定:

- 一对点, `axveca` 和 `axvecb` (默认对每个都是零,即节点  $j$  本身)。如果都是零,不使用这个选项

对每个节点,坐标轴参考向量按如下确定:

1. 一个从节点 `axveca` 到节点 `axvecb` 的向量。如果这个向量是有限长度,它用作参考向量  $\mathbf{V}_a$

2. 否则,坐标方向 `axdir` 在固定坐标系 `csys` 的节点  $j$  计算,用作参考向量  $\mathbf{V}_a$

### 定义平面参考向量

对节点  $j$  定义平面参考向量,必须首先指定或使用默认值:

- 主坐标方向 `pldirp` (默认是+X)
- 次要坐标方向 `pldirs` (默认是+Y)。方向 `pldirs` 和 `pldirp` 不应该相互平行,除非你确定他们和局部坐标轴 1 不平行。
- 一个固定坐标系 `csys` (默认是零,即整体坐标系)。这和如上所述的用来定义坐标轴参考向量是同一个坐标系。

也可以指定:

- 一对节点, `plveca` 和 `plvecb` (每个默认是零,即节点  $j$  本身)。如果都是零,这个选项不使用。

对每个节点,平面参考向量按如下确定:

1. 向量从节点 `plveca` 到节点 `plvecb` 建立。如果这个向量是有限长度并且不平行于局部轴  $i$ ,它作为参考向量  $\mathbf{V}_p$ 。

2. 否则,主坐标方向 `pldirp` 在固定坐标系 `csys` 的节点  $j$  计算。如果这个方向不平行于局部轴  $i$ ,它作为参考向量  $\mathbf{V}_p$ 。



3. 否则，次坐标方向  $\text{pldirs}$  在固定坐标系  $\text{csys}$  节点  $j$  计算。如果这个方向不平行于局部轴  $i$ ，它作为参考向量  $\mathbf{V}_p$ 。

4. 否则，此方法失效，分析中止。如果  $\text{pldirp}$  与  $\text{pldirs}$  不平行，这就不会发生。

如果一个向量与局部轴的夹角正弦小于  $10^{-3}$ ，则认为此向量与局部轴  $i$  平行。

### 用参考向量确定局部坐标轴

程序从参考向量用向量叉积确定局部坐标轴。三个轴分别用三个单位向量  $\mathbf{V}_1$ 、 $\mathbf{V}_2$ 、 $\mathbf{V}_3$  表示。向量满足叉积关系：

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_2 \times \mathbf{V}_3$$

局部坐标轴  $\mathbf{V}_i$  在  $\mathbf{V}_a$  归一化为单位长度后给出。

其余的两个轴  $\mathbf{V}_j$  和  $\mathbf{V}_k$  定义如下：

- 如果  $i$  和  $j$  按正序排列，即  $\text{local}=12、23、31$ ，则

$$\mathbf{V}_k = \mathbf{V}_i \times \mathbf{V}_p$$

$$\mathbf{V}_j = \mathbf{V}_k \times \mathbf{V}_i$$

- 如果  $i$  和  $j$  按逆序排列，即  $\text{local}=21、32、13$ ，则

$$\mathbf{V}_k = \mathbf{V}_p \times \mathbf{V}_i$$

$$\mathbf{V}_j = \mathbf{V}_i \times \mathbf{V}_k$$

一个例子显示用参考向量确定节点局部坐标系见图 3（第 18 页）。

### 节点坐标角

用参考向量确定的节点局部坐标轴可以用三个**节点坐标角**（标记为  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ）进一步修改。在默认参考向量使用的情况下，节点坐标角定义了节点局部坐标系相对于整体坐标轴的方向。

节点坐标角指定局部坐标系沿本身轴的旋转角度。所产生的节点局部坐标系的方向用下列过程确定：

1. 局部坐标系先绕+3 轴旋转角度  $a$
2. 局部坐标系然后绕所产生的+2 轴旋转角度  $b$
3. 局部坐标系最后绕所产生的+1 轴旋转角度  $c$

进行旋转的次序很重要。相对整体坐标系利用坐标角来调整节点局部坐标系的方向，如图 4（第 19 页）所示。

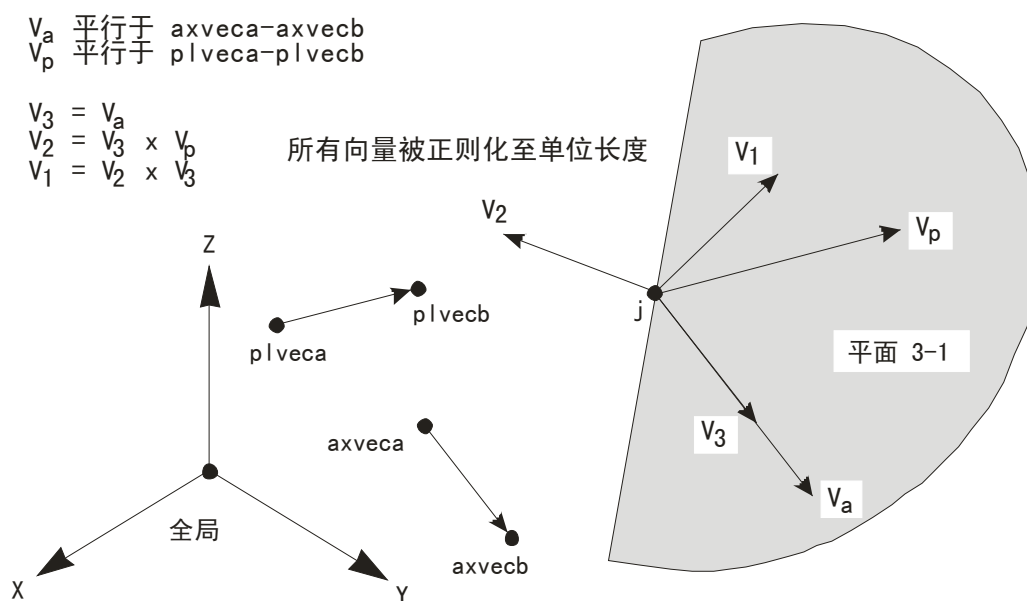


图3 用参考向量确定节点局部坐标系的例子 (local=31)

## 自由度

结构模型的变形由节点位移控制。结构模型中每个节点最多可以有六个位移构成：

- 节点可以沿三个局部轴平移。这些平移标记为  $U_1$ 、 $U_2$ 、 $U_3$ 。
- 节点可以绕三个局部轴旋转。这些旋转标记为  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$ 。

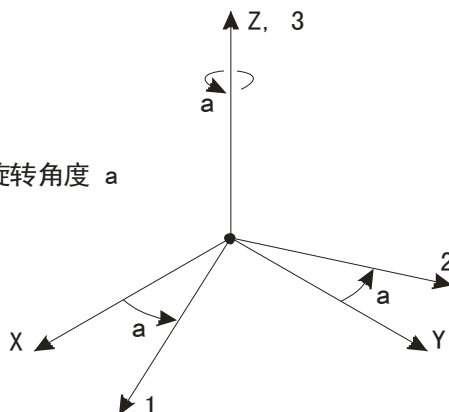
这六个位移构成称为节点的**自由度**。在通常情况下节点局部坐标系平行于整体坐标系，自由度标记为  $U_X$ 、 $U_Y$ 、 $U_Z$ 、 $R_X$ 、 $R_Y$ 、 $R_Z$ ，根据哪个全局轴平行于哪个局部轴。节点局部自由度在图5（第20页）阐述。

除了结构模型中显式定义的常规节点外，程序自动创建控制点，控制可能定义的任何约束和拼接的行为。每个控制点和一般节点一样有同样的六个自由度。

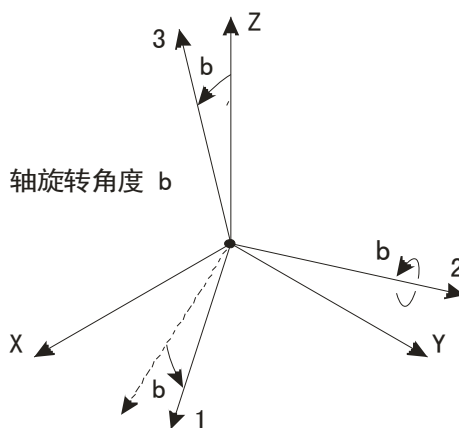
更多信息：

- 参见“第五章 约束和拼接”（第35页）。

第一步：绕局部轴 3 旋转角度  $a$



第二步：绕新的局部 2 轴旋转角度  $b$



第三步：绕新的局部 1 轴旋转角度  $c$

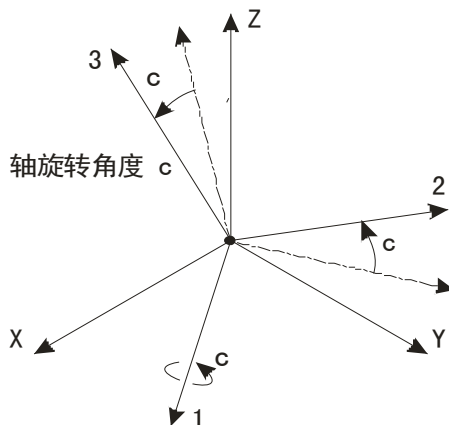


图4 利用节点坐标角调整局部坐标系方向

结构中每个自由度类型必须是下列之一：

- 活动的——位移在分析中计算
- 约束的——位移是指定的，相应的反力在分析中计算

- 束缚的——位移是通过其他自由度的位移来确定的
  - 空的——位移不影响结构，计算中被忽略
  - 无效的——位移显式地从分析中排除
- 这些不同的自由度类型在下列次主题中描述。

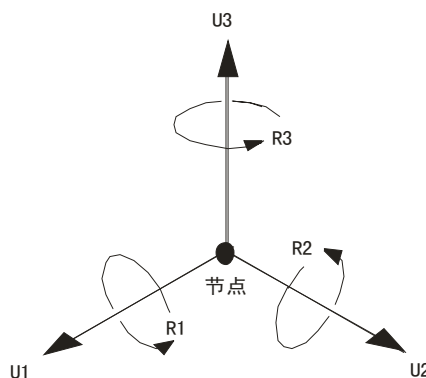


图5 节点局部坐标系中六个自由度

### 有效和无效自由度

可以显式指定结构模型中每个节点上有效的整体自由度。默认的对每个节点六个自由度都是有效的。所有的三维结构一般均使用默认的情况。

然而对一些平面结构，可能希望限制**有效自由度**。例如，在 X-Y 平面：一个平面桁架只需要  $U_X$  和  $U_Y$ ，一个平面框架只需要  $U_X$ 、 $U_Y$ 、 $R_Z$ ，一个平面网架或平板只需要  $U_Z$ 、 $R_X$ 、 $R_Y$ 。

没有被指定的有效自由度称为**无效自由度**。任何刚度、荷载、质量、约束或束缚施加到无效自由度上在分析时被忽略。

有效自由度总是参考于整体坐标系，模型中对每个节点是一样的。如果使用局部坐标系，在任何节点上无效自由度与有效自由度一定不能相连接。例如，如果有效自由度是  $U_X$ 、 $U_Y$ 、 $R_Z$ ，那么所有的节点局部坐标系必须有一个局部轴平行于全局 Z 轴。

### 约束自由度

如果一个节点的位移沿着任何一个有效自由度方向已知，例如支座点，那个自由度是**约束的**。已知的位移值可以是零或非零，在不同荷载模式下也可以不同。沿约束自由度需要指定支座位移的力称为反力，由分析确定。

无效自由度本质是被约束的。然而，他们被从分析中排除，不计算反力，即使他们非零。

更多信息:

- 参见本章主题“约束支座”（第 22 页）。

## 束缚自由度

束缚或拼接的任何节点可以有一个或多个有效的自由度**被束缚**。程序自动创建一个主节点控制每个束缚的行为，一个主节点控制与用一个拼接连接到一起的一组节点行为。然后一个束缚自由度的位移作为沿相应主节点自由度方向位移的线性组合计算出来。

如果一个被束缚的自由度也被约束，约束将作为整体施加到束缚上。

更多信息:

- 参见“第五章 束缚和拼接”（第 35 页）。

## 活动自由度

对既不被约束也不被束缚的所有自由度必定是活动的或空的。程序自动如下判断**活动自由度**:

- 如果任何荷载或刚度在一个节点上沿任何平动自由度施加，则此节点所有有效平动自由度将是活动的，除非他们被束缚或约束。
- 如果任意荷载或刚度在一个节点上沿任何转动自由度施加，则此节点所有有效转动自由度将是活动的，除非他们被约束或束缚。
- 控制约束自由度的主节点上所有自由度是活动的。

一个连接到任何单元或平动弹簧的节点，所有平动自由度是活动的。一个连接到框架、壳、连接/支座单元，或任何转动弹簧的节点，所有的转动自由度是活动的。一个特例是一个只有桁架类型刚度的框架单元，它的转动自由度不是活动的。

每个活动自由度有一个相关联的方程要求解。如果结构中有  $N$  个活动自由度，系统中有  $N$  个方程，系统刚度矩阵为  $N$  阶。进行分析需要的计算工作量随  $N$  增加。

沿每个活动自由度施加的荷载是已知的（可以为零），相应的位移由分析确定。

如果系统中有刚度为零的活动自由度，例如平面框架的面外平动，他们必须是约束的或无效的。否则结构将不是稳定的，无法求解静力方程。

更多信息:

- 参见本章主题“弹簧支座”（第 22 页）。
- 参见“第七章 框架单元”主题“自由度”（第 65 页）
- 参见“第十章 壳单元”主题“自由度”（第 113 页）
- 参见“第十一章 平面单元”主题“自由度”（第 134 页）
- 参见“第十二章 轴对称实体单元”主题“自由度”（第 140 页）
- 参见“第十三章 实体单元”主题“自由度”（第 148 页）
- 参见“第十四章 连接/支座单元——基础篇”主题“自由度”（第 158 页）

### 空自由度

不是束缚的、约束的、活动的有效自由度称为空自由度。因为没有荷载或刚度，他们的位移和反力为零，他们对结构其余部分没有影响。程序自动将他们从分析中排除。

没有单元与之连接的节点通常六个自由度均为空。只与实体类型单元（平面、轴对称、实体）连接的节点通常三个旋转自由度为空。

### 约束支座

如果一个节点沿它有效自由度的位移是已知的，零（支座点）或非零（由于支座位移），一个**支座**必须施加到此自由度上。已知位移值可能在不同的荷载模式而不同，但是对所有荷载模式自由度都是约束的。换言之，不可能在一个荷载模式位移已知而在另一个荷载模式位移未知（无约束）。约束的例子如图 6 所示（第 24 页）。

系统中在刚度已知为零的地方，如平面-框架的面外平动和面内转动，任何有效自由度也将施加支座。否则结构是不稳定的，无法求解静力方程。

支座总是施加到节点局部坐标系自由度  $U_1$ 、 $U_2$ 、 $U_3$ 、 $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$  上。

通常不在束缚自由度上指定约束。然而如果施加了，程序试图自动重写束缚方程去适应约束。一般在束缚自由度上施加弹簧比较好。

如果一个约束施加到一个无效自由度，将被忽略，不计算反力。

更多信息：

- 参见本章主题“自由度”（第 18 页）
- 参见本章主题“约束位移”（第 28 页）

### 弹簧支座

任何节点上六个自由度的任何一个，可以有平动或转动弹簧支承条件。这些弹簧弹性连接节点到地。沿约束自由度的弹簧支座对结构的刚度没有影响。

在一个节点上弹簧可以指定耦合自由度。作用于节点上的弹簧力与节点位移和具有  $6 \times 6$  对称刚度系数矩阵的乘积有关。这些力倾向于与位移方向相反。

弹簧刚度系数可以在整体坐标系中、一个替代坐标系、或节点局部坐标系中指定。

在一个点局部坐标系中，节点的弹簧力和弯矩  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$ 、 $M_1$ 、 $M_2$ 、 $M_3$  由下式给出：

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{u1} & k_{u1u2} & k_{u1u3} & k_{u1r1} & k_{u1r2} & k_{u1r3} \\ & k_{u2} & k_{u2u3} & k_{u2r1} & k_{u2r2} & k_{u2r3} \\ & & k_{u3} & k_{u3r1} & k_{u3r2} & k_{u3r3} \\ & & & k_{r1} & k_{r1r2} & k_{r1r3} \\ & sym. & & & k_{r2} & k_{r2r3} \\ & & & & & k_{r3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

这里  $u_1$ 、 $u_2$ 、 $u_3$ 、 $r_1$ 、 $r_2$ 、 $r_3$  是节点位移和转角、 $k_{u1}$ 、 $k_{u1u2}$ 、 $k_{u2}$ 、...是指定的弹簧刚度系数。

在任何固定坐标系中，节点上弹簧力和弯矩  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$ 、 $M_x$ 、 $M_y$ 、 $M_z$  由下式给出：

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{ux} & k_{uxuy} & k_{uxuz} & k_{uxrx} & k_{uxry} & k_{uxrz} \\ & k_{uy} & k_{uyuz} & k_{uyrx} & k_{uyry} & k_{uyrz} \\ & & k_{uz} & k_{uzrx} & k_{uzry} & k_{uzrz} \\ & & & k_{rx} & k_{rxry} & k_{rxrz} \\ & sym. & & & k_{ry} & k_{ryrz} \\ & & & & & k_{rz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \\ r_x \\ r_y \\ r_z \end{Bmatrix}$$

这里  $u_x$ 、 $u_y$ 、 $u_z$ 、 $r_x$ 、 $r_y$ 、 $r_z$  是节点位移和转角，项  $k_{ux}$ 、 $k_{uxuy}$ 、 $k_{uy}$ 、...是指定的刚度系数。

在一个特别坐标系中对自由度不耦合的弹簧，只需要六个对角项需要指定，因为非对角项都是零。当存在耦合作用时，矩阵上三角所有的 21 个系数都需要给出，其它 15 项可以由对称性确定。

如果一个节点上的弹簧在一个坐标系中指定，使用标准的坐标转换技术变换 6x6 弹簧刚度矩阵到节点局部坐标系，按一项一项增加到相应的刚度矩阵中。结构中每个节点最终的刚度矩阵应该有一个零或正的刚度矩阵。否则弹簧可能引起结构不稳定。

弹簧对地端位移可以是零或非零（比如，由支座位移引起）。**弹簧位移**在不同荷载模式中可以不同。

更多信息：

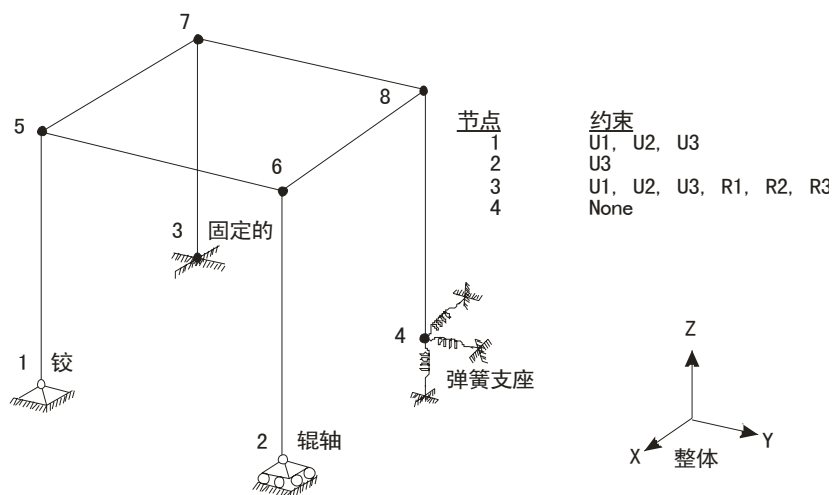
- 参见本章主题“自由度”（第 18 页）。
- 参见本章主题“弹簧位移”（第 29 页）。

## 非线性支座

在程序的某些版本中，可以在节点使用连接/支座单元定义非线性支座。非线性支座条件可以使用包括缝（单压）、分段线弹性或塑性弹簧、粘滞阻尼、隔振器等单元来模拟。

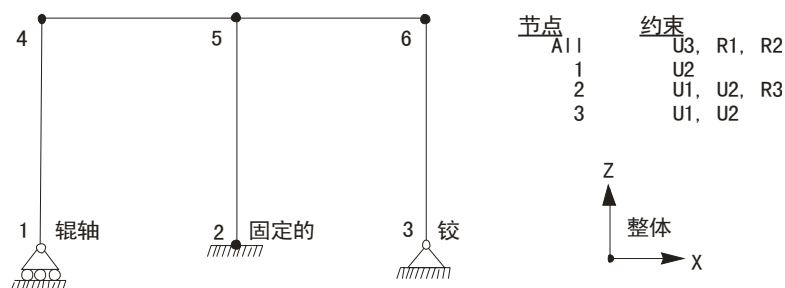
连接/支座单元可以按下面两种方法使用：

- 添加（绘制）一个单点单元，认为是一个支座单元，并连接节点到地。
- 单元可以按两点绘制，这时认为是一个连接单元。如果连接一段到结构另一端约束到地，可以使用连接单元。



三维框架结构

注意：用点表示节点  
 ● 实心点代表弯矩连续性  
 ○ 空心点代表铰  
 所有节点局部 1-2-3 坐标系统和  
 整体的 X-Y-Z 坐标系是相同的



二维框架结构, X-Z 平面

图 6 约束的例子



两种方法效果一样，但使用两点连接单元允许在约束端施加地面位移荷载，使用一点支座单元不可以。

多个连接/支座单元可以连接到一个点，此时他们共同作用。每个连接/支座单元有自己的局部坐标系且与节点局部坐标系相互独立。

约束和弹簧也可以存在于节点。当然，任何约束的自由度将阻止该方向的连接/支座发生变形。

更多信息：

- 参见“第十四章 连接/支座单元——基础篇”（第 157 页）
- 参见“第十五章 连接/支座单元——高级篇”（第 173 页）

## 分布支座

可以沿框架单元或面对象（壳、平面、轴对称）或实体单元的任何面指定分布弹簧支座。这些弹簧可以是线性、分段线弹性、或分段线塑性。这些弹簧转化为等价的单节点连接/支座单元，考虑单元附属面或长度后，作用于单元节点上。

因为这些弹簧作用于节点上，需要剖分单元捕捉这类分布支座的局部效应。最好的方式一般是使用用户图形界面中的自动内部剖分选项。允许用户方便的改变剖分，并操作大的简单的模型对象。

不能直接指定分布约束。但当使用自动内部剖分时，可以选择性指定要剖分的单元使用与所属对象同样的约束条件。

更多信息：

- 参见本章主题“约束支座”（第 22 页）
- 参见本章主题“弹簧支座”（第 22 页）
- 参见“第二章 对象和单元”（第 5 页）

## 节点反力

沿自由度方向需要施加任何支座条件的力或弯矩称为**反力**，由分析确定。反力包括节点处所有支座（包括约束、弹簧、和单点连接/支座单元）的力（或弯矩）。任何分布支座的贡献影响包括在反力中。

如果使用两点连接/支座单元，反力在单元的接地端输出。

更多信息：

- 参见本章主题“约束支座”（第 22 页）
- 参见本章主题“弹簧支座”（第 22 页）
- 参见本章主题“非线性支座”（第 23 页）
- 参见本章主题“分布支座”（第 25 页）

## 基底反力

基底反力是作用在结构上所有节点反力的内力和弯矩，在全局原点或用户选择的一些其他位置计算，产生三个力分量和三个弯矩分量。基底反力不受选择位置影响，但基底弯矩受影响。对抗震分析，水平力称为基底剪力，绕水平轴的弯矩称为倾覆弯矩。

除了移动荷载模式，基底反力对所有的荷载模式和组合适用。基底反力对每个力分量同时包括中心（作用中心）信息。注意这些是作用的中心，不一定同时是造成反力所施加的荷载的中心。

更多信息：

- 参见本章主题“节点反力”（第 25 页）

## 质量

在动力分析中，结构的质量用来计算惯性力。通常，质量从单元的材料质量密度和单元体积获得。在节点上自动产生集中（非耦合）质量。单元质量在三个平动自由度上是相等的。对转动自由度不产生质量惯性矩。对大多数分析这个简化是合理的。

通常需要在节点放置附加集中质量和（或）质量惯性矩。这些可以应用于结构中任何节点的任意自由度上。

为计算效率和求解精度，SAP2000 总是使用集中质量。这意味着在单个节点上或不同节点上自由度之间没有质量耦合。这些非耦合质量总是参考每个节点的局部坐标系。沿约束自由度的质量值被忽略。

作用于节点上的惯性力与节点的加速度和一个  $6 \times 6$  的质量矩阵的乘积相关。这些力与加速度方向相反。在节点局部坐标系中，节点上的惯性力和惯性矩  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$ 、 $M_1$ 、 $M_2$ 、 $M_3$  由下式给出：

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & m_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & m_3 & 0 & 0 & 0 \\ & & & m_{r1} & 0 & 0 \\ & sym. & & & m_{r2} & 0 \\ & & & & & m_{r3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \\ \ddot{r}_1 \\ \ddot{r}_2 \\ \ddot{r}_3 \end{Bmatrix}$$

这里  $\ddot{u}_1$ 、 $\ddot{u}_2$ 、 $\ddot{u}_3$ 、 $\ddot{r}_1$ 、 $\ddot{r}_2$ 、 $\ddot{r}_3$  是节点上平动和转动加速度， $m_1$ 、 $m_2$ 、 $m_3$ 、 $m_{r1}$ 、 $m_{r2}$ 、 $m_{r3}$  是指定的质量值。

非耦合节点质量也可以在整体坐标系中指定，在这种情况下他们被转换到局部坐标系中。下列情况下转换中将产生非耦合项：

- 节点局部坐标系方向与整体坐标轴方向不平行；
- 节点三个平动质量或三个转动质量惯性矩不相等

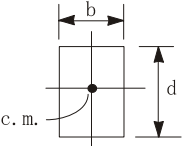
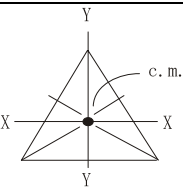
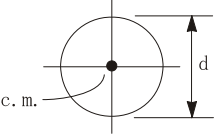
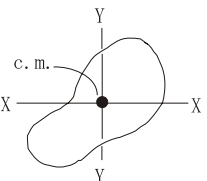
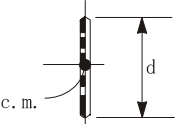
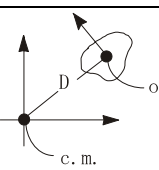
平面形状	关于通过质心的竖向轴 (垂直于平面) 的质量惯性矩	公式
	长方形隔板: 单位面积均布质量 隔板总质量=M(或 w/g)	$MMI_{cm} = \frac{M(b^2 + d^2)}{12}$
	三角形隔板: 单位面积均布质量 隔板总质量=M(或 w/g)	使用一般隔板公式
	圆形隔板: 单位面积均布质量 隔板总质量=M(或 w/g)	$MMI_{cm} = \frac{Md^2}{8}$
	一般隔板: 单位面积均布质量 隔板总质量=M(或 w/g) 隔板面积=A 绕 X-X 的面积矩为 I <sub>x</sub> 绕 Y-Y 的面积矩为 I <sub>y</sub>	$MMI_{cm} = \frac{M(I_x + I_y)}{A}$
	线质量: 单位长度均布质量 线总质量= M(或 w/g)	$MMI_{cm} = \frac{Md^2}{12}$
	质量的轴变换 若为点质量, MMIO=0	$MMI_{CM} = MMI_O + MD^2$

图7 质量惯性矩公式

程序将忽略这些非耦合项, 导致一些精度丢失。由于这个原因, 推荐选择节点局部坐标系与节点的平动质量主方向或转动质量主方向一致, 然后在这些局部坐标中指定质量。

质量必须用一致的质量单位 ( $W/g$ ) 给出, 质量惯性矩必须是  $WL^2/g$  单位。这里  $W$  是重量,  $L$  是长度,  $g$  是重力加速度。结构中净质量值应该是零或正的。

见图 7 (第 27 页) 关于不同平面图形的质量惯性矩公式。

更多信息:

- 参见本章主题“自由度”(第 18 页)
- 参见“第十七章 荷载模式”(第 199 页)

## 力荷载

力荷载用来在节点上施加集中力和弯矩。数值可以在固定坐标系(整体或替代坐标系)或节点局部坐标系上指定。节点上所有的力和弯矩转换到节点局部坐标系并求和。相应的值在图 8 显示(第 29 页)。

力和弯矩沿约束自由度施加会增加相应的反力, 但并不影响结构。

更多信息:

- 参见本章主题“自由度”(第 18 页)
- 参见“第十七章 荷载模式”(第 199 页)

## 地面位移荷载

地面位移荷载用来在节点约束和弹簧支座接地端施加指定位移(平动和扭转)。位移可以在固定坐标系中指定(整体或替代坐标系)或节点局部坐标系中。指定的值在图 8 (第 29 页) 所示。一个节点上所有位移转换到节点局部坐标系并求和。

约束可以认为是节点自由度和地之间的**刚性**连接。弹簧可以认为是节点自由度和地之间的**柔性**连接。

地面位移不作用在单节点连接/支座单元。要通过一个非线性支座施加地面位移, 使用两节点连接/支座单元, 一段约束在地在约束到地的一端施加地面位移。

重要的是要理解: 地面位移荷载施加到地面, 除非结构在荷载方向用约束或弹簧来支承, 它并不影响结构。

## 约束位移

如果节点的某个自由度是约束的, 节点的位移等于沿那个局部自由度的地面位移。无论有没有弹簧都适用。

不沿约束自由度的地面位移分量并不对结构加载(除了通过弹簧)。通过图 9 中一个例子阐述(第 30 页)。

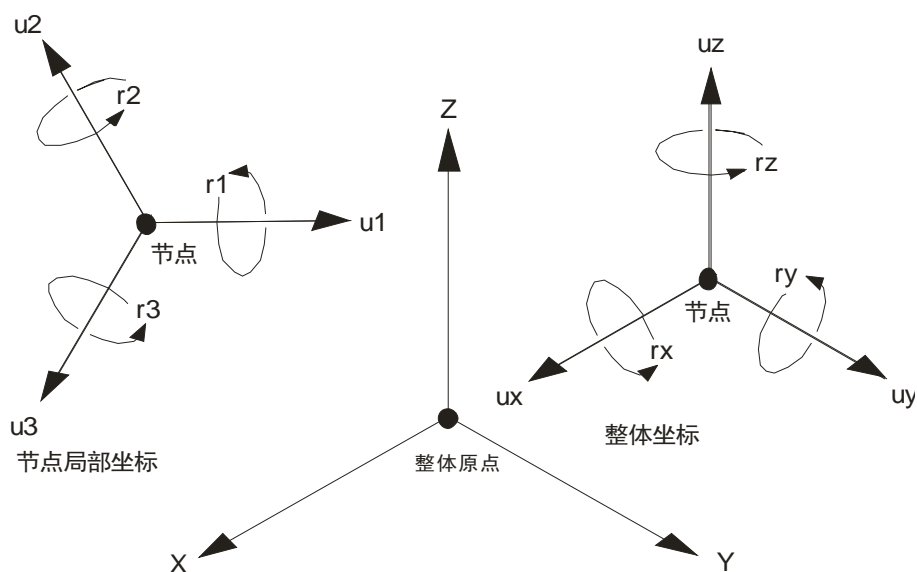


图8 对力荷载、约束位移荷载、弹簧位移荷载指定值

地面位移和相应的节点位移，可以在不同的荷载模式而不同。如果对一个约束自由度没有指定地面位移，对此荷载模式节点位移是零。

### 弹簧位移

节点地面位移与弹簧刚度的乘积得到施加到节点上的有效力和弯矩。施加到一个无弹簧刚度方向的弹簧位移导致施加荷载为零。地面位移，以及相关施加的力和弯矩，可以在不同的工况而不同。

在节点局部坐标系，节点上因为施加地面位移而施加的力和弯矩  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$ 、 $M_1$ 、 $M_2$ 、 $M_3$  可以由下式确定：

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{u1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & k_{u2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & k_{u3} & 0 & 0 & 0 \\ & & & k_{r1} & 0 & 0 \\ sym. & & & & k_{r2} & 0 \\ & & & & & k_{r3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{g1} \\ u_{g2} \\ u_{g3} \\ r_{g1} \\ r_{g2} \\ r_{g3} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

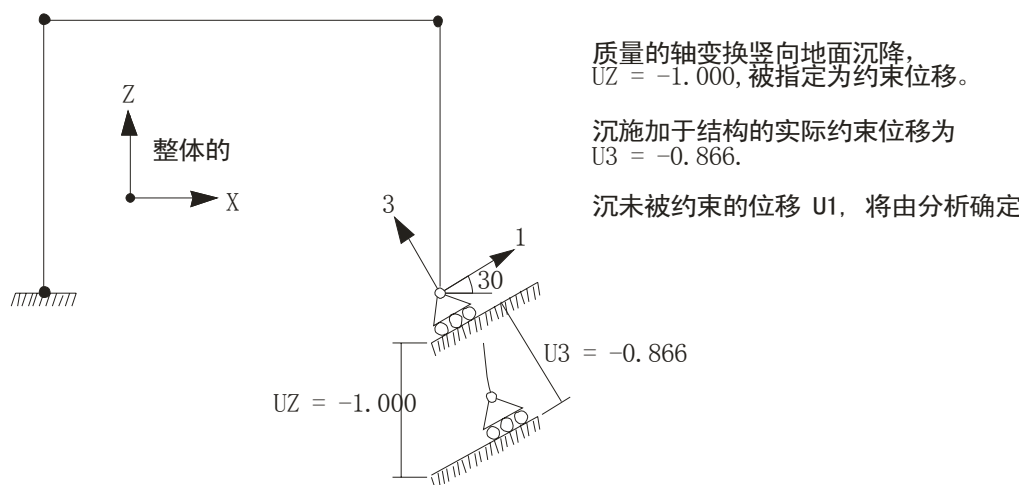


图9 不与局部坐标系同方向的约束位移例子

这里  $u_{g1}$ 、 $u_{g2}$ 、 $u_{g3}$ 、 $r_{g1}$ 、 $r_{g2}$ 、 $r_{g3}$  是地面位移和转角， $k_1$ 、 $k_2$ 、 $k_3$ 、 $k_{r1}$ 、 $k_{r2}$ 、 $k_{r3}$  是指定的弹簧刚度系数。

作用在节点上净弹簧力和弯矩是由式（1）和式（2）给出的力和弯矩的合力；注意这些是反向的。在一个约束自由度上，节点位移等于地面位移，因此净弹簧力是零。

更多信息：

- 参见本章主题“约束支座”（第 22 页）。
- 参见本章主题“弹簧支座”（第 22 页）。
- 参见“第十八章 荷载工况”（第 199 页）。

## 广义位移

广义位移是用户定义的一个命名位移度量。这是单个或多个节点自由度位移的一个简单的线性组合。

例如，可以定义广义位移为结构中不同楼层的两个节点位移  $UX$  的差，命名为“DRIFTX”。可以定义另一个广义位移为绕  $Z$  轴三个转角之和，每个比例为  $1/3$ ，命名为“AVGRZ”。

广义位移主要用于输出目的，另外也可以使用广义位移监测非线性静力分析。

定义一个广义位移，需要指定以下：

- 一个唯一的名称
- 位移度量的类型
- 一个节点自由度列表和相应的放大系数，用来求和建立广义位移。

位移可以是以下类型：

- 平动的：广义位移相对长度放大（有单位改变）。节点平动贡献系数是无单位的。节点转动贡献系数用长度度量。
- 转动的：广义位移是无长度的（弧度）。节点平动放大系数用长度倒数度量。节点转动系数是无单位的。

确认根据已定义的广义位移类型来选择每个贡献分量的放大系数。

## 自由度输出

模型中每个点出现的自由度类型表格在分析输出文件（.OUT）打印，标题为：

### DISPLACEMENT DEGREES OF FREEDOM

自由度对所有规则点列出，也包括程序自动创建的控制点。对约束，控制点由他们相应的约束标签确定。对拼接，每个拼接节点集的控制点由一个拼接标签确定。节点按标签字母-数字顺序打印。

节点的每个自由度的类型由下列符号指定：

- (A) 活动自由度
- (-) 约束自由度
- (+) 束缚自由度
- ( ) 空或无效自由度

自由度总是参考于节点的局部坐标轴。他们在输出中对所有节点标为  $U_1$ 、 $U_2$ 、 $U_3$ 、 $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$ 。然而，如果所有规则节点使用整体坐标系作为局部坐标系（通常情况下），则规则节点的自由度标记为  $U_X$ 、 $U_Y$ 、 $U_Z$ 、 $R_X$ 、 $R_Y$ 、 $R_Z$ 。

自由度的类型是结构的一个属性，与荷载工况无关，除非运行顺序施工加载。

更多信息：

- 参见本章主题“自由度”（第 18 页）。

## 节点集成质量输出

可以设定节点集成质量作为分析结果的一部分。节点质量包括直接分配到该节点质量，也包括连接到该节点的每个单元质量的一部分。约束处自由度质量设为零。所有分配到单元的质量被分配至与其连接的节点，所以这个表格代表结构总的未被约束的质量。质量总是参考节点的局部坐标轴。

更多信息：

- 参见本章主题“非线性支座”（第 23 页）。

在程序的某些版本中，可以在节点使用连接/支座单元定义非线性支座。非线性支座条件可以模拟包括缝（单压）、分段线弹性或塑性弹簧、粘滞阻尼、隔震器等。

连接/支座单元可以按下面两种方法使用：

添加（绘制）一个单点单元，认为是一个支座单元，并连接节点到地。

单元可以按两点绘制，这时认为是一个连接单元。如果连接一段到结构另一端约束到地，可以使用连接单元。

两种方法效果一样，但使用两点连接单元允许在约束端施加地面位移荷载，使用一点支座单元不可以。

多个连接/支座单元可以连接到一个点，此时他们共同起作用。每个连接/支座单元有自己的局部坐标系且与节点局部坐标系相互独立。

约束和弹簧也可以存在于节点。当然，任何约束的自由度将阻止该方向的连接/支座发生变形。

更多信息：

- 参见“第十四章 连接/支座单元——基础篇”（第 157 页）
- 参见“第十五章 连接/支座单元——高级篇”（第 173 页）

## 分布支座

可以沿框架单元或面对象（壳、平面、轴对称）或实体单元的任何面指定分布弹簧支座。这些弹簧可以是线性、分段线弹性、或分段线塑性。这些弹簧转化为等价的单节点连接/支座单元，考虑单元附属面或长度后，作用于单元节点上。

因为这些弹簧作用于节点上，需要剖分单元捕捉这类分布支座的局部效应。最好的方式一般是使用用户图形界面中的自动内部剖分选项。允许用户方便的改变剖分，并操作大的简单的模型对象。

不能直接指定分布约束。但当使用自动内部剖分时，可以选择性指定要剖分的单元使用与所属对象同样的约束条件。

更多信息：

- 参见本章主题“约束支座”（第 22 页）
- 参见本章主题“弹簧支座”（第 22 页）
- 参见“第二章 对象和单元”（第 5 页）

## 节点反力

沿自由度方向需要施加任何支座条件的力或弯矩称为反力，由分析确定。反力包括节点处所有支座（包括约束、弹簧、和单点连接/支座单元）的力（或弯矩）。任何分布支座的贡献影响包括在反力中。

如果使用两点连接/支座单元，反力在单元的接地端报告输出。

更多信息：



- 参见本章主题“约束支座”（22 页）
- 参见本章主题“弹簧支座”（22 页）
- 参见本章主题“非线性支座”（23 页）
- 参见本章主题“分布支座”（25 页）

## 基底反力

基底反力是作用在结构上所有节点反力的内力和弯矩，在全局原点或用户选择的一些其他位置计算，产生三个力分量和三个弯矩分量。基底反力不受选择位置影响，但基底弯矩受影响。对抗震分析，水平力称为基底剪力，绕水平轴的弯矩称为倾覆弯矩。

除了移动荷载模式，基底反力对所有的荷载工况和组合适用。基底反力对每个力分量同时包括中心（作用中心）信息。注意这些是作用的中心，不一定同时是造成反力所施加的荷载的中心。

更多信息：

- 参见本章主题“节点反力”（第 25 页）
- 参见本章主题“质量”（第 26 页）
- 参见“第十八章 荷载工况”（第 209 页）

## 位移输出

可以基于工况设定节点支座位移作为分析结果的一部分。对动力荷载工况，也可以设定速度和加速度。输出结果总是参考到节点的局部坐标轴。

更多信息：

- 参见本章主题“自由度”（第 18 页）
- 参见“第十八章 荷载工况”（第 209 页）

## 力输出

可以基于工况设定节点支座反力作为分析结果的一部分。这些支座反力称为反力，为来自此节点处约束弹簧或单节点连接/支座单元的所有力的合力。无约束或弹簧处节点力为零。

力和弯矩总是参考节点的局部坐标轴。报告值总是 *作用在节点上的* 力和弯矩。因此节点正的力和弯矩具有导致沿着相应自由度方向的节点平动或转动正值。

更多信息：

- 参见本章“自由度”主题（第 18 页）
- 参见“第十八章 荷载工况”一章（第 209 页）

## 单元节点力输出

**单元节点力**是作用在单元节点上的集中力和弯矩，表示结构其它部分作用到单元上并产生单元变形的效应。对于实体类型单元（平面、轴对称、实体），弯矩总是零。

正的力或弯矩倾向于沿着相应的自由度方向造成一个正的平动或转动。

单元节点力不能与作用在单元体内的内力和弯矩（如应力）相混淆。

对一个给定单元，单元节点力向量 **f** 用下式计算：

$$\mathbf{f} = \mathbf{k}\mathbf{u} - \mathbf{r}$$

这里 **k** 是单元刚度矩阵，**u** 是单元节点位移向量，**r** 是按比例加载到单元的荷载向量。单元节点力总是参考到单独节点的局部坐标轴。输出中他们标记为  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$ 、 $M_1$ 、 $M_2$ 、 $M_3$ 。

## 第五章 束缚和拼接

**束缚**用来确保某种类型的刚体行为，以连接模型的不同部分，及施加某种类型的对称条件。**拼接**用来产生一组束缚，以连接模型的不同部分。

### 基本主题

- 概述
- 刚体束缚
- 平面定义
- 隔板束缚
- 板束缚
- 轴定义
- 梁束缚
- 相等束缚
- 拼接

### 高级主题

- 局部束缚
- 自动控制点
- 束缚输出

### 概述

一个束缚由一组两个或多个**被束缚节点**组成。在束缚中每一对节点的位移用束缚方程来关联。可通过束缚强制的行为类型为：

- 刚体行为，被束缚的节点一起平动和转动，好像被刚性连接所连接。可模拟的刚性行为有：
    - 刚体：对所有位移为刚性
    - 刚性隔板：对平面内的膜行为为刚性
    - 刚性板：对平面内板的弯曲为刚性
    - 刚性杆：对沿着轴的延伸为刚性
    - 刚性梁：对梁在一个轴的弯曲为刚性
  - 等位移行为，束缚节点的平动和转动是相等的。
  - 对称和反对称条件
- 使用束缚减少了系统中求解方程的数量，通常将提高计算的效率。

大多数束缚类型必须相对某个固定的坐标系来定义。坐标系可以是整体坐标系或替代坐标系，或其可从被束缚的节点位置自动定义。局部束缚不使用固定坐标系，而是使用节点局部坐标系。

拼接用来连接模型中分别定义的不同部分。每一拼接由一组 *可能被连接的节点* 组成。程序在每一拼接中搜寻在空间共享一个位置的节点，并束缚他们使其像一个节点作用。

## 刚体束缚

刚体束缚将使所有被束缚的节点作为一个三维刚体一起移动。默认地，在每一连接节点的所有自由度都参与。然而，用户可选择一个被束缚的子集。

此束缚可用于：

- 模拟刚性连接，如若干梁和（或）柱子连接在一起
  - 连接结构模型中使用单独网格的不同部分
  - 连接作为偏心加劲肋的框架单元与壳单元
- 拼接可用来自动产生刚体束缚，用来连接相同位置的节点。

更多信息：

- 参见本章主题“拼接”（第 46 页）。

## 节点连接

每一刚体束缚连接一组两个或多个节点在一起。这些节点可在空间任意位置。

## 局部坐标系

每一刚体束缚有其自己的局部坐标系，用 1、2、3 轴来标识。这些对应于用户选择的固定坐标系的 X、Y、Z 轴。

## 束缚方程

束缚方程将在刚体束缚中的任意两个被束缚节点（下标为  $i$  和  $j$ ）的位移关联起来。这些方程以平动（ $u_1$ 、 $u_2$ 、 $u_3$ ）、转动（ $r_1$ 、 $r_2$ 、 $r_3$ ）和坐标（ $x_1$ 、 $x_2$ 、 $x_3$ ）的形式来表达，所有均在束缚局部坐标系中：

$$u_{1j} = u_{1i} + r_{2i}\Delta x_3 - r_{3i}\Delta x_2$$

$$u_{2j} = u_{2i} + r_{3i}\Delta x_3 - r_{1i}\Delta x_2$$

$$u_{3j} = u_{3i} + r_{1i}\Delta x_2 - r_{2i}\Delta x_1$$

$$r_{1i} = r_{1j}$$

$$r_{2i} = r_{2j}$$

$$r_{3i} = r_{3j}$$

这里,  $\Delta x_1 = x_{1j} - x_{1i}$ ,  $\Delta x_2 = x_{2j} - x_{2i}$ ,  $\Delta x_3 = x_{3j} - x_{3i}$

若用户省略了任何一个自由度, 则相应的约束方程不会被强制。若用户省略了一个转动自由度, 则相应的项被从平动自由度方程中去除。

## 平面定义

对于每个隔板或板的约束方程针对一个特定的平面来形成。此平面的位置不重要, 只有其方向是重要的。

默认地, 程序根据如下被约束节点的空间分布来自动确定此平面:

- 确定这些约束点的质心
- 确定在所有约束点的关于质心的二阶矩
- 找到这些二阶矩的主值和主方向
- 最小主二阶矩的方向被认为是垂直于约束平面的; 若所有被约束的点在一个特定平面内, 则此最小主矩将为零。
- 若没有找到特定的平面, 则在坐标系 `csys` 中假定一个水平的 (X-Y) 平面; 若节点重合或在同一直线上, 或空间分布更接近三维而非平面, 就会产生此情况。

用户可通过指定以下来覆盖自动平面选择:

- `csys`: 一个固定的坐标系 (默认为零, 代表整体坐标系)
- `axis`: 在坐标系 `csys` 中的垂直于约束平面的轴 (X、Y、Z)

这是很有用的, 例如, 给一个具有一小阶梯的楼板指定一个水平面。

## 隔板约束

一个隔板约束使所有被其约束的节点作为一个刚性 (相对于膜的变形) 的平面隔板来一起移动。其效果为, 所有约束节点被平面内刚性连接件连接在一起, 但是不影响平面 (板) 外的变形。

这些约束可用来:

- 模拟结构中的混凝土楼板 (或混凝土填充板), 一般有很大的平面内刚度
- 模拟桥梁上部结构中的隔板

对于建筑结构使用刚性隔板, 去除了由于将楼板隔板的较大平面内刚度用膜单元模拟所产生的数值准确性问题。这在建筑结构的侧向 (水平) 动力分析中是十分有用的, 因为其显著减少了所求解特征值问题的规模。楼板隔板的解释见 图 10 (第 38 页)。

## 节点连接

每个隔板约束连接一组两个或多个节点在一起。这些节点在空间的位置是任意的，但是若其均在约束平面内，将有最好效果。否则，约束的限制将产生弯矩，这将在不真实地使结构变刚。若此发生，则在分析结果中报告的约束力可能不是平衡的。

## 局部坐标系

每一隔板约束有其自己的局部坐标系，轴用 1、2、3 代表。局部轴 3 总是垂直于约束平面的。程序任意选择轴平面内轴 1 和 2 的朝向。平面轴的实际朝向并不重要，因为只有法向方向影响约束方程。

更多信息，参见本章中“平面定义”主题（第 37 页）。

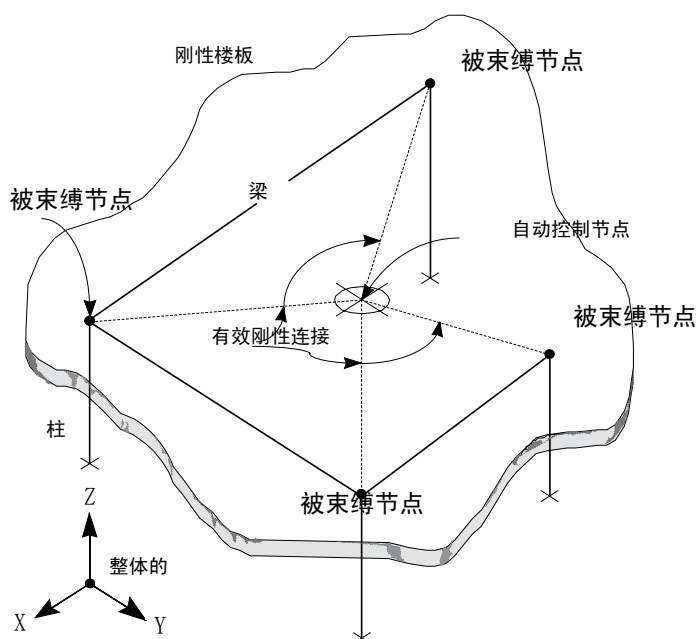


图 10 使用隔板约束模拟一个刚性楼面板

## 约束方程

约束方程将在隔板约束中任意两个被约束点（下标  $i$  和  $j$ ）的位移关联起来。这些方程以平动 ( $u_1$ 、 $u_2$ )、转动 ( $r_3$ ) 和平面内坐标 ( $x_1$ 、 $x_2$ ) 的形式表达，所有均在约束的局部坐标系中：

$$u_{1j} = u_{1i} - r_{3i} \Delta x_2$$

$$u_{2j} = u_{2i} - r_{3i} \Delta x_1$$

$$r_{3i} = r_{3j}$$

这里,  $\Delta x_1 = x_{1j} - x_{1i}$ ,  $\Delta x_2 = x_{2j} - x_{2i}$

## 板束缚

板束缚使其所有被束缚的节点作为刚性（相对于弯曲变形）的平板一起移动。其效果为，所有被束缚的节点被平面外弯曲为刚性的连接件连接在一起，但是不影响面内（膜）的变形。

此束缚用来：

- 连接结构类型单元（框架和壳）至实体类型单元（平面和实体）；此束缚将结构单元中的转动转换为实体单元中的一对相等且反向的平动。
- 在细化的梁弯曲模型中强制“平截面”假定

## 节点连接

每个板束缚连接一组两个或多个节点在一起。节点可以有任意的空间位置。与隔板束缚不同，无论所有节点是否在板束缚平面内，都不会影响平衡。

## 局部坐标系

每个板束缚有其自己的局部坐标系，这些轴用 1、2、3 代表。局部 3 轴总是垂直于束缚平面。程序任意选择平面内轴 1 和 2 的朝向。平面轴的朝向并不重要，因为只有法向方向影响束缚方程。

更多信息：

- 参见本章主题“平面定义”（第 37 页）。

## 束缚方程

束缚方程将板束缚中的任意两个被束缚点（下标  $i$  和  $j$ ）的位移关联起来。这些方程以平面外平动（ $u_3$ ）、弯曲转动（ $r_1$  和  $r_2$ ）和平面内坐标（ $x_1$  和  $x_2$ ）的形式来表达，所有均在束缚的局部坐标系中：

$$u_{3j} = u_{3i} + r_{1i}\Delta x_2 - r_{2i}\Delta x_1$$

$$r_{1i} = r_{1j}$$

$$r_{2i} = r_{2j}$$

这里,  $\Delta x_1 = x_{1j} - x_{1i}$ ,  $\Delta x_2 = x_{2j} - x_{2i}$

## 轴定义

每个杆约束或梁约束的约束方程针对于一个特定的轴写成。此轴的位置不重要，只有其方向是重要的。

默认地，程序通过如下的约束节点的空间分布来确定此轴：

- 确定这些约束点的重心
- 确定在所有约束点的关于重心的的二阶矩
- 找到这些二阶矩的主值和主方向
- 最大主二阶矩的方向被认为是约束的轴；若所有约束的节点在一个特定轴上，则两个最小的主矩将为零
- 若没有找到特定的方向，则在坐标系 `csys` 中假定一个竖直的（Z）轴；若节点重合，或空间分布更接近三维而直线，就会发生此情况。

用户可通过指定以下来覆盖自动轴选择：

- `csys`：一个固定的坐标系（默认为零，代表整体坐标系）
  - `axis`：在坐标系 `csys` 中的约束轴（X、Y、或 Z）
- 这是有用的，例如，当指定一个柱子具有小偏心的竖直轴时。

## 杆约束

杆约束使所有被约束的节点作为刚性的（相对于轴向变形）杆一起移动。其效果为，所有被约束的节点在平行于杆轴的方向保持固定的距离，但垂直于轴的平动和所有转动不受影响。

这种约束可用来：

- 防止在框架单元内产生轴向变形
- 模拟类似刚性桁架的连接

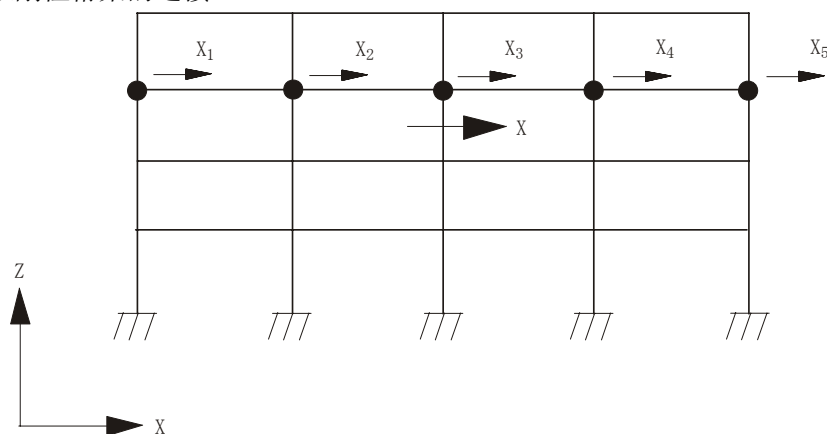


图 11 使用杆约束模拟轴向刚性梁



图 11（第 40 页）中显示了一个使用杆束缚的例题。如果梁轴向变形可忽略，则可定义包含五个节点的单个杆束缚。替代五个方程，程序使用单个方程来定义整个楼层的 X-位移。然而，要注意这将使梁的轴力输出为零，因为束缚使梁的端部在 X 方向共同移动。应清楚的理解使用束缚的这些结果。

## 节点连接

每个杆束缚连接一组两个或多个节点。这些节点在空间的位置是任意的，但是若其均在束缚轴上，将有最好的效果。否则，束缚的限制将产生弯矩，这将在不真实地使结构变刚。若此发生，则在分析结果中报告的束缚力可能是不平衡的。

## 局部坐标系

每个板束缚有自己的局部坐标系，这些轴用 1、2、3 代表。局部 1 轴总是束缚轴。程序任意选择横向轴 2 和 3 的方向。横向轴的实际方向并不重要，因为只有轴向影响束缚方程。

更多信息：

- 参见本章主题“轴定义”（第 40 页）。

## 束缚方程

束缚方程将杆束缚的任意两个被束缚点（下标  $i$  和  $j$ ）的位移关联起来。这些方程以轴向平动（ $u_1$ ）的形式表达：

$$u_{1j} = u_{1i}$$

## 梁束缚

梁束缚使所有被束缚的节点作为一个刚性的（相对于弯曲变形）直梁一起移动。其结果是，所有被束缚的节点被轴外弯曲为刚性的连接件连接，但是不影响沿轴平移或绕轴的旋转。

这些束缚用来：

- 连接结构类型单元（框架和壳）至实体类型单元（平面和实体）；束缚将结构单元中的转动转换为实体单元中的一对相等且反向的平动。
- 防止在框架单元内的弯曲变形

## 节点连接

每个梁束缚连接一组两个或多个节点。节点可以有任意的空间位置。若其均在束缚轴上，将有最好的效果。否则，束缚的限制将产生扭矩，这将在不真实地使结构变刚。若此发生，则在分析结果中报告的束缚力可能不是平衡的。

## 局部坐标系

每个梁束缚有自己的局部坐标系，轴用 1、2、3 代表。局部轴 1 总是束缚轴。程序任意选择横向轴 2 和 3 的方向。横向轴的实际方向并不重要，因为只有轴向影响束缚方程。

更多信息：

- 参见本章主题“轴定义”（第 40 页）。

## 束缚方程

束缚方程将梁束缚中的任意两个被束缚点（下标  $i$  和  $j$ ）的位移关联起来。这些方程以横向平动（ $u_2$  和  $u_3$ ）、横向转动（ $r_2$  和  $r_3$ ）和轴向坐标（ $x_1$ ）的形式来表达，所有均在束缚的局部坐标系中：

$$u_{2j} = u_{2i} + r_{3i} \Delta x_1$$

$$u_{3j} = u_{3i} - r_{2i} \Delta x_1$$

$$r_{2i} = r_{2j}$$

$$r_{3i} = r_{3j}$$

这里， $\Delta x_1 = x_{1j} - x_{1i}$ 。

## 相等束缚

相等束缚使所有被束缚的节点对于局部坐标系内每个被选择的自由度，以相等的位移一起移动。其他自由度不受影响。

相等束缚和刚体束缚的不同在于，在这里转动和平动间没有耦合。

此束缚可应用于将结构模型不同的部位部分地连接在一起，比如膨胀缝和铰。

对于全部连接的网格，当束缚节点并不位于完全相同的位置时，最好使用体束缚。

## 节点连接

每个相等束缚连接一组两个或多个节点。这些节点在空间的位置是任意的，但是若用来连接网格时，所有的节点应共享相同的位置，将有最好的效果。否则，束缚的限制将产生弯矩，这将不真实地使结构变刚。若此发生，则在分析结果中报告的束缚力可能不是平衡的。

## 局部坐标系

每个相等约束使用用户定义的固定的坐标系 `csys`。`csys` 的默认值为零，代表整体坐标系。固定坐标系的轴用 `X`、`Y`、`Z` 代表。

## 选择的自由度

对于每个相等约束，用户可指定一个包含最多六个被约束自由度的列表 `cdofs`。自由度用  $U_X$ 、 $U_Y$ 、 $U_Z$ 、 $R_X$ 、 $R_Y$ 、 $R_Z$  代表。

## 约束方程

约束方程将相等约束中的任意两个被约束点（下标  $i$  和  $j$ ）的位移关联起来。这些方程以平动（ $u_x$ 、 $u_y$ 、 $u_z$ ）、和转动（ $r_x$ 、 $r_y$ 、 $r_z$ ）的形式来表达，所有均在固定坐标系 `csys` 中：

$$u_{xj} = u_{xi}$$

$$u_{yj} = u_{yi}$$

$$u_{zj} = u_{zi}$$

$$r_{1i} = r_{1j}$$

$$r_{2i} = r_{2j}$$

$$r_{3i} = r_{3j}$$

如果在约束定义中忽略六个自由度的任意一个，相应的约束方程将不会被强制。

## 局部约束

局部约束使所有被约束的点，在独立的节点局部坐标系内，对于每个被选择自由度一起移动相同的位移。其他的自由度不受影响。

局部约束和刚体约束不同在于，转动和平动间没有耦合。若所有被约束的节点有同样的局部坐标系，则局部约束和相等约束相同。

此约束可应用于：

- 模拟相对于一条线或一点的对称和反对称情形
- 模拟被机构约束的位移

此类约束的行为依赖于被约束节点局部坐标系的选择。

## 节点连接

每个局部约束连接一组两个或多个节点。这些节点在空间的位置是任意的，若节点不共享相同的位置，约束的限制将产生弯矩。若此发生，则在分析结果中报告的约束力可能

不是平衡的。当施加的荷载不对称时，需要此类弯矩来强制期望的对称位移，或可代表一个机构的约束行为。

更多信息：

- 参见“第四章 节点和自由度”主题“力输出”（第 33 页）
- 参见“第四章 节点和自由度”主题“单元节点力输出”（第 33 页）

### 无局部坐标系

局部约束没有其自己的局部坐标系。约束方程以未约束节点局部坐标系的形式书写，局部坐标系可以不同。这些坐标轴用 1、2、3 来标识。

### 自由度的选择

对于每一个局部约束，用户可指定一个列表 **ldofs**，在被约束的节点局部坐标系中包含最多 6 个自由度。自由度用  $U_1$ 、 $U_2$ 、 $U_3$ 、 $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$  代表。

### 约束方程

约束方程将局部约束中的任意两个被约束点（下标  $i$  和  $j$ ）的位移关联起来。这些方程以平动（ $u_x$ 、 $u_y$ 、 $u_z$ ），和转动（ $r_x$ 、 $r_y$ 、 $r_z$ ）的形式表达，所有均在节点局部坐标系中。所使用的方程依赖于所选择的自由度及其符号。一些重要的情况描述如下。

### 轴对称

轴对称是关于一条线的对称类型。对于一个 Z 轴是对称轴的柱坐标系，其形式很有代表性。结构、荷载和位移均关于一条线轴对称，若他们不随着围绕线的角度而变化，即他们独立于角坐标 **CA**。

使用局部约束来强制轴对称：

- 模拟使用任意轴对称节点和单元网格的结构圆柱扇面。
- 给每个节点指定一个局部坐标系，如局部轴 1、2、3，分别相应于坐标方向+CR、+CA、+CZ。
- 对于每组轴对称的点（即：有同样的坐标 **CR** 和 **CZ**，但不同的 **CA**），定义一个局部约束，使用所有 6 个自由度： $U_1$ 、 $U_2$ 、 $U_3$ 、 $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$ 。
- 约束节点位于在对称线上，至多只允许轴向平动（ $U_3$ ）和转动（ $R_3$ ）。

相应的约束方程为：

$$u_{1j} = u_{1i}$$

$$u_{2j} = u_{2i}$$

$$u_{3j} = u_{3i}$$

$$r_{1i} = r_{1j}$$

$$r_{2i} = r_{2j}$$

$$r_{3i} = r_{3j}$$

数值下标指相应的节点局部坐标系。

### 旋转对称

圆极对称是另一种关于一条线的对称类型。一个 Z 轴为对称线的柱坐标系可以很好地描述。结构、荷载、位移称为关于一条线旋转对称，如果他们随着围绕线的角度位置以一个重复的（周期性）而变化。

用局部束缚强制旋转对称：

- 模拟任意数量的相邻的，有代表性的，结构柱状扇面；用角度  $\theta$  来代表一个节段的大小。
- 给每一个节点分配一个局部坐标系，使得局部轴 1、2、3 分别相应于坐标方向+CR、+CA、+CZ。
- 对于每一组旋转对称点（如有相同的 CR 和 CZ 坐标，但坐标 CA 与  $\theta$  的乘积不同），使用所有 6 个自由度定义一个局部束缚： $U_1$ 、 $U_2$ 、 $U_3$ 、 $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$ 。
- 束缚在对称线上的点，至多只允许轴向平动（ $U_3$ ）和转动（ $R_3$ ）。

相应的束缚方程为：

$$u_{1j} = u_{1i}$$

$$u_{2j} = u_{2i}$$

$$u_{3j} = u_{3i}$$

$$r_{1i} = r_{1j}$$

$$r_{2i} = r_{2j}$$

$$r_{3i} = r_{3j}$$

数值下标指相应的节点坐标系。

例如，假设一个结构由六个相同  $60^\circ$  扇区构成，相同的加载。若模拟为两个相邻的扇区，则每个局部束缚将施加于一组两个节点，除了在  $0^\circ$ 、 $60^\circ$ 、 $120^\circ$  对称平面上的 3 个节点被束缚。

若模拟成单个扇区，则只需束缚在对称平面的节点。

### 关于点的对称

对于一个 Z 轴为对称线的球坐标系，可以很好地描述关于一个点的对称形式。结构，荷载，和位移称为关于一点对称，如果他们不随关于点的角度位置变化，即，他们独立于角度坐标系 SB 和 SA。只允许径向的平动位移。

使用局部束缚强制关于点的对称：

- 使用任意对称节点和单元网格模拟结构的任意球面扇区
- 给每一个节点分配一个局部坐标系，使得局部轴 1、2、3 分别相应于坐标方向+SB、+SA、+SR。
- 对于每一组称点（即，有相同的 SR 坐标，但不同的 SB 和 SA 坐标），只使用自由度  $U_3$  定义一个局部束缚。
- 对于所有的点，束缚自由度  $U_1$ 、 $U_2$ 、 $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$ 。
- 完全束缚所有在对称点的节点。

相应的束缚方程为：

$$u_{3j} = u_{3i}$$

数值下标指相应的局部节点坐标系。

类似于绕一条线的旋转对称，还可以定义一个关于一点对称的情况，如结构的每 45 度都是相同的。

### 拼接

拼接能够用来连接结构模型的不同部分，这些部分使用独立的网格定义。一个拼接不是单个束缚，而是一组节点，程序自动产生用来连接重合节点的多个刚体束缚。

若在节点间的距离小于或等于用户定义的容差 tol，则节点被认为是重合的。可以设置容差为零，但是不建议这样做。

可定义一个或多个拼接，每一个有其自己的容差。只有在拼接中的节点才会被检查其重合性。在最一般的情况，定义单个包含所有模型中节点的拼接；所有重合组节点将被拼接。然而，在期望结构不连续性的情况，需要防止拼接某些重合的节点。这可通过使用多个拼接来实现。

图 12（第 47 页）显示了一个有两种网格的模型，A 和 B。节点 121 至节点 125 在网格 A 中，节点 221 至节点 225 在网格 B 中。节点 121 至 125 和节点 221 至 225 分别共享相同的位置。这些是两个网格间的交互点。为了连接两个网格，可定义包含所有节点的单个拼接，或只是对节点 121 至 125 和 221 至 225。程序在一个集成的模型中产生五个刚体束缚，每个包含两个节点。

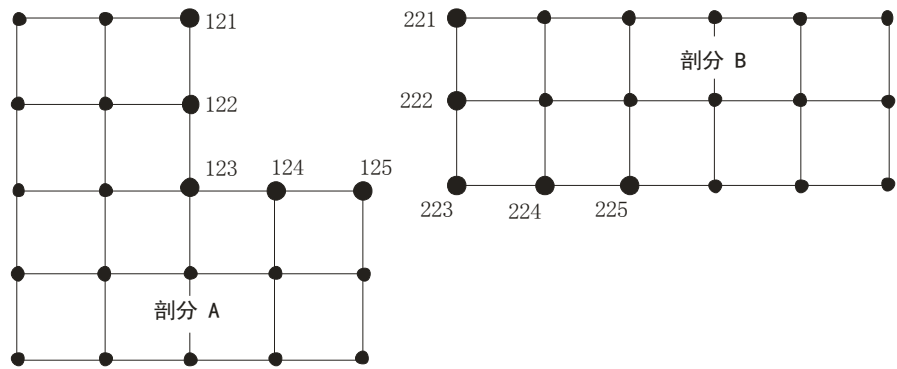


图 12 使用拼接连接在重合点的独立网格

在多个拼接中包含相同的节点是允许的。这会导致若在不同拼接中的节点重合，则其将被束缚在一起。例如，假定拼接 1 包含节点 1、2、3，拼接 2 包含节点 3、4、5。若节点 1、3、5 重合，节点 1 和 3 将被拼接 1 所束缚，节点 3 和 5 将被拼接 2 束缚。程序将产生一个刚体束缚，包含节点 1、3、5。换个说法，若拼接 2 不包含节点 3，程序将只产生一个包含从拼接 1 的节点 1 和 3 的的刚体束缚；节点 5 将不被束缚。

更多信息：

- 参见本章主题“刚体束缚”（第 36 页）。

## 自动控制节点

对于每个显式束缚，以及对于由拼接产生的内部刚体束缚，程序都会自动产生一个内部**控制节点**。每个控制节点控制着相应被束缚点的行为。被束缚自由度的位移是为控制点位移的线性组合。

更多信息：

- 参见“第四章 节点和自由度”主题“自由度”（第 18 页）。

## 刚度、质量和荷载

节点局部坐标系、弹簧、质量、荷载可施加于被束缚的节点，单元也可被连接至被束缚的节点。节点和单元的刚度、质量和来自束缚自由度的荷载，被自动地以一定形式传递至控制节点。

控制节点的平动刚度为在被束缚节点的平动刚度之和。对于平动质量和荷载也是这样。

控制节点的转动刚度为在被束缚节点的所有转动刚度之和，加上在被束缚节点（对于刚体、隔板、板、梁束缚）的平动刚度二阶矩。对于转动质量和荷载，除了平动荷载一阶矩外，也是这样的。对于被束缚的节点质心计算平动的刚度矩、质量矩、荷载矩。若节点没有质量，则使用重心。

### 局部坐标系

每个节点有两个局部坐标系：一个为平动自由度，另一个为转动自由度。每个局部系的轴用 1、2、3 来标识。对于局部束缚，这些轴相应于被束缚点的局部轴。对于其它类型束缚，这些轴被选择为控制节点平动和转动质量的主方向。使用主方向去解除了在控制点局部坐标系内质量分量之间的耦合。

对于隔板或板束缚，控制点的局部 3 轴总是垂直于束缚平面。对于一个梁或杆束缚，控制点的局部 1 轴总是平行于束缚方向。

### 束缚输出

对于每个有多于两个束缚节点的刚体、隔板、板、杆、梁束缚，以下关于束缚和其控制点的信息在输出文件中打印：

- 对于控制点的局部坐标轴的平动和转动
- 对于施加至控制点的束缚的总质量和质量惯性矩
- 三个平动质量的质量中心

自由度用  $U_1$ 、 $U_2$ 、 $U_3$ 、 $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$  标识。他们相对于控制点的两个局部坐标系。



## 第六章 材料属性

材料用来定义框架、索、钢束、壳、平面、轴对称实体和实体单元使用的力学、温度、密度属性。

### 基本主题

- 概述
- 局部坐标系
- 应力和应变
- 各向同性材料
- 质量密度
- 重量密度
- 设计类型指示

### 高级主题

- 正交异性材料
- 各向异性材料
- 温度相关材料
- 单元材料温度
- 材料阻尼
- 非线性材料行为
- 时间相关的属性

### 概述

材料属性可以定义为各向同性、正交异性或各向异性。这些材料属性如何被使用依赖于单元类型。用户定义的每个材料可被不止一个的单元或单元类型使用。对于每个单元类型，材料总是间接通过截面属性被引用。

所有的材料属性可能是依赖于温度的。属性在一系列温度值处被指定，在其它温度的属性通过线性插值得到。

对于给定的程序操作，假定单元使用的属性为常数，忽略结构经历的任何温度变化。每个单元可被指定一个**材料温度**，用来定义分析使用的材料属性。

时间相关的属性包括徐变、收缩和弹性龄期效应等。这些属性在逐步施工分析中被激活，形成顺序分析的基础。

可以定义针对生成框架属性的非线性应力—应变曲线。

## 局部坐标系

每种材料有其自己的**材料局部坐标系**，用来定义弹性和温度属性。这个系统只对正交异性和各向异性的材料是显著的。各向同性材料独立于任意的特别坐标系。

材料局部坐标系的轴用 1、2、3 标识。默认地，材料坐标系沿着每个单元的局部坐标系。然而，用户可指定一系列一个或多个材料角，相对于单元系统旋转材料坐标系，允许正交异性或各向异性属性。

更多信息：

- 参见“第十章 壳单元”主题“截面材料角”（第 120 页）
- 参见“第十一章 平面单元”主题“材料角”（第 136 页）
- 参见“第十二章 轴对称实体单元”主题“材料角”（第 142 页）
- 参见“第十三章 实体单元”主题“材料角”（第 153 页）

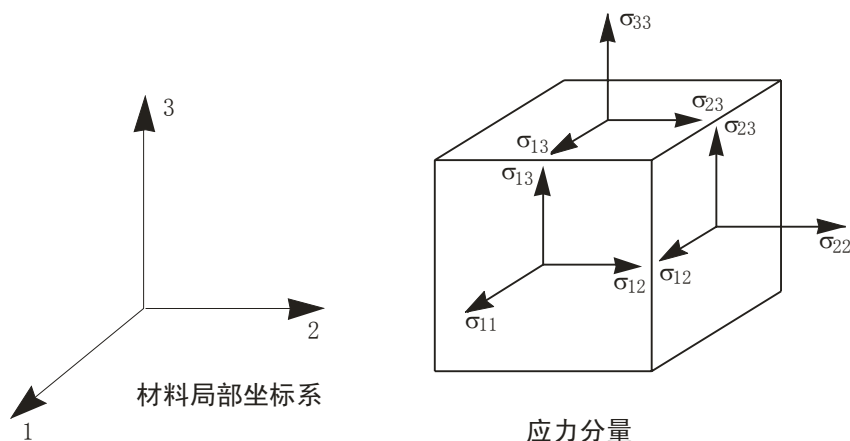


图 13 在材料局部坐标系内的应力分量的定义

## 应力和应变

弹性力学属性与材料内的应力和应变行为相关。应力定义为作用在单元立方体的单位面积上的力，沿着图 13 中的材料轴（第 50 页）。应力  $\sigma_{22}$ 、 $\sigma_{33}$ 、 $\sigma_{23}$  被称为正应力，趋向于引起长度的变化， $\tau_{22}$ 、 $\tau_{33}$ 、 $\tau_{23}$  被称为剪力，趋向于引起角度的变化。

在每个单元中不一定存在所有的应力分量。例如，框架单元中的应力  $\sigma_{22}$ 、 $\sigma_{33}$ 、 $\sigma_{23}$  设为零，在壳单元中应力  $\sigma_{33}$  被认为是零。

正应变  $\epsilon_{11}$ 、 $\epsilon_{22}$ 、 $\epsilon_{33}$  分别计量沿材料轴 1、2、3 的长度变化，并定义为：

$$\epsilon_{11} = \frac{du_1}{dx_1}$$

$$\varepsilon_{22} = \frac{du_2}{dx_2}$$

$$\varepsilon_{33} = \frac{du_3}{dx_3}$$

其中  $u_1$ 、 $u_2$ 、 $u_3$  为位移，且  $x_1$ 、 $x_2$ 、 $x_3$  分别为在材料 1、2、3 方向的坐标。

工程剪切应变  $\gamma_{12}$ 、 $\gamma_{13}$ 、 $\gamma_{23}$  分别计量在材料轴 1-2、1-3、2-3 平面的角度变化，并定义为：

$$\gamma_{12} = \frac{du_1}{dx_2} + \frac{du_2}{dx_1}$$

$$\gamma_{13} = \frac{du_1}{dx_3} + \frac{du_3}{dx_1}$$

$$\gamma_{23} = \frac{du_2}{dx_3} + \frac{du_3}{dx_2}$$

注意工程剪切应变分别为剪切应变  $\varepsilon_{12}$ 、 $\varepsilon_{13}$ 、 $\varepsilon_{23}$  的两倍。

从零应力参考温度的温度变化  $\Delta T$ （可以做为单元荷载指定）可引发应变。除非所产生的热应变被束缚，温度变化不产生应力。

见 Cook, Malkus, 和 Plesha（1989）或其他关于基础力学的教材。

## 各向同性材料

各向同性材料的行为独立于荷载方向或材料朝向。另外，剪切变形与膨胀行为不耦合，且不受温度变化影响。对于钢和混凝土一般假定为各向同性材料，虽然不总是这样。

各向同性的力学和热属性与应变和应力及温度变化的关系为：

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ & & \frac{1}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{1}{G_{12}} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{1}{G_{12}} & 0 \\ & & & & & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_1 \\ a_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Delta T \quad (1)$$

*sym.*

其中  $E_1$  为弹性杨氏模量， $\nu_{12}$  为泊松比， $G_{12}$  为剪切模量， $\alpha_1$  为热膨胀系数。无论材料局部 1、2、3 轴的朝向如何，此关系始终存在。

剪切模量不直接定义，而是用弹性模量和泊松比来定义为：

$$G_{12} = \frac{E_1}{2(1 + \nu_{12})}$$

注意杨氏模量必须为正，且泊松比必须满足：

$$-1 < \nu_{12} < \frac{1}{2}$$

## 单轴材料

单轴材料用于模拟钢筋、索、钢束行为。这些类型对象主要承受轴向拉力并具有一个主要作用方向。在一些应用中，如钢筋用于分层壳截面时，可以考虑剪切行为。

单轴行为可认为一各向同性材料无论应变大小，总具有  $\sigma_{22}=\sigma_{33}=\sigma_{23}=0$ 。此关系带有方向性，并且总是与材料局部 1 轴对齐。

单轴材料力学和热属性与应变和应力及温度变化的关系为：

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{-\nu_{13}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ & & \frac{1}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{1}{G_{12}} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{1}{G_{12}} & 0 \\ & & & & & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ 0 \\ 0 \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} a_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Delta T \quad (2)$$

其中  $E_1$  为弹性模量,  $\nu_{12}$  为泊松比,  $G_{12}$  为剪切模量,  $\alpha_1$  为热膨胀系数。

使用剪切模量时, 不直接定义而是用弹性模量和泊松比来定义为:

$$G_{12} = \frac{E_1}{2(1+\nu_{12})}$$

注意弹性模量必须为正, 泊松比必须满足:

$$-1 < \nu_{12} < \frac{1}{2}$$

## 正交各向异性材料

正交异性材料行为在每个局部坐标方向都可能不同。然而, 和各向同性材料一样, 剪切变形与膨胀行为不耦合, 且不受温度变化影响。

正交异性的力学和热属性与应变和应力及温度变化的关系为:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_2} & \frac{-\nu_{13}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{1}{E_2} & \frac{-\nu_{23}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ & & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{1}{G_{12}} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ & & & & & \frac{1}{G_{23}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Delta T \quad (3)$$

其中  $E_1$ 、 $E_2$ 、 $E_3$  为弹性模量； $\gamma_{12}$ 、 $\gamma_{13}$ 、 $\gamma_{23}$  为泊松比； $G_{12}$ 、 $G_{13}$ 、 $G_{23}$  为剪切模量； $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$ 、 $\alpha_3$  为温度膨胀系数。

注意弹性模量和剪切模量必须为正。若应力和应变矩阵的左上  $3 \times 3$  部分为正定的（即，具有一个正的行列式），泊松比可为任意形式。

## 各向异性材料

各向异性材料行为在每个局部坐标方向都可能不同。而且，剪切变形完全与膨胀行为耦合，还受温度变化影响。

各向异性的力学和热属性与应变和应力及温度变化的关系为：

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\gamma_{12}}{E_2} & \frac{-\gamma_{13}}{E_3} & \frac{-\gamma_{14}}{G_{12}} & \frac{-\gamma_{15}}{G_{13}} & \frac{-\gamma_{16}}{G_{23}} \\ & \frac{1}{E_2} & \frac{-\gamma_{23}}{E_3} & \frac{-\gamma_{24}}{G_{12}} & \frac{-\gamma_{25}}{G_{12}} & \frac{-\gamma_{26}}{G_{12}} \\ & & \frac{1}{E_3} & \frac{-\gamma_{34}}{G_{12}} & \frac{-\gamma_{35}}{G_{12}} & \frac{-\gamma_{36}}{G_{12}} \\ & & & \frac{1}{G_{12}} & \frac{-\gamma_{45}}{G_{12}} & \frac{-\gamma_{46}}{G_{12}} \\ & & & & \frac{1}{G_{13}} & \frac{-\gamma_{56}}{G_{12}} \\ & & & & & \frac{1}{G_{23}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_{12} \\ a_{13} \\ a_{23} \end{Bmatrix} \Delta T \quad (4)$$

其中  $E_1$ 、 $E_2$ 、 $E_3$  为弹性模量； $\gamma_{12}$ 、 $\gamma_{13}$ 、 $\gamma_{23}$  为标准泊松比； $\gamma_{14}$ 、 $\gamma_{24}$ 、...、 $\gamma_{56}$  为剪切与耦合泊松比； $G_{12}$ 、 $G_{13}$ 、 $G_{23}$  为剪切模量；及  $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$ 、 $\alpha_3$  为温度膨胀系数； $a_{12}$ 、 $a_{13}$ 、 $a_{23}$  为温度剪切系数。

注意弹性模量和剪切模量必须为正。所选择的泊松比必须使  $6 \times 6$  的应力—应变矩阵为正定，这意味着矩阵的行列式为正。

这些材料属性可在实验室试验中直接评估。弹性矩阵的每一列代表由适当的单位应力导致的六个应变。六个热膨胀系数用由单位温度变化引发的应变来计算。

## 温度相关的属性

在方程 1 至 3 中给定的所有力学和热属性可能依赖于温度。这些属性由一系列指定的材料温度  $t$  给定。在其它温度的属性通过两个最近指定的温度线性插值得到。在指定范围外的属性使用在最近指定温度的属性。例题见图 14（第 55 页）。

若材料属性独立于温度，用户只需指定单个的任意温度。

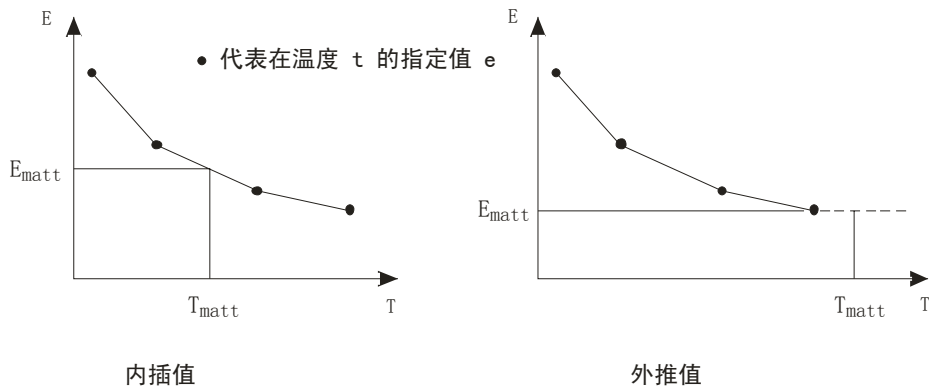


图14 从函数  $E(T)$  确定在温度  $T_{matt}$  的属性  $E_{matt}$

### 单元材料温度

用户可指定给每个单元一个**单元材料温度**。此温度作为计算单元温度相关材料属性的温度。无论在加载过程中单元经历任何温度变化，对于所有分析使用此固定温度的属性。

单元材料温度在单元上可能是均匀的或者从给定节点值插值而定。后一种情况，使用平均节点值作为均匀材料温度。所有单元的默认材料温度为零。

温度相关的属性是恒定的，不管指定的单元材料温度为多少。

### 质量密度

对于每一种材料，用户可指定一个质量密度  $m$ ，用来计算单元的质量。单元的总质量为质量密度（单位体积的质量）和单元体积的乘积。此质量被分配至单元的每一节点。同样的质量在三个平动自由度施加。不计算质量的转动惯性矩。

必须使用一致的质量单位。一般地，质量密度和重量密度除以重力加速度是相同的，但是不是必须的。

质量密度与温度无关。

更多信息：

- 参见“第七章 框架单元”主题“质量”（第 83 页）
- 参见“第九章 索单元”主题“质量”（第 105 页）
- 参见“第十章 壳单元”主题“属性修正”（第 125 页）
- 参见“第十一章 平面单元”主题“质量”（第 136 页）
- 参见“第十二章 轴对称实体单元”主题“质量”（第 143 页）
- 参见“第十三章 实体单元”主题“质量”（第 154 页）

## 重量密度

对于每一材料，用户可指定一个重量密度  $w$ ，用来计算单元的自重。单元的总重量为重量密度（单位体积的重量）和单元体积的乘积。此重量被分配至单元的每一节点。当使用自重荷载和重力荷载的时候，自重被激活。

重量密度与温度无关。

更多信息：

- 参见“第十七章 荷载模式”主题“自重荷载”（第 202 页）
- 参见“第十七章 荷载模式”主题“重力荷载”（第 202 页）

## 材料阻尼

用户可指定在动力分析中使用的材料阻尼。对于不同类型的荷载工况有不同的阻尼类型。材料阻尼是对所有荷载工况有相同影响的材料属性。在每一荷载工况中，用户可指定附加阻尼。

因为阻尼对动力响应有显著的影响，用户在定义其阻尼参数时应仔细。

用于计算阻尼的材料对下列单元类型如下确定：

- 对框架单元，如果指定材料覆盖，则使用此材料。否则使用当前框架截面的材料。对变截面，使用沿截面全长阻尼比的简单平均。
  - 对壳单元，如果指定材料覆盖，则使用此材料。否则使用当前壳截面的材料。对分层壳，使用界面各层所有材料的阻尼比的厚度平均。
  - 对索、钢束、平面、轴对称、实体单元，使用截面的材料
- 材料阻尼不适用于连接单元。

## 模态阻尼

在 SAP200 中的材料模态阻尼为刚度加权的，也被称为**复合模态阻尼**。其对于所有反应谱和模态时程分析使用。对于每一材料，用户可指定一个材料模态阻尼比  $r$ ， $0 \leq r < 1$ 。由此种材料的单元  $j$  贡献于模态  $i$  的阻尼比  $r_{ij}$  为：

$$r_{ij} = \frac{r \phi_i^T \mathbf{K}_j \phi_i}{k_i}$$

其中  $\phi_i$  为模态  $i$  的振动形状。 $\mathbf{K}_j$  为单元  $j$  的刚度矩阵， $k_i$  为模态  $i$  的模态刚度在模型中对所有单元  $j$  取和：

$$k_i = \sum_j \phi_i^T \mathbf{K}_j \phi_i$$

## 粘滞比例阻尼



粘滞阻尼用于直接积分时程分析。对于每一单元，用户可指定一个质量系数  $c_M$ ，一个刚度系数  $c_K$ 。可以直接指定两个系数，或者通过指定在两个不同周期或频率的关键模态阻尼等价分数计算得到。

单元  $j$  材料的阻尼矩阵计算为：

$$\mathbf{C}_j = c_M \mathbf{M}_j + c_K \mathbf{K}_j$$

这里  $\mathbf{M}_j$  是单元质量， $\mathbf{K}_j^0$  是单元刚度。上标“0”表示对非线性单元，使用初始刚度。这是单元在零初始条件的刚度，无论单元当前的非线性状态。此规则的例外是，如果当前非线性状态具有零刚度和零内力或应力（例如开裂的混凝土材料），则假定零阻尼。在正方向负方向加载时零初始刚度不同时，使用较大的刚度。

### 滞后比例阻尼

滞后比例阻尼用于稳态和功能谱密度分析。对于每种材料，用户可指定一个质量系数  $d_M$  和一个刚度系数  $d_K$ 。单元  $j$  材料的滞后阻尼矩阵计算为：

$$\mathbf{D}_j = d_M \mathbf{M}_j + d_K \mathbf{K}_j$$

这里  $\mathbf{M}_j$  是单元质量， $\mathbf{K}_j^0$  是单元刚度。对非线性单元材料刚度如何确定，参见子标题“粘滞比例阻尼”

## 非线性材料行为

非线性材料行为在一些单元中使用方向性材料模型起作用，这时非耦合应力-应变行为模拟为一种或多种应力—应变构成。这是一种简单实用的工程模型，适用于许多应用，例如梁、柱、剪力墙、桥面、隧道、挡土墙等。在使用一种连续模型时，从一个位置到另一个位置当控制应力很显著的改变方向，用户应仔细检查模型是否合适。

非线性材料行为目前是温度无关的。指定的初始温度（大多为正）行为用于所有材料温度。

### 拉和压

对每种材料，用户可以指定一种轴向应力—应变曲线，用于表示材料沿材料轴的直接（拉—压）应力—应变行为。对单轴材料，代表  $\sigma_{11}$  和  $\varepsilon_{11}$  的关系。对各向同性、正交各向异性、各向异性材料，曲线代表沿三个材料轴  $\sigma_{11}—\varepsilon_{11}$ 、 $\sigma_{22}—\varepsilon_{22}$ 、 $\sigma_{33}—\varepsilon_{33}$  每个轴的行为。非线性应力—应变行为在每个方向是相同的，即使对正交各向异性和各向异性材料。

无论材料类型（钢、混凝土等）如何，拉总是正的。应力—应变行为拉和压一侧可以不同。如下所述，方向应力—应变曲线可以写成：

$$\sigma_{ii}(\varepsilon_{ii}) = \begin{cases} \sigma_T(\varepsilon_{ii}), & \varepsilon_{ii} \geq 0 \\ \sigma_C(\varepsilon_{ii}), & \varepsilon_{ii} \leq 0 \end{cases} \quad (\text{公式 5a})$$

这里  $\sigma_T(\varepsilon)$  表示拉行为,  $\sigma_C(\varepsilon)$  表示压行为, 遵循如下限制:

$$\begin{aligned} \sigma_T(\varepsilon) &\leq 0, & \sigma_T(0) &= 0 \\ \sigma_C(\varepsilon) &\leq 0, & \sigma_C(0) &= 0 \end{aligned} \quad (5b)$$

## 剪切

剪切应力-应变曲线直接应力—应变曲线计算。假定剪切行为可以用拉和压行为, 按作用在材料轴 45 平面内的 Mohr 圆进行计算。对各向同性、正交各向异性、各向异性材料, 剪力产生以下对称关系

$$\sigma_{ij}(\varepsilon_{ij}) = \begin{cases} \sigma_S(\varepsilon_{ij}), & \varepsilon_{ij} \geq 0 \\ -\sigma_S(-\varepsilon_{ij}), & \varepsilon_{ij} \leq 0 \end{cases} \quad (\text{公式 6a})$$

这里

$$\sigma_S(\varepsilon_{ij}) = \frac{1}{4}(\sigma_T(\varepsilon_{ij}) - \sigma_C(-\varepsilon_{ij})), \quad \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\gamma_{ij} \geq 0, \quad i \neq j \quad (\text{公式 6b})$$

对单向应力—应变曲线对称的情况, 如钢, 有  $\sigma_T(\varepsilon) = -\sigma_C(-\varepsilon)$  因此

$$\sigma_{ij}(\varepsilon_{ij}) = \frac{1}{2} \begin{cases} \sigma_T(\varepsilon_{ij}), & \varepsilon_{ij} \geq 0 \\ -\sigma_C(-\varepsilon_{ij}), & \varepsilon_{ij} \leq 0 \end{cases}$$

要建立一种材料, 剪切关系  $\sigma_S(\varepsilon)$  是主要的并已知, 可以定义一种对称单向应力—应变关系如下:

$$\sigma_T(\varepsilon) = -\sigma_C(-\varepsilon) = 2\sigma_S(\varepsilon)$$

当对单轴材料考虑剪切应力时, 应力是各向同性材料的一半。按此方法, 对有两种相交为 90 的单轴材料, 剪切行为与各向同性材料相匹配。因此对单轴材料:

$$\sigma_{ij}(\varepsilon_{ij}) = \frac{1}{2} \begin{cases} \sigma_S(\varepsilon_{ij}), & \varepsilon_{ij} \geq 0 \\ -\sigma_S(-\varepsilon_{ij}), & \varepsilon_{ij} \leq 0 \end{cases} \quad (\text{对单轴材料}) \quad (\text{公式 6c})$$

## 滞回

当反向加载时可以使用三种滞回模型定义材料非线性应力应变行为。如下描述

**弹性**

行为是非线性的但为弹性的。这意味着材料加载和卸载沿同样的应力—应变曲线，不耗散能量。

**随动硬化 (Kinematic)**

模型基于随动硬化行为，常见于金属，是程序中对所有金属材料的默认滞回模型。模型耗散可观的能量，适用于延性材料。

更多信息：

- 参见“第十五章 连接/支座单元——高级篇”主题“多段线性随动硬化 (Kinematic) 属性”（第 179 页）

**Takeda**

此模型与分段线性随动硬化模型类似，但是使用基于 Takeda 模型的退化滞回环，如 Takeda, Sozen, Nielsen (1970) 所述。适用于混凝土和其他脆性材料，是程序中对混凝土材料的默认滞回模型。比随动硬化模型耗散的能量少。

更多信息：

- 参见“第十五章 连接/支座单元——高级篇”主题“多段线性 Takeda 塑性属性”（第 181 页）

**应用**

非线性应力—应变曲线应用在如下两方面。

**纤维铰**

纤维铰用于定义沿框架单元长度方向一些位置的耦合轴力和双向弯矩行为。可以手工定义铰，或者对某些类型框架截面自动定义，包括截面设计器截面。

在纤维铰截面的每个纤维，材料单向非线性应力—应变曲线用于定义轴向  $\sigma_{11}$ — $\varepsilon_{11}$  关系。在一个截面对所有纤维求和并乘以铰长度给出轴力—变形和双向弯矩—转角关系。

$\sigma_{11}$ — $\varepsilon_{11}$  与材料单轴、各向同性、正交各向异性、各向异性一样。剪切行为在纤维中不考虑。对框架截面剪切行为按通常的使用线性剪切模量  $G_{12}$  进行计算。

更多信息：

- 参见“第七章 框架单元”主题“截面设计器截面”（第 71 页）
- 参见“第八章 框架铰属性”（第 91 页）

**分层壳模型**

具有分层截面属性的壳单元可以考虑线性、非线性、混合材料行为。对每层选择一个材料、材料角以及每层的平面内应力—应变关系是线性/非线性/无效(零应力)。这些关系包含  $\sigma_{11}$ — $\varepsilon_{11}$ 、 $\sigma_{22}$ — $\varepsilon_{22}$ 、 $\sigma_{12}$ — $\varepsilon_{12}$ 。

对单轴材料，总有应力  $\sigma_{22}=0$ 。然而假定剪切刚度存在，也可以通过设定剪切关系无效设置为零。

对所有材料，横向正应力  $\sigma_{33}=0$ 。横向剪切行为总是线性的，按材料矩阵使用适当的剪切模量 G13 和 G23（上面公式 1-4）。

如果对一个给定的层所有三个平面关系都是线性的，则使用相应的线性举行（上面公式 1-4），调整平面应力条件  $\sigma_{33}=0$ 。包含泊松 Possion 效应，在两方向可以是耦合的。

如果对一个给定的层任何平面内关系是非线性的或无效的，则相应三个关系是非耦合的，遵循下列规则：

- 泊松比取为零。
- 线性单向应力—应变关系使用来自材料矩阵的刚度 E1。（公式 1-4）。
- 线性剪切应力—应变关系使用剪切模量 G12（公式 1-4）。
- 非线性单向应力—应变关系使用上面公式 5。
- 非线性剪切应力—应变关系使用上面公式 6。
- 无效应力—应变关系假定相应的应力为零。

对一个给定的层，应力—应变行为总是按对该层的材料角在材料坐标系统指定。当使用单轴材料时，特别重要的是  $\sigma_{33}=0$ 。

更多信息：

- 参见“第十章 壳单元”主题“分层壳属性”（第 120 页）

## 摩擦和膨胀角

对混凝土材料，可以指定摩擦角和膨胀角。通常设为零。摩擦角是实验参数，一般不推荐使用。膨胀角是以后版本预留参数，对模型不起作用。

摩擦角  $\phi$  假定。对推荐值  $0 \leq \phi < 90^\circ$ ，剪切行为如上所述。对实验值  $\phi > 0$ ，剪切应力主要使用摩擦模型计算，具有线性刚度  $G_{12}$ ，限制应力为

$$\sigma_{12} \leq \tan \phi \begin{cases} 0 & \sigma \geq 0 \\ -\sigma & \sigma < 0 \end{cases} \quad (\text{公式 7a})$$

这里  $\sigma = (\sigma_{11} + \sigma_{22})/2$ 。此公式需要压力形成剪切强度。此外，内摩擦用（公式 6a）添加，但只考虑由于受拉对剪切的贡献

$$\sigma_s(\epsilon_{12}) = \frac{1}{4} \sigma_T(\epsilon_{12}) \quad \epsilon_{12} = \frac{1}{2} \gamma_{12} \geq 0 \quad (\text{公式 7b})$$

这种行为（如果感兴趣）可能对计算不利，除非模型很好定义并且合理加载，，使用配筋提供足够的延性。重复：这是实验行为，对一般正常使用不推荐。

## 时间相关的属性

对于任何具有混凝土或钢的设计属性的材料，用户可以指定与时间相关的属性，用来在阶段施工分析中进行徐变、收缩和龄期效应计算。

更多信息：

- 参见“第二十三章 非线性静力分析”主题“阶段施工”（267 页）。

### 属性

对于混凝土类型的材料，用户可以指定：

- 龄期参数，用来确定随着时间的弹性模量的变化
- 收缩参数，用来确定随着时间的正应变的减小
- 徐变参数，用来确定在应力的作用下随着时间的应变的变化

对于钢束类型的材料，可以指定松弛性能，用来确定在应力作用下随着时间的应变的变化，类似于徐变。

目前这些性能是用 CEB-FIP 的参数来指定的，参见 Comité Euro-International Du Béton（1993）。

### 时间积分控制

对于每种材料，用户可以选择是用完全积分还是用 Dirichlet 级数近似来模拟徐变性能。

在完全积分里，分析中的每个应力增量成为材料记忆的一部分。这会导致精确的结果，但是对于大量应力增量的长分析，需要计算机的存储和计算时间以增量数量的平方来增加。对于大规模问题，这将使得求解过程变得不切实际。

使用 Dirichlet 级数近似法（Ketchum, 1986），用户可以选择一个固定数目的级数项来存储。每项都用应力增量来进行修改，但是项的数量在分析过程中是不变的，这就意味着存储和运行时间与应力增量的数量成线性关系。Dirichlet 级数的每一项可以视为在特征松弛时间的弹簧和阻尼器系统，用户可以尝试用不同数量的项来检查分析结果，以确定自己的选择是恰当的。

推荐用户使用小型问题来代表自己的大型模型，并且对比各种数量的级数与完全积分的解答，以确定恰当的级数近似方法。

## 设计类型

对每种材料用户可指定一个**设计类型**，用来表示其在 SAP2000、ETABS、SAFE 交互式用户界面里如何考虑设计。可选用的设计类型有：

- 钢：此种材料的框架单元将按钢结构设计规范被设计
- 混凝土：此种材料的框架单元将按混凝土结构设计规范被设计

- 铝：此种材料的框架单元将按铝结构设计规范被设计
- 冷弯：此种材料的框架单元将按冷弯钢结构设计规范被设计
- 无：此种材料的框架单元将不被设计

当选择一种设计类型后，用于设计的附加材料属性需要被指定，他们不会影响分析。联机帮助和设计文档提供了更多的设计属性信息。

## 第七章 框架单元

**框架**单元非常有用，可以用来模拟平面和空间的梁、柱、支撑和桁架。用户可以通过**框架铰**来实现材料非线性。

### 基本主题

- 概述
- 节点连接
- 自由度
- 局部坐标系
- 截面属性
- 插入点
- 端部偏移
- 端部释放
- 质量
- 自重荷载
- 集中跨荷载
- 跨间分布荷载
- 内力输出

### 高级主题

- 高级局部坐标系统
- 属性修改
- 非线性属性
- 重力荷载
- 温度荷载
- 应变和变形荷载
- 目标力荷载

### 概述

框架单元使用一般的三维梁—柱公式，包括双轴弯曲、扭转、轴向变形、双轴剪切变形等效应。见 Bathe 和 Wilson（1976）。

用此单元可模拟的结构包括：

- 三维框架
- 三维桁架
- 平面框架

- 平面网架
- 平面框架
- 索

框架单元被模拟为连接两点的直线。在交互式用户界面，用户可按其指定，将曲线对象分割为多个直线对象。

每个单元有其自己的局部坐标系，用来定义截面属性、荷载，及输出表示。

单元可以是等截面或变截面的。变截面模式允许单元长度被分割为任意数目的节段，在其上属性可变化。在每一节段长度上，弯曲刚度变化可以是线性、抛物线或三次方的。在每一节段上，轴向、剪切、扭转、质量和重量属性均线性变化。

插入点和端部偏移可用来考虑梁和柱交点的有限尺寸。当一个单元的端部嵌固到梁和柱的交点时，端部偏移可指定为部分或完全刚性，用来模拟刚性效应。端部释放还可模拟单元端部不同的固定条件。

每个框架单元可施加重力（在任意方向）、多个集中荷载、多个分布荷载、应变和变形荷载、由温度变化引起的荷载。

可使用目标力荷载，通过迭代单元的变形荷载以达到期望的轴力。

单元内力可在单元端部和沿单元长度用户指定的等间距输出站产生。

索行为最好使用悬链索单元（第九章 索单元，第 101 页）来模拟。然而有些情况可以使用恰当属性的框架单元来模拟。用户可在单元端部释放弯矩，虽然我们建议用户保留小的实际弯曲刚度。用户可按需要添加非线性性能，如非压属性、拉伸强化（P- $\Delta$ 效应）、大变形。这些特性需要非线性分析。

## 节点连接

框架单元用一连接两点  $i$  和  $j$  的直线代表，除非用以下的节点偏移改变。两点必须在空间不同的位置。单元的两个端点分别用端部 I 和端部 J 来表示。

默认地，单元中性轴为沿连接两节点的线。但用户可用插入点来改变，如主题“插入点”（第 77 页）中所描述。

## 节点偏移

有时单元的轴不能方便地用结构中连接至其他单元的节点来定义。在单元的每一端部，用户可独立的指定**节点偏移**。他们以三个平行于整体坐标轴的距离分量（X、Y、Z）给出，从节点至单元端部度量（在插入点）。节点偏移沿直角坐标指定为插入点的一部分，尽管他们具有独立的特性。

两个位置由坐标  $i$  和  $j$  指定，加上相应的节点偏移，用来定义单元的轴线。这两个位置不能是重合的。一般建议偏移垂直于单元轴线，但并不是必须的。



沿单元轴线的偏移一般用端部偏移而不是节点偏移定义。见“端部偏移”主题（第 78 页）。端部偏移是单元长度的一部分，有单元的属性 and 荷载，可能是或不是刚性的。节点偏移是单元外部的，不具有任何质量或荷载。程序内部沿节点偏移生成一个完全刚性的约束。

作为插入点指定的一部分，节点偏移沿着主节点被指定，虽然他们有是不同的特性。

更多信息：

- 参见本章主题“插入点”（第 77 页）
- 参见本章主题“端部偏移”（第 78 页）

## 自由度

在其两个连接点，框架单元激活了所有六个自由度。若用户想模拟在端部不传递弯矩的桁架或索单元，用户可指定其一：

- 设置几何截面属性  $J$ 、 $I_{33}$ 、 $I_{22}$  均为零（ $A$  非零、 $A_{s2}$ 、 $A_{s3}$  为任意），或
  - 在两端释放两个弯曲转动， $R_2$  和  $R_3$ ，且在任意一端释放扭转转动  $R_1$ 。
- 在任一种情况，节点偏移和端部偏移必须设置为零以避免端部弯矩。

更多信息：

- 参见“第四章 节点和自由度”主题“自由度”（第 18 页）
- 参见本章主题“截面属性”（第 69 页）
- 参见本章主题“端部偏移”（第 78 页）
- 参见本章主题“端部释放”（第 80 页）

## 局部坐标系

每一框架单元有其自己的**单元局部坐标系**，用来定义截面属性、荷载和输出。此系统的局部坐标轴用 1、2、3 代表。第一个轴沿单元长度方向；后两轴位于和用户指定的单元方向相垂直的平面内。

清楚地理解单元局部 1-2-3 坐标系定义及其和整体 X-Y-Z 坐标系的关系是很重要的。两个系统都是右手坐标系。通过定义局部坐标系，用户可以方便的输入数据和解释结果。

在多数结构中，定义单元的局部坐标系是很简单的。但是在此提供的方法，在很复杂的情况中可提供足够的能力和灵活性来描述框架单元的方向。

最简单的方法，使用在此主题中描述的**默认方向及框架单元坐标角**。定义框架单元局部坐标系的其他方法在下一主题中描述。

更多信息：

- 参见“第三章 坐标系”（第 7 页）中对此主题概念和术语的描述
- 参见本章主题“高级局部坐标系”（第 66 页）

### 纵轴 1

局部轴 1 总是单元的纵向轴，正方向为由 I 端至 J 端。

此轴位于截面的中心。当定义了插入点时，此轴可以从节点 i 和 j 偏移相应的节点偏移，如果存在，加上相应直角坐标点到中心的距离。见主题“插入点”（第 77 页）。

具有不在直角坐标中心的变截面单元可以带有不是直线的局部 1 轴。更具体的说，轴在每个变截面段上是直线，但可以改变方向，甚至可以再截面边界具有偏移。相应的，在各段之间可以看到力和弯矩的跳跃。见主题“变截面”（第 74 页）

### 默认方向

局部 2 和 3 轴的默认方向是根据局部 1 轴与整体 Z 轴的关系来确定的：

- 局部 1-2 平面是垂直的，即平行于 Z 轴
- 局部 2 轴具有向上的(+Z)方向，若单元是垂直的，局部 2 轴定义为沿水平+X 方向
- 局部 3 轴是水平的，即处于 X-Y 平面内

若局部 1 轴和 Z 轴夹角的正弦值小于  $10^{-3}$ ，则单元被认为是垂直的。

局部 2 轴与垂直轴的夹角和局部 1 轴与水平面的夹角相同。这意味着，对水平单元而言，局部 2 轴是垂直向上的。

### 坐标角

框架单元的坐标角 **ang** 用来定义不是默认方向的单元方向。它是局部 2 和 3 轴绕正的局部 1 轴从默认方向旋转的角度。当局部 1 轴指向用户时，若旋转为逆时针，则 **ang** 为正值。

对于垂向单元，**ang** 是局部 2 轴和水平+X 轴间的夹角。否则，**ang** 是局部 2 轴和包含局部 1 轴的垂直面的夹角。例题见 图 15（第 67 页）。

对具有非中心直角坐标点的变截面单元，局部轴可以不是直线，导致局部 2 轴和 3 轴在各段间可以改变方向。但这种改变相对于没有插入点的单元，一般是偏离轴很小。

## 高级局部坐标系

默认地，使用相对于整体方向+Z 和+X 的单元坐标角来定义单元局部坐标系，如前面主题中所述。在某些模型中，对定义局部坐标系有更多的控制是有用的。

本主题描述了当单元局部坐标角 **ang** 为零时，如何用相对于任意的参考向量来定义横向局部 2 和 3 轴的方向。若 **ang** 非零，则它是局部 2 和 3 轴绕正的局部 1 轴的从参考向量定义朝向的旋转角度。局部 1 轴总是由单元的 I 端指向 J 端。

更多信息：

- 参见“第三章 坐标系”（第 7 页）中对本主题中的概念和术语描述
- 参见本章主题“局部坐标系”（第 65 页）

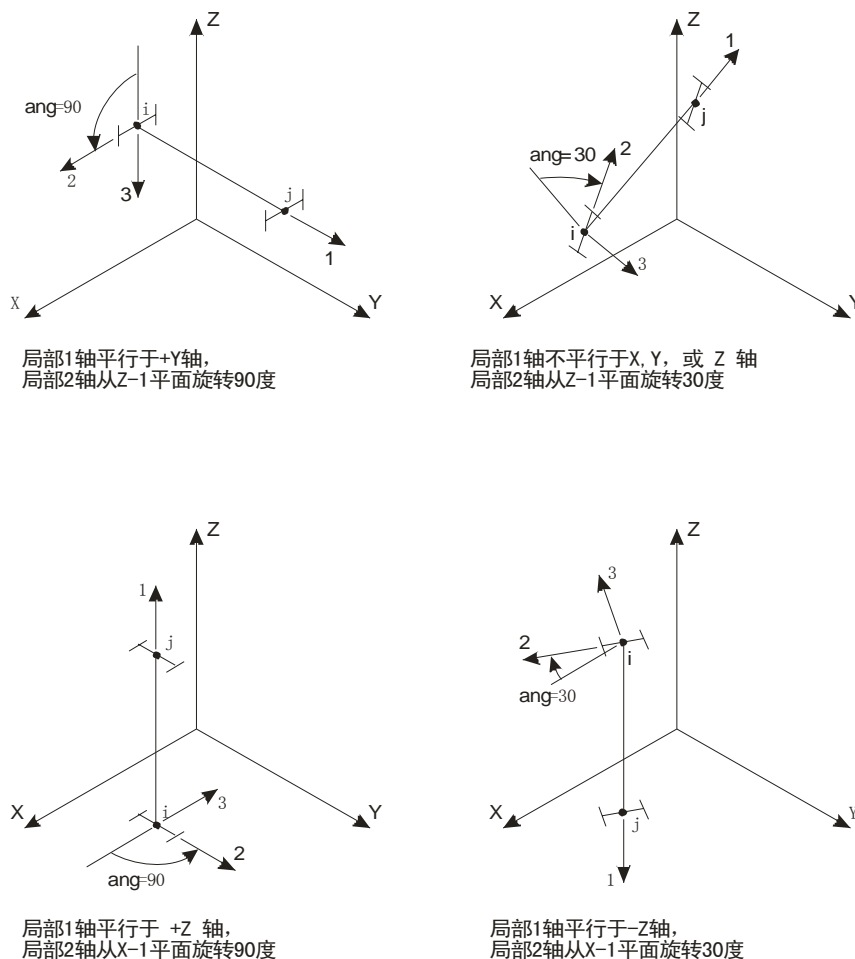


图15 相对于默认方向的框架单元坐标角

## 参考向量

要定义横向的局部 2 和 3 轴，用户要指定一个平行于期望的 1-2 和 1-3 平面的**参考向量**。参考向量需在相应的横向局部轴（2 和 3）上有正的投影。这意味着参考向量正方向和期望横向轴正方向的夹角要小于 90 度。

要定义参考向量，用户需首先指定或使用默认值：

- 一个主坐标方向 `pldirp`（默认为+Z）
- 一个次坐标方向 `pldirs`（默认为+X）。方向 `pldirs` 和 `pldirp` 不应相互平行，除非用户确认他们不平行于局部 1 轴
- 一固定坐标系 `csys`（默认为零，表示整体坐标系）
- 局部平面，`local`，将被参考向量决定，（默认为 12，代表平面 1-2）

可以选择性地指定：

- 一对点 **plveca** 和 **plvecb**（默认为零，表示单元中心）。若他们均为零，则不使用此选项。

对每个单元，参考向量由如下确定：

1. 一个从节点 **plveca** 至节点 **plvecb** 的向量。若此向量具有有限长度，且不平行于局部 1 轴，则其作为参考向量  $V_p$  使用
2. 否则，主要坐标方向 **pldirp** 在固定坐标系 **csys** 中的单元中心进行计算。若此方向不平行于局部 1 轴，则其被用作参考向量  $V_p$
3. 否则，次要坐标系方向 **pldirs** 在固定坐标系 **csys** 中单元中心进行计算。若此方向不与局部 1 轴平行，其被用作参考向量  $V_p$
4. 否则，此方法失败且分析中止。若 **pldirp** 不平行于 **pldirs**，这不会发生

若一个向量与局部 1 轴的夹角的正弦值小于  $10^{-3}$ ，则认为与局部 1 轴平行。

同时使用框架单元坐标角和坐标方向来定义参考向量见 图 16（第 68 页）。使用节点来定义参考向量见 图 17（第 69 页）。

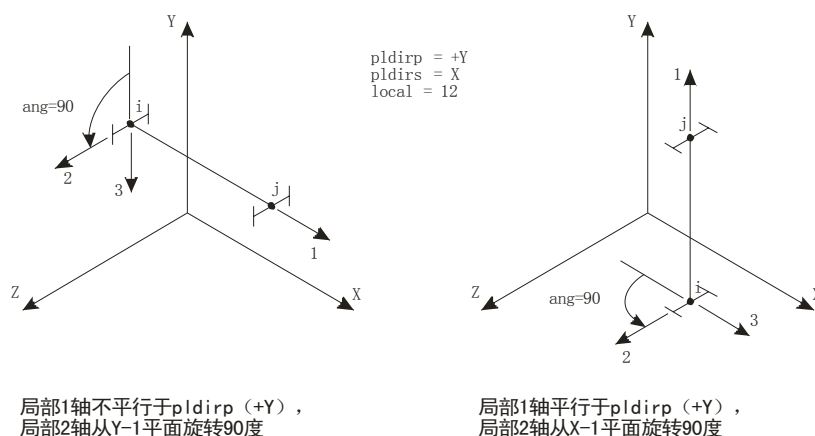


图 16 相对于坐标方向的框架单元坐标角

## 确定横向 2 和 3 轴

当定义完参考向量后，程序使用向量叉积来确定横向 2 和 3 轴。3 个轴用 3 个单位向量  $V_1$ ， $V_2$  和  $V_3$  代表。这些向量满足以下关系：

$$V_1 = V_2 \times V_3$$

横向 2 和 3 轴如下定义：

- 若参考向量平行于 1-2 平面，则：

$$\mathbf{V}_3 = \mathbf{V}_1 \times \mathbf{V}_p \quad \text{和}$$

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{V}_3 \times \mathbf{V}_1$$

- 若参考向量平行于 1-3 平面，则：

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{V}_p \times \mathbf{V}_1 \quad \text{和}$$

$$\mathbf{V}_3 = \mathbf{V}_1 \times \mathbf{V}_2$$

一般地，若参考向量垂直于  $\mathbf{V}_1$  轴，则在所选择平面中的横向轴等于  $\mathbf{V}_p$ 。

以下的两个指定是等效的：

- (a) local=12, plveca=0, plvecb=100
- (b) local=13, plveca=101, plvecb=102

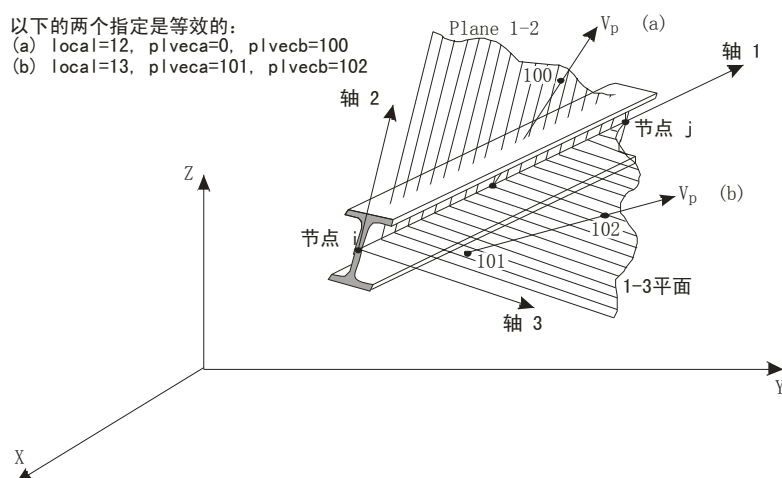


图 17 使用节点定义框架单元局部坐标系

## 截面属性

一个**框架截面**是描述一个或多个框架单元截面属性的材料和几何属性的集合。截面独立于单元定义，且被指定给单元。

截面属性有两种基本类型：

- 等截面——所有属性沿整个单元长度恒定
- 变截面——属性可以沿单元长度变化

变截面通过引用两个或多个以前定义的等截面来定义。

除了最后一个，以下所有的子主题描述了等截面的定义。最后的子主题“变截面”，描述了如何使用等截面来定义变截面。

## 局部坐标系

截面属性相对于框架单元的局部坐标系按如下定义：

- 方向 1 是沿着单元的轴线。其垂直于截面且通过截面两中性轴的交点

- 2 和 3 平行于截面中性轴。一般来讲 2 轴沿着截面主尺寸（深度），3 轴沿着其次尺寸（宽度），但这不是必须的。

更多信息

- 参见本章中“局部坐标系”主题（第 65 页）。

### 材料属性

截面材料属性由一个预先定义的材料来指定。使用各向同性材料，即使所选材料被定义为正交各向异性或各向异性。截面使用的材料属性为：

- 弹性模量， $E_I$ ，用于轴向刚度和弯曲刚度
- 剪切模量， $G_{I2}$ ，用于扭转刚度和横向剪切刚度
- 温度膨胀系数， $\alpha_I$ ，用于轴向膨胀和温度弯曲应变
- 质量密度， $m$ ，用于计算单元质量
- 重量密度， $w$ ，用于计算自重和重力荷载

材料属性  $E_I$ ， $G_{I2}$ ，和  $\alpha_I$  在每个单独框架单元的材料温度处得到，所以对某一截面不一定是唯一的。

更多信息：

- 参见“第六章 材料属性”（第 49 页）

### 几何属性和截面刚度

使用 6 个基本几何属性以及材料属性一起，来生成截面的刚度。他们是：

- 截面面积  $A$ ，截面的轴向刚度为  $A \cdot E_I$ ；
- 在 1-2 平面关于 3 轴弯曲的惯性矩  $I_{33}$ ，和在 1-3 平面内关于 2 轴弯曲的惯性矩  $I_{22}$ 。相应的截面弯曲刚度为  $I_{33} \cdot E_I$  和  $I_{22} \cdot E_I$ ；
- 扭转常数  $J$ 。截面的扭转刚度为  $J \cdot G_{I2}$ 。注意除圆截面外，扭转常数和极惯性矩不同。更多信息见文献 Roark 和 Young（1975）或 Cook 和 Young（1985）。
- 分别对于在 1-2 和 1-3 平面内横向剪力的剪切面积  $A_{s2}$  和  $A_{s3}$ 。相应的截面横向剪切刚度为  $A_{s2} \cdot G_{I2}$  和  $A_{s3} \cdot G_{I2}$ 。图 18（第 72 页）给出了计算标准截面剪切面积的公式。

设置  $A$ 、 $J$ 、 $I_{33}$ 、 $I_{22}$  为零将使相应的截面刚度为零。例如，一桁架单元可通过设置  $J=I_{33}=I_{22}=0$  来模拟，平面 1-2 内的平面框架构件可通过设置  $J=I_{22}=0$  来模拟。

设置  $A_{s2}$  或  $A_{s3}$  为零使相应的横向剪切变形为零。在效果上，一个零剪切面积被理解为无限。若相应的弯曲刚度为零，则横向剪切刚度被忽略。

### 形状类型

对每一截面，六个几何属性（ $A$ 、 $J$ 、 $I_{33}$ 、 $I_{22}$ 、 $A_{s2}$ 、 $A_{s3}$ ）可以直接指定，用指定的截面尺寸计算，或从指定属性的数据库文件读取。这是由用户指定的形状类型 **shape** 决定的：

- 若 **shape**=GENERAL（一般截面），需清楚地指定 6 个几何属性

- 若shape=RECTANGLE、PIPE、BOX/TUBE、I/WIDE FLANGE，或者程序提供的七种其他类型，程序将自动从指定的截面尺寸计算出 6 个几何属性，如“自动截面属性计算”中所述。
- 若shape=SD SECTION（截面设计器截面），用户可以在程序内部创建自己任意形状的截面，并且自动计算 6 个几何属性。参见下面的“自动截面属性计算”。
- 若shape=NONPRISMATIC，这种截面将沿着单元长度方向从先前定义的截面（见“变截面”）来进行插值。

### 自动截面属性计算

六个几何截面属性可自动从图 19（第 73 页）所示的简单形状指定的尺寸计算出来，以及程序提供的其他类型。每一形状所需的尺寸如图所示。

注意尺寸  $t_3$  是截面在方向 2 的深度，主要对  $I_{33}$  有贡献。

### 截面属性数据库文件

几何截面属性可从一个或多个截面属性数据库文件中得到。SAP2000 目前提供了几种数据库文件，包括：

- AA6061-T6.PRO：美国铝结构库
- AISC3.PRO：美国型钢库
- BSShapes.PRO：英国型钢库
- Chinese.PRO：中国型钢库
- CISC.PRO：加拿大型钢库
- SECTIONS8.PRO：是 AISC3.PRO 的副本。

额外的属性数据库可用 Excel 宏 PROPER.xls 建立。在数据库建立时，几何属性以指定的长度为单位保存。这些被 SAP2000 自动转换为输入文件使用的单位。

在数据库文件中的每一形状类型可被引用为 1 或 2 个不同的标签。例如，在文件 AISC3.PRO 中，W36x300 的形状类型可被引用为“W36X300”或“W920X446”。存储在 CISC.PRO 的形状类型只可引用为一个标签。

当定义框架截面时，用户可以选择一个数据库文件来使用，在定义截面的任何时候，可以改变此数据库文件。如果没有指定数据库文件，将用默认的 SECTIONS8.PRO。用户可以将任意的属性数据库拷文件到 SECTIONS8.PRO 中。

所有截面属性数据库文件，包括文件 SECTIONS8.PRO，必须位于输入数据文件的目录或 SAP2000 可执行文件的目录中。若一指定的数据库文件位于两个目录中，程序将使用在输入数据文件目录中的文件。

### 截面设计器截面

内置于 SAP2000 和 ETABS 中的截面设计器是一个独立的工具，能够用来生成用户自己的框架截面属性。用户可以创建任意几何形状和不同材料组合的截面。基本分析集合属性（面积、惯性矩、扭转常数）能够计算出来并应用于分析之中。而且，截面设计器还可以计算非线性框架铰的属性。

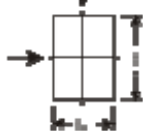
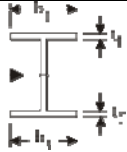

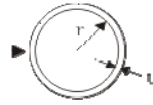

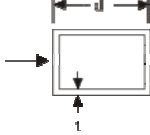
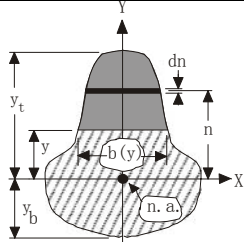
截面	描述	有效剪切面积
	长方形截面 剪力平行于 b 或 d 方向	$\frac{5}{6}bd$
	宽翼缘截面 剪力平行于翼缘	$\frac{5}{3}t_fb_f$
	宽翼缘截面 剪力平行于腹板	$t_w d$
	薄壁 圆管形截面 剪力从任何方向	$\pi r t$
	实心圆形截面 剪力从任意方向	$0.9\pi r^2$
	薄壁 长方形管截面 剪力平行于 d 方向	$2td$
	一般截面 剪力平行于 Y 方向 IX=截面关于 X-X 的惯性矩 $Q(Y) = \int_y^{y_t} nb(n)dn$	$\frac{I_X^2}{\int_{y_b}^{y_t} \frac{Q^2(y)}{b(y)} dy}$

图 18 剪切面积公式



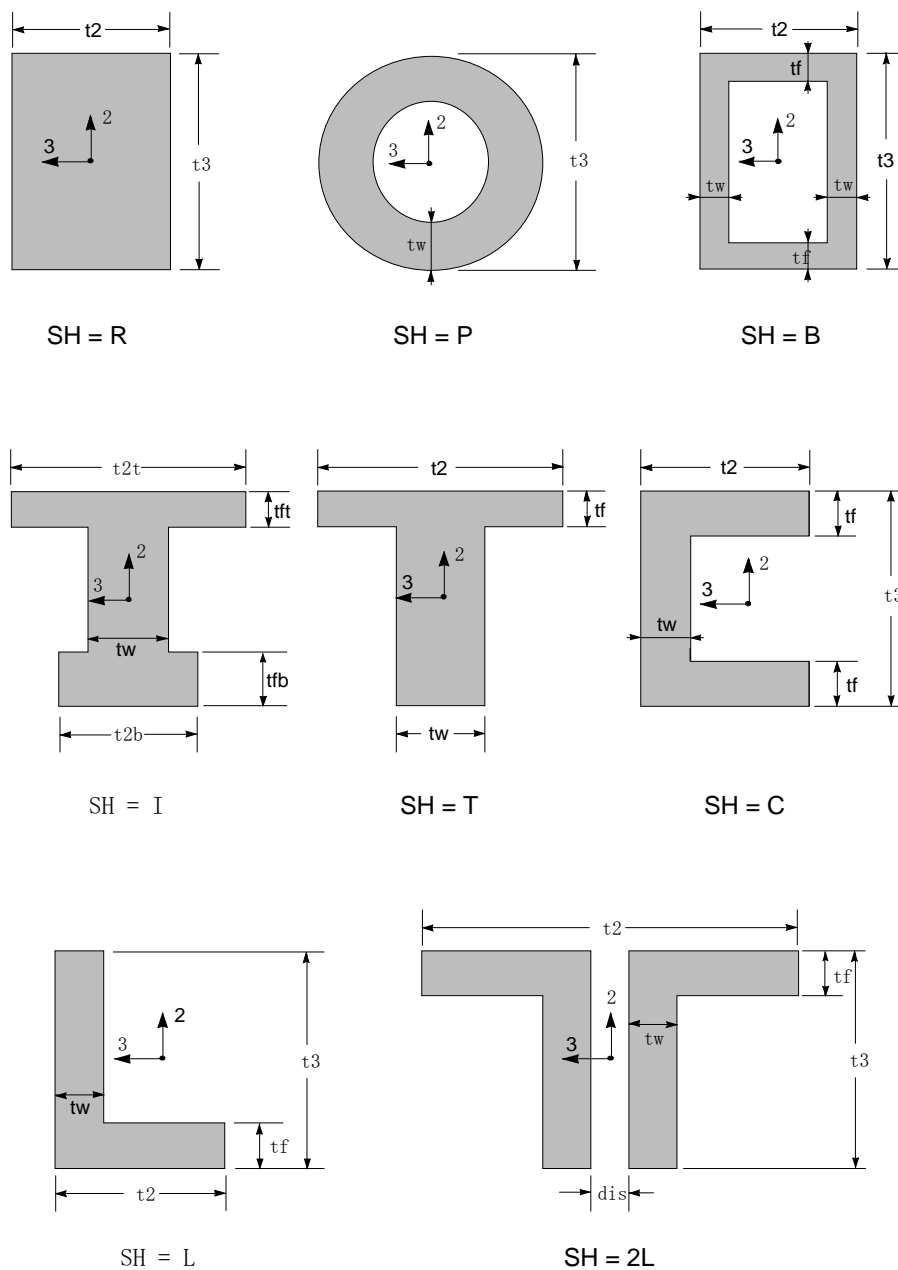


图 19 自动截面属性计算

### 附加质量和重量

用户对一截面可指定材料质量和重量外的附加质量或重量。附加质量或重量使用参数  $m_{pl}$  和  $w_{pl}$ ，按每单位长度来指定。例如，他们可用来代表附加于框架单元的非结构材料的效应。

无论截面的面积大小如何，附加质量和重量都将起作用。对所有形状类型， $m_{pl}$  和  $w_{pl}$  的默认值为零。

### 变截面

对属性沿单元长度变化可指定变截面。用户可指定单元被分为任意数量的节段；他们不需要是等长的。一般情况可用一至五个节段模拟。

弯曲刚度沿节段长度的变化可以是线性、抛物线、或三次曲线。轴向、剪切、质量、重量属性均沿长度线性变化。截面属性可从一个截面到另一个截面不连续改变。

变截面例题见 图 20（第 75 页）。

### 节段长度

变截面长度可指定为一变化长度  $v_l$ ，或一绝对长度  $l$ ，默认  $v_l=1$ 。

当指定一变截面给一单元时，对每一单元每个节段的实际长度如下定义：

- 单元净长度  $L_c$ ，首先取为总长度减去端部偏移：

$$L_c = L - (\text{ioff} + \text{joff})$$

- 若各节段的绝对长度之和超过了净长度，他们将被按比例缩短至其之和等于净长度。否则使用绝对长度来指定。
- 余下的长度（净长度减去绝对长度之和），按所指定长度的比例在节段中分割。如，对于  $v_l=1$  和  $v_l=2$  的两个节段，1/3 的剩余长度将指派给第一个节段，2/3 指派给第二个节段。

更多信息：

- 参见本章“端部偏移”主题（第 78 页）。

### 起始和终止截面

节段的属性通过指定来定义：

- 标签  $\text{seci}$  是一个预先定义的等截面，它用来定义节段起点的属性，即最靠近节点  $i$  的端部。
- 标签  $\text{secj}$  是一个预先定义的等截面，它用来定义节段终点的属性，即最靠近节点  $j$  的端部。如属性沿节段长度恒定，起始截面和终止截面是相同的。

对起始截面和终止截面，材料一般是相同的，只是几何属性会不一样，但这不是必须的。

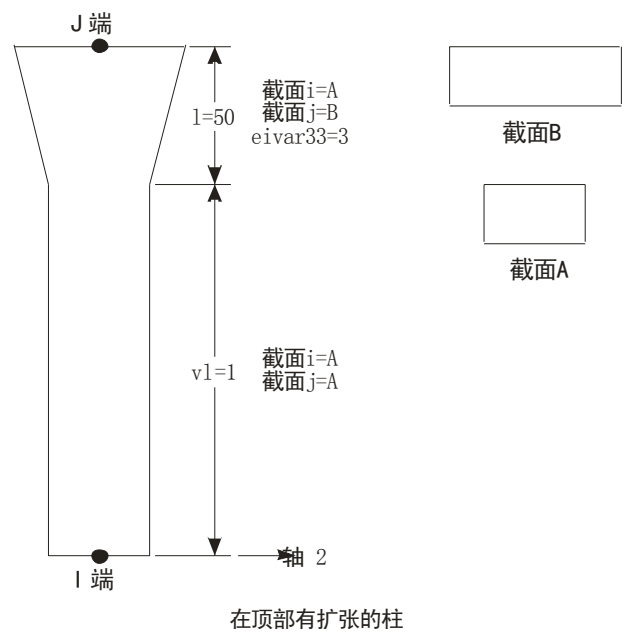
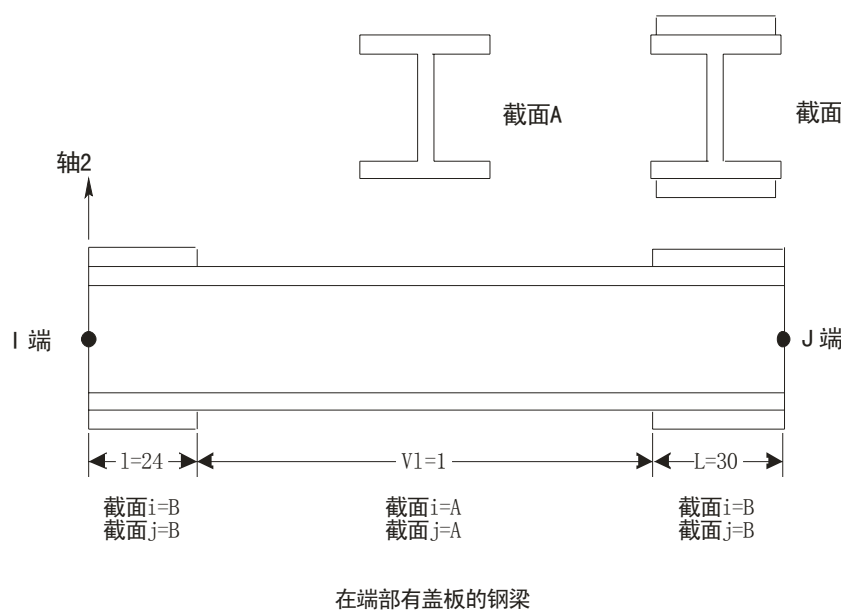


图 20 变截面例题

属性变化

变截面属性是沿节段长度从两端值插值而得。

通过指定参数 eivar33 和 eivar22 来定义弯曲刚度 ( $I_{33} \cdot E_I$  和  $I_{22} \cdot E_I$ ) 的变化。指定值 1、2、3 给这些参数，来分别指示沿长度的线性、抛物线或三次曲线变化。

特别地，在 1-2 平面内弯曲刚度的 eivar33-次根：

$$\sqrt[3]{I_{33} E_1}$$

沿长度线性变化。这通常对应截面一个尺寸的线性变化。例如，见图 19（第 73 页）：对矩形，线性变化的  $t_2$  将要求 eivar33=1，矩形线性变化的  $t_3$  将要求 eivar33=3，对 I 形截面线性变化的  $t_3$  要求 eivar33=2。

在 1-2 平面内的弯曲刚度  $I_{22} \cdot E_1$  的插值，以 eivar22 相同的方式来定义。

假设其余的属性在每一节段两端间线性变化：

- 刚度：  $A \cdot E_1$ 、  $J \cdot G_{12}$ 、  $A_{s2} \cdot G_{12}$ 、  $A_{s3} \cdot G_{12}$
- 质量：  $A \cdot m + m_{pl}$
- 重量：  $A \cdot w + w_{pl}$

若任意一端的剪切面积为零，则其沿整个节段为零。因此，这样节段在相应的弯曲平面中，去除了所有得剪切变形。

### 对端部偏移的影响

属性只在单元净长度上变化。端部偏移 ioff 内的截面属性是恒定的，使用第一个节段得起始截面；端部偏移 joff 内的截面属性是恒定的，使用最后节段的终止截面。

更多信息：

- 参见本章“端部偏移”主题（第 78 页）。

## 属性修正

在考虑混凝土开裂或其它用几何及材料属性值不易描述的因素等情况下，用户可定义系数来修正所计算的截面属性。可以使用下面的八个单独修正值：

- 轴向刚度  $A \cdot E_1$
- 剪切刚度  $A_{s2} \cdot G_{12}$  和  $A_{s3} \cdot G_{12}$
- 扭转刚度  $J \cdot G_{12}$
- 弯曲刚度  $I_{33} \cdot E_1$  和  $I_{22} \cdot E_1$
- 截面质量  $A \cdot m + m_{pl}$
- 截面重量  $A \cdot w + w_{pl}$

用户可在两处定义乘数：

- 作为截面属性定义的一部分
- 对单个单元的指定

如果修正值赋予给一个单元，同时赋予给此单元的截面属性，那么两套系数同时乘以截面属性。修改不可直接指定给一变截面属性，但可应用任意修改于构成变截面的截面。

当采用 AISC 360-05/IBC2006 规范的直接分析法（Direct Analysis Method）进行钢框架设计时，设计算法中对轴向及抗弯刚度属性修正可以进一步修改。此时，计算的修正系数与指定的单元修正系数及定义的截面修正系数进行相乘，因而考虑了这三种系数的影响。

### 命名属性集

除了对框架单元直接指定属性修正外，用户可以在阶段施工荷载工况中通过命名属性集来修正单元属性。命名属性集包含前文所述的 8 个修正系数，可将这些系数直接赋给框架单元。

在一个荷载工况某特定施工阶段中，当单元被赋予了属性集时，它仅取代指定到单元的属性值，在前一施工阶段下的属性值，以及采用直接分析方法设计所得的属性值。然而，对截面属性定义的属性修正不受命名属性集的影响。直接效果是，使用命名属性集中相应的修正系数和指定的截面属性修正系数相乘后的结果。

当一个施工阶段荷载工况中单元的属性修正发生改变时，这些变化不会影响直到该施工阶段之前的结构响应而仅影响该施工阶段之后，亦即，这种影响是增量效应。例如，对于默认属性（单位）的悬臂梁，其阶段施工荷载工况如下：

阶段 1：受自重荷载作用时，分析得到梁端部变形为 1.0，支点处弯矩为 1000；

阶段 2：定义命名属性集“A”，其中刚度修正系数为 2.0，质量和重度修正系数为 1.0，此时梁端部的位移和支点处弯矩均未发生变化。

阶段 3：再次施加自重荷载（增量荷载），计算结果显示梁端部挠度为 1.5，支点处的弯矩为 2000。与阶段 1 对比可知，在相同的荷载增量作用下，结构后期的刚度为前期刚度的 2 倍。

阶段 4：定义命名属性集“B”，其中所有刚度修正系数、质量和重度修正系数均设置为 2.0。此时梁端部的挠度和支点处弯矩都不发生变化。

阶段 5：再次施加自重荷载（增量荷载）计算结果显示梁端部挠度为 2.5，支点处的弯矩为 4000。与阶段 1 相比，在两倍的荷载增量作用下，结构在此荷载工况的刚度为第一荷载工况刚度的 2 倍。

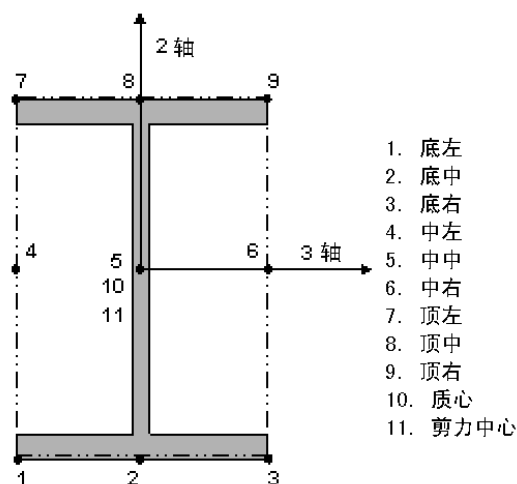
### 插入点

默认单元局部 1 轴沿截面的中性轴，即在截面中心。为方便常需要在截面上指定另外一点，如在梁顶或柱的外角点。这个位置被称作截面的**主要点**。

可供选择的主要点位置见 图 21（第 78 页）。默认位置为 10 点。

节点偏移随着作为插入点一部分的主点被指定，虽然他们是独立的属性。节点偏移首先用来计算单元轴线和局部坐标系，然后主要点被放置在所产生的局部 2-3 平面上。

此属性很有用，例如，模拟梁柱时，当梁不搭接至柱的中线时。图 22（第 79 页）显示了通常梁柱搭接的立面和平面视图，此时外侧梁偏移至柱的中线，和建筑的外沿平齐。图中所示的是每一构件的主要点和节点偏移尺寸。



注意：对于如此的双对称截面，点5，10，11是相同

图 21 框架主要点

## 端部偏移

框架单元被模拟为在点（节点）之间相连接的线单元。但是，实际的结构具有有限的截面尺寸。当两个单元，如梁和柱在节点的连接处，会有截面的重叠。在许多结构中，构件尺寸较大，且搭接长度在连接构件的总长度中占较大比例。

用户可对每一单元指定两个**端部偏移**，相应端部I和J分别使用参数ioff和joff。端部偏移ioff为一给定构件和其他连接构件在节点i的搭接长度，对于给定构件，它是从节点至连接表面的距离。类似的定义在节点j应用于端部偏移joff。见图 23（第 79 页）。

基于所有连接在公共节点的最大截面尺寸，SAP2000 的交互式用户界面对每一单元自动计算端部偏移。

## 净长度

**净长度**，用  $L_c$  表示，定义为在端部偏移之间（支座间）的长度：

$$L_c = L - (\text{ioff} + \text{joff})$$

$L$  是构件的总长度。见图 23（第 79 页）。

若指定的端部偏移使净长度小于 1%构件的总长度，程序将发出警告信息，并按比例减少端部偏移，使净长度等于总长度的 1%。一般的，端部偏移占总长度的很小比例。

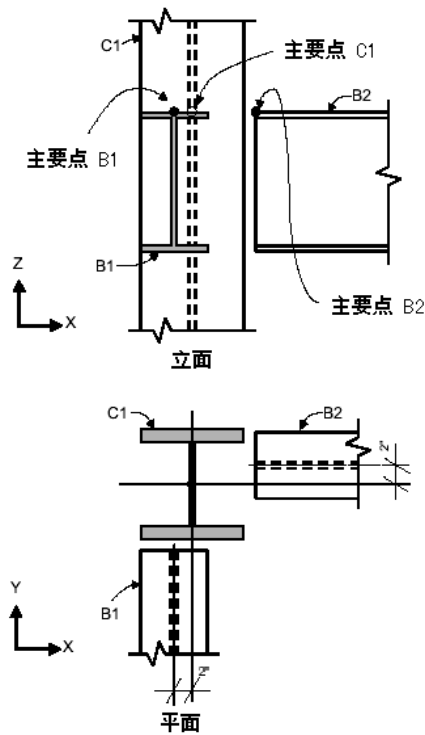


图 22 显示节点偏移和主点的例题

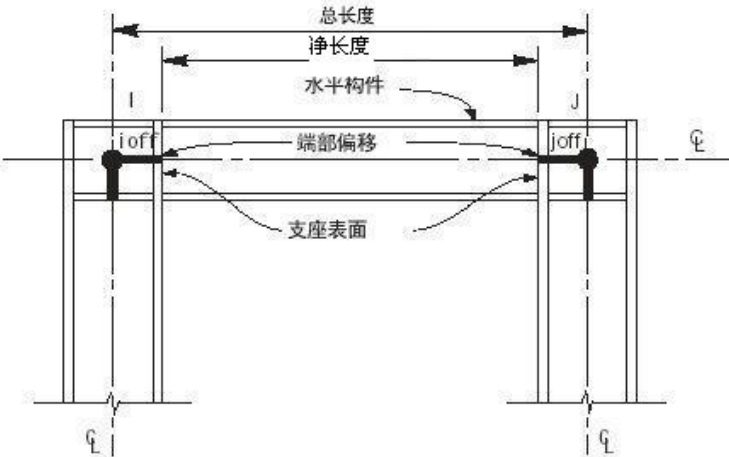


图 23 框架单元端部偏移

### 端部刚性系数

基于框架单元中线至中线（节点至节点）的分析，可能会过多估计某些结构的变形。这是由于在连接处截面重叠导致的刚性效应。在混凝土结构中比在钢结构中会更显著。

用户可使用参数 **rigid** 来指定一个**端部刚性系数**，它给出了假定为刚性弯曲和剪切变形的端部偏移的百分比。从节点  $i$  的 **rigid·ioff** 长度，被假设为刚性的。类似的，长度 **rigid·joff** 在节点  $j$  被假设为刚性的。单元的柔性长度  $L_f$  如下：

$$L_f = L - \text{rigid} \cdot (\text{ioff} + \text{joff})$$

刚域偏移不会影响轴向变形和扭转变形。整个单元长度被认为对这些变形为柔性。

**rigid** 的默认值为零。最大值 1 代表端部偏移是完全刚性的。用户需使用工程判断来选择此参数的适当值。它依赖于连接的几何关系，对搭接至此节点的不同单元可能是不同的。一般的，**rigid** 值不超过 0.5。

### 对变截面单元的影响

在变截面单元的每端，在端部偏移长度内，截面属性被假定为恒定。截面属性只在支座表面沿净长度变化。其不受端部刚性系数 **rigid** 的影响。

更多信息：

- 参见本章子“变截面”子主题（第 74 页）。

### 对内力输出的影响

所有内力和弯矩在支座表面和其它在单元净长度内等间距点输出。在包括节点的端部偏移内不输出。这不受端部刚性系数 **rigid** 值的影响。

更多信息：

- 参见本章主题“内力输出”（第 89 页）。

### 对端部释放的影响

端部释放总是假定在支座表面，即在单元净长度的端部。若在单元的任意一端的任意弯曲平面指定弯矩或剪力释放，则端部偏移被假定为*在此端的此平面*弯曲和剪切为刚性（即，**rigid**=1）。这不会影响在另一端或另一平面的刚性端部系数。

更多信息：

- 参见本章“端部释放”主题（第 80 页）。

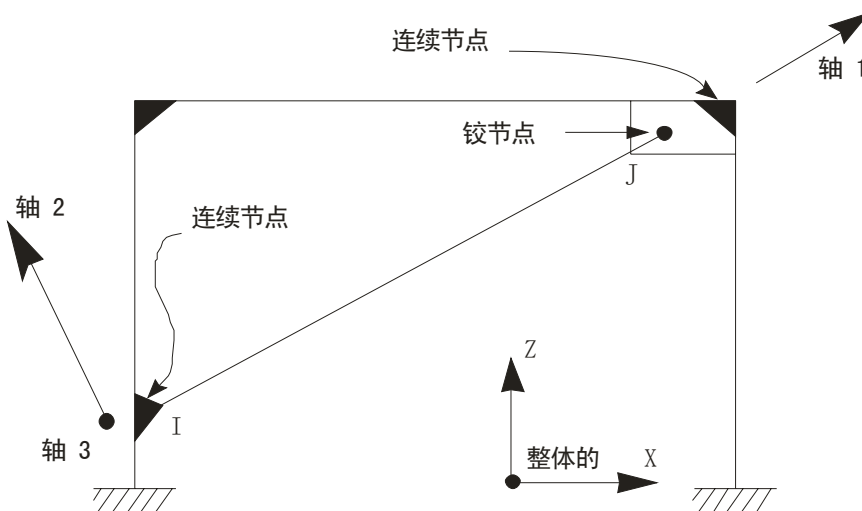
## 端部释放

通常，在框架单元每端的三个平动和转动自由度和节点的自由度是连续的，因此和其他连接至此节点的单元的自由度也是连续的。然而，在已知单元自由度相应的力或弯矩为



零时，可以释放（断开）一个或几个与节点相连的自由度。释放总是被定义在单元局部坐标系，且不影响连接至此节点的其他单元。

如图 24（第 81 页）所示，对角单元在端部 I 有一弯矩连接，及在端部 J 有一铰连接。其他两个连接至节点的单元在端部 J 是连续的。因此，为了在端部 J 模拟铰的情况，转动  $R_3$  应该被释放。这确保对角单元的弯矩在铰处为零。



水平构件对于对角单元: 在 J 端释放 R3

图24 框架单元端部释放

## 不稳定端部释放

若单元为稳定的, 可对框架单元指定任意的端部释放组合; 这确保了所有施加于单元的荷载被传递至结构的其余部分。以下单个或组合的释放是不稳定的并且不允许。

- 在两端同时释放  $U_1$ ;
- 在两端同时释放  $U_2$ ;
- 在两端同时释放  $U_3$ ;
- 在两端同时释放  $R_1$ ;
- 在两端同时释放  $R_2$  且在任一端释放  $U_3$ ;  
在两端同时释放  $R_3$  且在任一端释放  $U_2$ 。

### 端部偏移影响

端部释放总被指定在支座表面，即在单元净长度的端部。弯矩或剪力释放会使在相应单元端部的相应弯曲平面内的端部偏移为刚性。

更多信息:

- 参见本章“端部偏移”主题（第78页）。

### 命名属性集

除了直接对框架单元指定端部释放，用户还可以使用命名属性集在阶段施工荷载工况中对框架单元指定端部释放。命名属性集包括指定给单元的一样选项。

在某施工阶段荷载工况中修改属性修正时，这些变化不会影响该施工阶段之前，而仅影响该施工阶段之后的结构响应，即这种影响是增量效应。例如，某施工阶段中在两柱之间加一根指定了端部释放的梁，如下所述：

阶段 1：在已有结构中加梁，施加自重。由于给单元指定了端部释放，该梁为简支梁，没有固端弯矩。跨中弯矩为 1000。

阶段 2：赋予单元没有端部释放的命名属性集“A”，跨中弯矩没有发生变化。

阶段 3：再次施加自重荷载（增量荷载，即在已有自重基础上增加自重荷载），计算结果跨中弯矩为 1333，两端弯矩为 - 667。

该例说明了一种常见情形，即简支梁转变为连续梁的分析；另一种常见情形是，考虑两种独立的阶段施工工况：一种是在自重荷载作用下，设定其中一些单元弯矩释放；另一种是在侧向荷载作用下，设定这些单元弯矩连续。这两种工况都可作为进一步线性与非线性荷载工况的基础，相应的结果在一起用于设计。

### 非线性属性

对框架/索单元有两种非线性属性：拉/压界限和塑性铰。

当单元具有非线性属性时，他们只影响非线性分析。从零条件（无应力状态）开始的线性分析表现为好像非线性属性不存在。使用前一个非线性分析结束时刚度的线性分析，将使用前一个非线性分析结束时的非线性属性。

#### 拉/压界限

用户可指定框架/索单元可承受的一个最大拉力和（或）一个最大压力值。通常情况，用户通过指定压力界限为零来定义**无压力**的索或支撑。

若用户指定拉力界限，其必须是零或正值。若用户指定一压力界限，其必须是零或一负值。若用户指定一零拉力和压力界限，单元将不承受轴力。

拉/压界限表现为弹性（非线性分析时起作用）。任何超过拉力界限的轴向拉伸和超过压力界限的轴向压缩将使用零轴向刚度。这些变形在零刚度是可弹性恢复的。

弯曲、剪切和扭转行为不受轴向非线性的影响。

#### 塑性铰

用户可沿单元净长度的任意位置插入塑性铰。塑性铰的详细性能和使用描述见“第八章 框架铰属性”（第 91 页）。

## 质量

在动力分析中，结构的质量用来计算惯性力。框架单元所贡献的质量集中在节点  $i$  和  $j$ 。在单元内部不考虑惯性效应。

单元的总质量等于沿质量密度  $m$  的长度乘以截面积  $A$ ，加上附加的单位长度质量  $m_{pl}$  的积分。

对于变截面单元，质量沿单元的每一变截面节段成线性变化，且在端部偏移是恒定的。

使用和类似分布横向荷载导致在简支梁端部反力的同样方法，总质量被分配至两个节点。在分配质量时，忽略端部释放。总质量被分配给三个平动自由度： $U_X$ 、 $U_Y$ 、 $U_Z$ 。对旋转自由度不计算质量惯性矩。

更多信息：

- 参见“第六章 材料属性”主题“质量密度”（第 55 页）。
- 对于  $A$  和  $m_{pl}$  的定义，参见本章“截面属性”主题（第 69 页）。
- 参见本章“变截面”子主题（第 74 页）
- 参见本章“端部偏移”主题（第 78 页）

## 自重荷载

在模型中，自重荷载激发所有单元的自重。对框架单元，自重是沿单元长度的分布力。自重荷载值为重量密度  $w$ ，乘以截面积  $A$ ，加上附加单位长度荷载  $w_{pl}$ 。

对于变截面单元，自重沿每一变截面节段成线性变化，且在端部偏移为恒定。

自重荷载总是向下作用，沿整体-Z 方向。用户可用一个比例系数来指定自重比例，此比例应用于结构中所有单元。

更多信息：

- 对  $w$  的定义，参见“第六章 材料属性”主题“重量密度”（第 56 页）。
- 对于  $A$  和  $w_{pl}$  的定义，参见本章“截面属性”主题（第 69 页）。
- 参见本章“变截面”子主题（第 74 页）
- 参见本章“端部偏移”主题（第 78 页）
- 参见“第十七章 荷载模式”主题“自重荷载”（第 202 页）

## 重力荷载

对每一框架单元施加重力荷载可激发单元的自重。使用重力荷载时，自重可按比例在任意方向施加。对每一单元可使用不同的比例系数和方向。

若所有单元被相同地加载且方向向下，则使用自重荷载更方便。

更多信息:

- 对框架单元自重的定义见本章中“自重荷载”主题（第 83 页）
- 参见本章“重力荷载”主题（第 83 页）

### 跨间集中荷载

跨间集中荷载用来在框架单元的任意位置施加集中力和弯矩。荷载方向可在一个固定的坐标系（整体或可替代坐标系）中指定，或在单元局部坐标系中指定。

荷载位置可用以下一种方法指定:

- 指定一相对距离  $rd$ ，从节点  $i$  测量。其必须满足  $0 \leq rd \leq 1$ 。此相对距离是单元长度的分数。
- 指定绝对距离  $d$ ，从节点  $i$  测量。其必须满足  $0 \leq d \leq L$ ， $L$  是单元长度。

可对每一单元施加任意数量的集中荷载。在固定坐标系中给定的荷载被转换至单元的局部坐标系。见图 25（第 85 页），施加在同一位置的多个荷载进行叠加。

更多信息:

- 参见“第十七章 荷载模式”（第 199 页）。

### 跨间分布荷载

跨间分布荷载用来在框架单元上施加分布力和弯矩。荷载分布可以是均布或梯形。荷载方向可在固定的坐标系（整体或可替代坐标系）中指定，或在单元局部坐标系中指定。

更多信息:

- 参见“第十七章 荷载模式”（第 199 页）。

### 加载长度

荷载可施加至单元的整个长度或部分长度。多个荷载可施加于一个单元。加载的长度可重叠，在这种情况下所施加荷载将进行叠加。

一个加载长度可用以下的一种方法指定:

- 定义两个相对长度， $rda$  和  $rd b$ ，从节点  $i$  计量。他们必须满足  $0 \leq rda \leq rdb \leq 1$ 。相对长度是单元长度的分数。
- 指定两个绝对长度， $da$  和  $db$ ，从节点  $i$  计量。他们必须满足  $0 \leq da < db \leq L$ ， $L$  是单元长度;
- 不指定长度，代表单元全长。

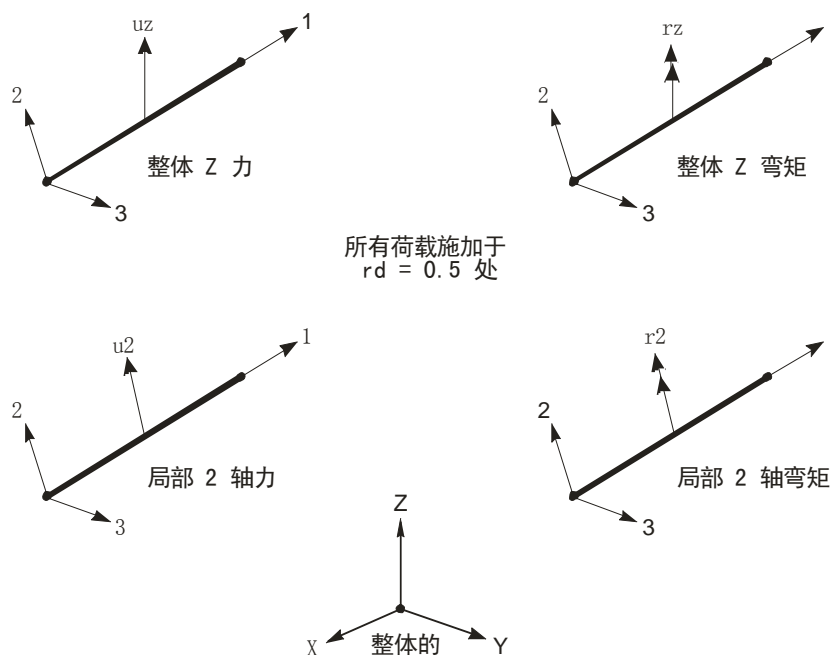


图 25 定义集中跨荷载例题

## 荷载密度

荷载密度是单位长度的力或弯矩。除了以下描述的投影荷载外，密度按单元的单位长度计量。

对于要施加的每个力或弯矩，若荷载是均布的，可指定一个荷载值。若荷载密度沿其作用范围线性变化（梯形荷载），则需要两个荷载值。

参见图 26（第 87 页）和图 27（第 88 页）。

## 投影荷载

均布雪荷载或风荷载将产生一荷载密度（单元单位长度上的力），此密度与单元和荷载方向夹角的正弦值成比例。这相当于使用一个沿单位投影单元长度的固定荷载密度值。此固定荷载值基于雪的厚度或风速；投影单元长度在与加载方向垂直的平面内计量。

跨间分布荷载可被指定为在投影长度上作用。程序根据单元局部 1 轴和加载方向的夹角  $\theta$ ，来折减荷载密度来处理。投影的力荷载乘以系数  $\sin\theta$ ，弯矩乘以系数  $\cos\theta$ 。然后，折减的荷载密度被施加于单元的单位长度。

按比例计算弯矩是基于弯矩是由作用在投影单元长度的力引起的。所产生弯矩总是垂直于力，因此解释了用角的余弦而非正弦值。指定的弯矩应是力密度和单元与力的垂直距离之积。必须给出适当的弯矩正负号。

## 温度荷载

温度荷载在框架单元内产生温度应变。此应变是材料的温度线膨胀系数和单元温度变化的乘积。温度变化是从单元的参考温度至单元的荷载温度计量。所有指定的温度代表着温度改变不论来自线性分析的无应力状态下，或者来自非线性分析中的上一次温度。

可指定三个荷载温度场：

- 温度， $t$ ，在整个截面恒定且产生轴向应变
- 温度梯度， $t_2$ ，在局部 2 轴方向成线性，且在平面 1-2 内产生弯曲应变
- 温度梯度， $t_3$ ，在局部 3 轴方向成线性，且在平面 1-3 内产生弯曲应变。

温度梯度定义为单位长度上的温度变化。若温度沿单元局部轴的正向增加（线性的），则温度梯度为正值。温度梯度在中性轴处为零，所以不产生轴向应变。

三个荷载温度场沿单元长度可以是恒定的或从给定点插值得到。

参考温度梯度总是零，因此产生弯曲应变的温度变化等于荷载温度梯度。

更多信息：

- 参见“第十七章 荷载模式”（第 199 页）。

## 应变荷载

根据框架单元承受的内力和弯矩，可以对其指定六种类型的应变荷载，它们是：

- 轴向应变， $\epsilon_{11}$ ，代表单位长度的长度改变。正应变增加无约束单元的长度，或导致约束单元出现压应力；
- 剪切应变， $\gamma_{12}$  和  $\gamma_{13}$  代表单位长度的角度改变。角度改变通过横截面和中性轴量测。正的剪切应变导致的剪切变形方向与正剪力  $V_2$ ， $V_3$  方向一致；
- 扭转曲率， $\psi_1$ ，代表着单位长度扭转角的改变。正扭转曲率导致的变形方向与正扭矩  $T$  方向一致；
- 弯曲曲率， $\psi_2$  和  $\psi_3$  代表单位长度角度改变。角度通过相邻的垂直于中性轴的截面量测。正弯曲曲率导致的变形方向与正弯矩  $M_2$ ， $M_3$  方向一致。

每个应变荷载沿单元长度可以是恒定的或从给定点插值（节点样式）得到。

对于无约束的单元，应变荷载导致单元两端点的变形，但并不产生内力。无约束单元的变形与导致变形的作用于单元上相应（共轭）内力和弯矩同号。另一方面，应变荷载作用在约束单元上时，会导致相应的内力，内力方向与作用的应变反号。实际结构中的大多数单元以有限的刚度相连，所以应变荷载不仅产生内力也要产生变形。注意，剪切应变与弯曲应变荷载相互作用。

更多信息

- 参见本章“内力输出”主题（第 90 页）及“第十七章 荷载模式”（第 199 页）。

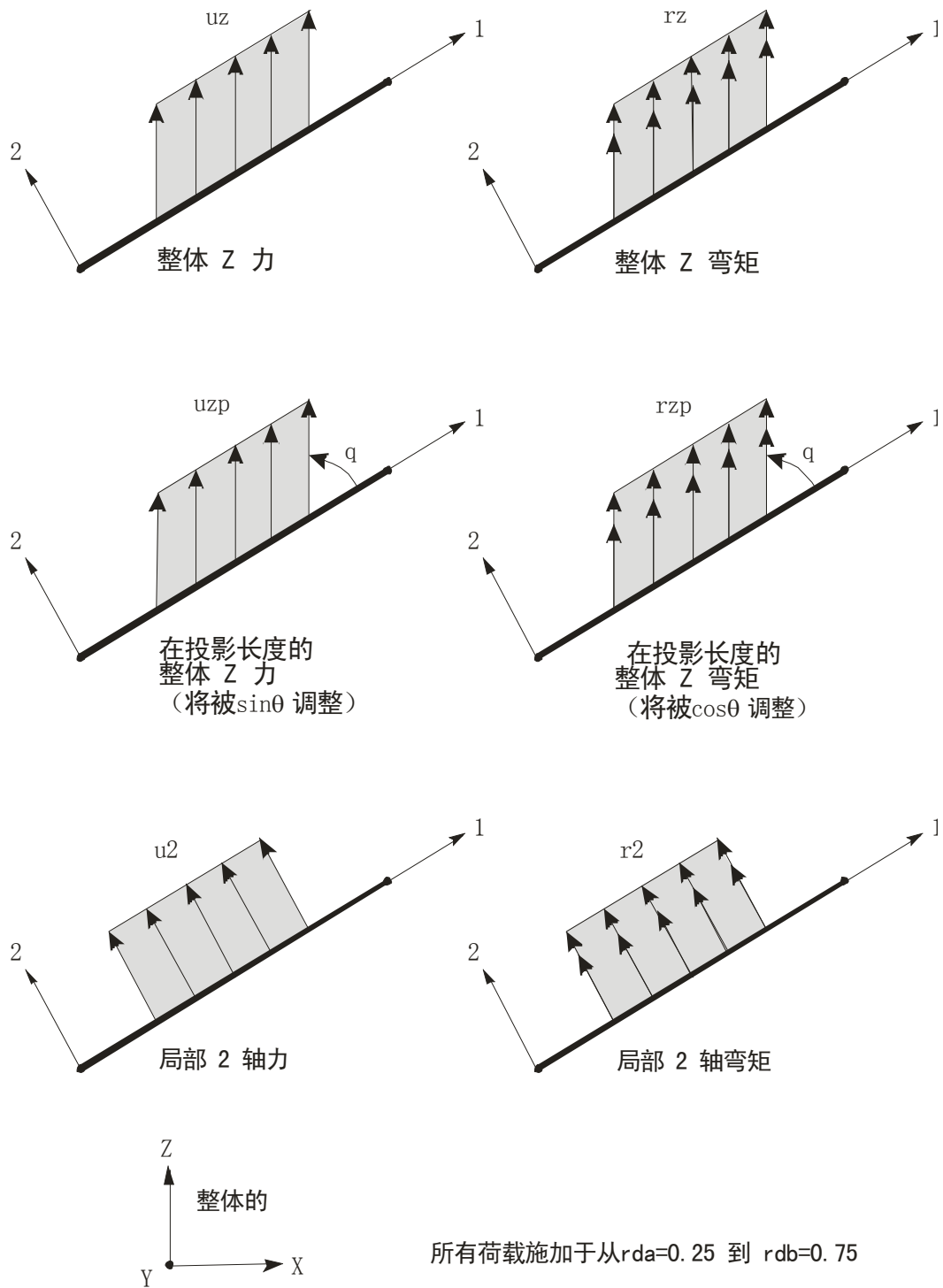


图 26 定义跨间分布荷载例题

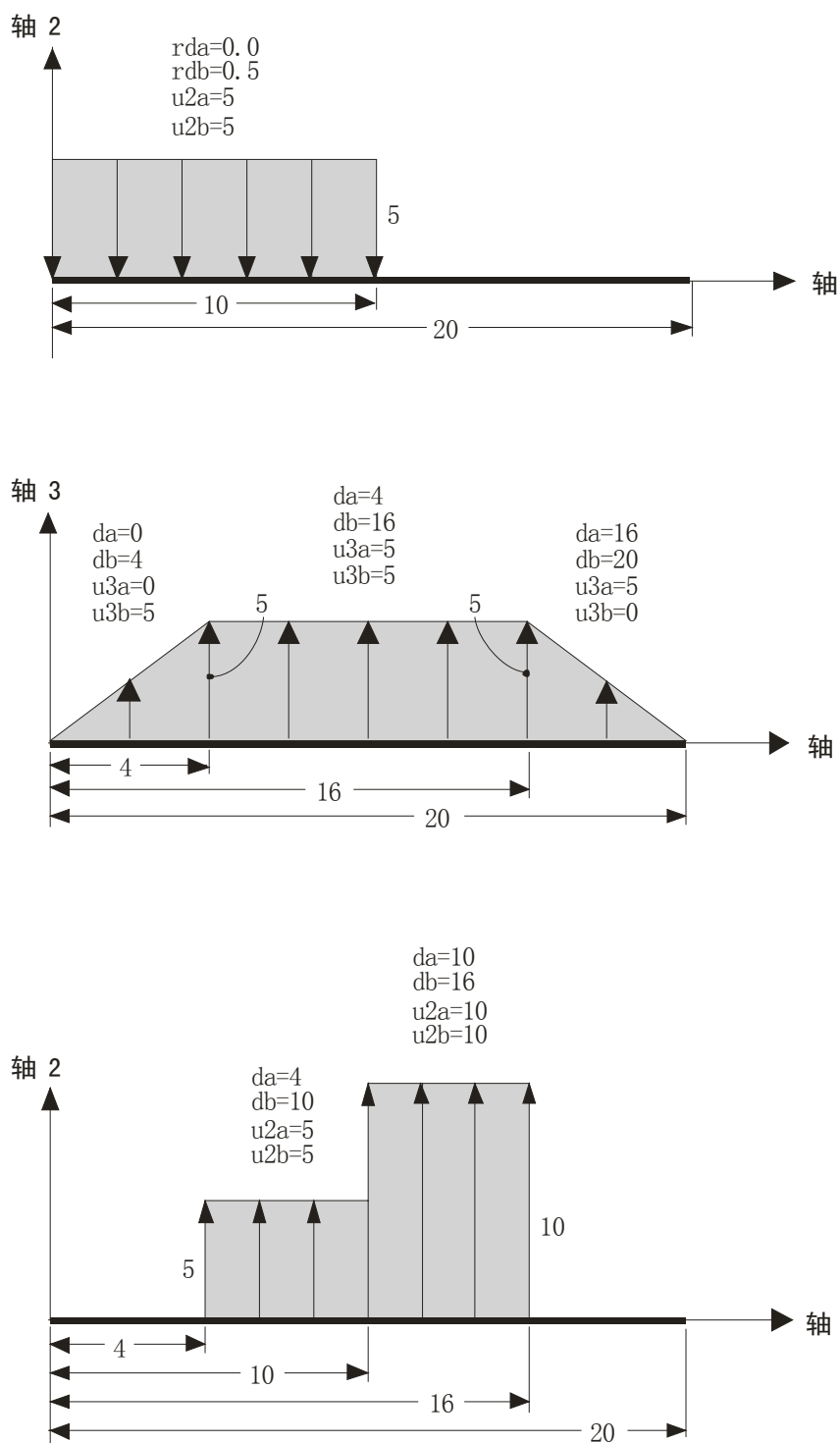


图 27 跨间分布荷载定义



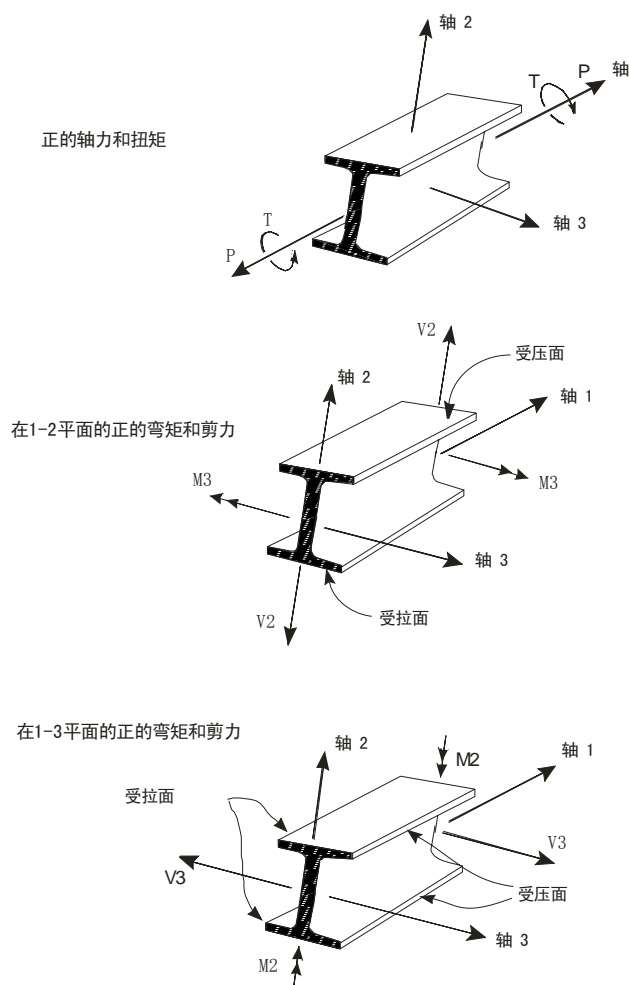


图 28 框架单元内力和弯矩

## 变形荷载

应变荷载指单位长度的变形改变，相应的，变形荷载是指未约束单元两端总变形。变形荷载会在内部转换为应变荷载。因此用户应选择合适的加载类型。

目前只有轴向变形荷载可用。指定的轴向变形荷载根据单元长度转换为轴向应变。计算出的应变荷载假设沿单元长度均匀分布。

更多信息

- 参见“第十七章 荷载模式”章节（第 199 页）。

## 目标力荷载

目标力荷载是一个特殊的荷载类型，用户可以指定一个期望的轴力，变形荷载迭代施加以达到目标力。由于轴力可以沿单元的长度方向发生改变，用户必须指定期望荷载发生

的相对位置。目标力荷载只在非线性静力分析和阶段施工工况起作用。对于其他荷载工况，目标力荷载没有任何效果。

与其他类型荷载不同，目标力荷载不是增量的。而是由户指定代表着框架单元在荷载工况结束或阶段施工完成后框架单元的轴力的总荷载。用于计算达到目标力的变形可以是正的、负的、或零，这取决于单元在分析初始阶段的内力。当在一个包含目标力荷载的荷载模式中使用比例系数时，总目标力也会缩放。由于不同的比例系数造成变形增量也会发生改变。

更多信息：

- 参见“第十七章 荷载模式”主题“目标力荷载”（第 206 页）
- 参见“第二十三章 非线性静力分析”主题“目标力迭代”（第 271 页）

## 内力输出

**框架单元内力**是在单元截面应力积分而得的力和弯矩。

这些内力是：

- $P$ ，轴力
- $V_2$ ，在 1-2 平面的剪力
- $V_3$ ，在 1-3 平面的剪力
- $T$ ，轴向扭矩
- $M_2$ ，在 1-3 平面（关于 2 轴）的弯矩
- $M_3$ ，在 1-2 平面（关于 3 轴）的弯矩

这些内力和弯矩位于沿单元长度的每一截面，可作为分析结果的部分得到。

符号规则阐述于图 28（第 89 页）。作用在正 1 面的正内力和轴向扭矩朝向单元局部坐标轴的正向。作用在负面的正内力和轴向扭矩朝向单元局部坐标轴的负向。正 1 面的外法向（从单元指向外）是在局部 1 轴的正向。

正弯矩在正 2 和 3 面导致压缩，在负 2 和 3 面导致拉伸。正 2 和 3 面是从中性轴位于局部正 2 和 3 方向的面。

## 端部偏移影响

当端部偏移存在时，内力和弯矩在支座的表面和在单元净长度内的点输出。在包括节点的端部偏移长度内没有输出。只在相应的端部偏移为零时，才在点  $i$  或  $j$  产生输出。

更多信息：

- 参见“端部偏移”主题（第 78 页）。

## 第八章 框架铰属性

用户可在框架单元或钢束对象沿其净长度在任意位置插入塑性铰。每个铰在一个或多个自由度上代表集中的屈服后性能。铰只影响在非线性和非线性直接积分时程分析中的结构行为。

### 高级主题

- 概述
- 铰属性
- 自动、用户定义的和生成的属性
- 自动铰属性
- 分析结果

### 概述

屈服和屈服后性能可用离散的用户定义的铰来模拟。目前铰只可在框架单元中引进；他们可被指定到一框架单元的任意位置。可选择非耦合弯矩、扭矩、轴力和剪力铰，还有耦合的 P-M2-M3 铰，它在铰处的轴力和双轴弯矩相互作用下屈服。此类铰的子集包括 P-M2、P-M3、M2-M3 铰。

在同一位置可以有不只一个类型的铰，例如，用户可指定一个 M3（弯矩）和一个 V2（剪力）铰给一框架单元的同一段。自动铰属性根据 FEMA-356（FEMA，2000）准则基于单元材料信息和截面信息计算得到。

铰属性中允许强度损失。实际上 FEMA 铰假定强度是突然损失的。然而，用户应该慎重的使用此特征。强度的突然损失是不实际的且在分析中很难实现，尤其是对于弹性突然恢复（elastic snap-back）现象。我们鼓励用户只有在必要时才考虑强度损失，使用实际负斜率，并且要认真仔细的评价结果。

为提高收敛性，程序自动限制负斜率：使用不大于 10% 的包含铰属性的框架单元的弹性刚度。这是一个新特性，会导致分析结果和以前版本计算的结果有较大的变化。如果用户需要一个更陡峭的斜率，可以指定铰的覆盖项：通过将铰单元附近的单元划分的更细。用户可以减小单元尺寸来增加突然下降段的刚度。

在本章中针对框架单元所介绍的内容，同样适用于钢束对象，虽然钢束对象只适用于轴力铰。

### 铰属性

一个铰属性是一组命名的刚塑性属性，可被指定给一个或多个框架单元。用户可指定所需的铰的属性。

对每一个自由度（轴向和剪切），用户可指定塑性的力—位移性能。对每个弯矩自由度（弯曲和扭转），用户可指定塑性弯矩—转动性能。每个铰属性可以具有对六个自由度中任意数目指定的塑性属性。轴力和两个弯矩可通过一个相互作用面来耦合。未进行指定的自由度保持弹性。

### 铰长度

每个塑性铰用一个离散点铰来模拟。所有塑性变形，无论是位移或转动，都发生在点铰内。这意味着用户需为铰假定一长度，在此长度上对塑性应变或塑性曲率积分。

虽然在 FEMA-356 中给出了指导，但没有简单方法来选择此长度。一般地，它是单元长度的一个分数，且经常与截面高度具有同一数量级，特别对弯曲—转动铰。

用户可通过插入许多铰来近似模拟沿单元长度分布的塑性。例如，用户在单元内的相对位置插入 10 个铰，0.05, 0.15, 0.25, ..., 0.95，每个铰具有基于假定 1/10 单元长度的铰长度的变形属性。显然，添加更多的铰会增加计算量，而且如果他们实际上没有屈服，这样做的效果效果也不显著。

### 塑性变形曲线

对每一自由度，用户定义一个用来给出屈服值和屈服后塑性变形的力—位移（弯矩—转动）曲线。这通过一个有五个点 A-B-C-D-E 的曲线来实现，如图 29（第 93 页）。用户可指定一个对称曲线，或在正和负方向不同的曲线。

此曲线的形状是用于 Pushover 分析的。用户可使用自己需要的任意形状。需要注意以下要点：

- 点 A 总是原点
- 点 B 代表屈服。在上升到点 B 铰内没有变形，无论对点 B 指定何种变形值。在点 B 的位移（转动）将从点 C、D、和 E 的变形中减去。只有超过点 B 的塑性变形将被铰显现。
- 点 C 代表 Pushover 分析的极限承载力。然而，用户为其他目的可指定从 C 到 D 的正斜率。
- 点 D 代表 Pushover 分析的残余强度。但是，用户为其他目的可指定从 C 到 D 或从 D 到 E 的正斜率。
- 点 E 代表完全失效。超过点 E，铰将荷载降至在 E 点下水平轴的点 F（未显示）。若用户不想铰这样失效，要确认对在点 E 的变形指定一个大值。

用户可在点 IO（立即使用），LS（生命安全），和 CP（防止倒塌）指定附加的变形量，将在分析结果中报告这些信息并用于基于性能的设计。他们对结构的性能没有任何影响。

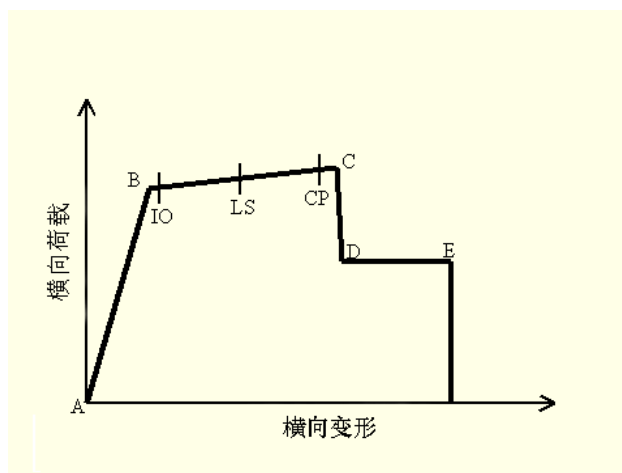


图 29 A-B-C-D-E 力—位移曲线 弯矩—转角使用同样类型的曲线

在到达点 B 前，所有变形是线性的并在框架单元自身内发生，不是在铰内。超过点 B 的塑性变形发生在铰内，而且在单元内可能产生任何的弹性变形。

当铰弹性卸载时，没有任何塑性变形，即平行于斜率 A-B。

### 曲线的比例调整

当定义铰的力—变形（或弯矩—转动）曲线时，用户可直接输入力和变形值，或输入归一化值并指定归一化曲线所使用的比例系数。

大多数情况下，曲线可用屈服力（弯矩）和屈服位移（转动）来归一化，这样对点 B 的归一化值为（1，1）。然而，用户可使用任意的比例系数，他们不必是屈服值。

注意没有使用任何从 A 到 B 的变形。这意味着变形的比例系数实际上是用来按比例调整从 B 到 C、C 到 D、和 D 到 E 的塑性变形。不过，比例调整时使用屈服变形仍是方便的。

当使用默认的铰属性时，程序自动使用屈服值进行比例调整。这些值从框架截面属性计算而得。对默认铰属性的更多讨论见下一主题。

### 强度损失

铰属性中允许强度损失。实际上 FEMA 铰假定强度是突然损失的。然而，用户应该理智的使用此特征。铰任何强度损失在结构中会导致荷载再次分配，可能导致其他铰的失效，最终导致累积倒塌。此类分析非常困难且耗费时间巨大。另外，任何时间结构中出现负刚度，造成数学解可能不唯一，也可能产生令人怀疑的结果。

强度的突然损失（陡峭的负刚度）是不符合实际的，且在分析中很难使用。当卸载铰位于长梁/柱，或者与任何较柔的弹性子系统连接时，会出现“弹性突然恢复（elastic

snap-back) ”现象。这里，弹性卸载的变位远大于塑性变形，这种结果导致变形与荷载反向。SAP2000 和 ETABS 内部具有几个机制处理“弹性突然恢复 (elastic snap-back) ”，但是这些机制并不能足够好的处理几种同时发生的 snap-back 失效问题。

用户要认真考虑：通过分析试图得到什么样的结果。好的结构设计，无论是新结构还是翻新结构，尽可能避免主要构件出现强度损失。如果分析显示主要构件出现了强度损失，用户可能会修正设计或者重新分析。由于需要重新设计造成的行为改变，第一次失效后出现何种结果与前面的结果没有联系。

为提高收敛，程序自动限制负斜率：使用不大于 10% 的包含铰属性的框架单元的弹性刚度。此种做法可以防止单元出现突然恢复 (snap-back)，尽管它可能依然会在较大型结构中出现。这是一个新特性，会导致分析结果和以前版本计算的结果有较大的变化。

如果用户需要一个更陡峭的斜率，用户可以指定铰的覆盖项：自动将铰附近的框架单元划分得更细。当用户指定此覆盖项时，用户可以指定包含铰的框架单元占框架对象的比例。例如：一个框架单元两端各存在一个铰，跨中存在一个铰。如果用户指定框架铰覆盖项一个 0.1 倍的相对长度。对象会被划分为 5 个单元，其相对长度分别为 0.05、0.4、0.1、0.4、0.05。每一个铰均位于 0.1 倍相对长度的中心，但是由于两个铰位于对象端部，则不使用一半的相对长度。因为这些单元比对象长度要短，所以它们弹性刚度更大些，程序就会允许在铰处使用较大的负刚度。

通过减小单元尺寸来增加突然下降段的刚度，尽管斜率永不会比初始指定铰的刚度更刚。再次重申，我们推荐：在尽可能的情况下，使用缓慢渐变的实际的斜率，除非用户实际需要模拟脆性破坏行为。

### 耦合的 P-M2-M3 铰

一般地，铰属性对 6 个自由度的每一个都是不耦合的。但是，用户可选择指定耦合的轴力/双轴弯矩行为，这被称作 P-M2-M3 或 PMM 铰。参见下面的纤维 P-M2-M3 铰。

#### 拉力为正！

注意：SAP2000 使用符号规则，不管使用何种材料，拉力总是为正，压力为负，这意味着对于某些材料（比如，混凝土），相互作用面看起来会倒置。

#### 相关作用（屈服）面

对于 PMM 铰，用户在三维 P-M2-M3 空间指定一个相关（屈服）面，来代表对轴力 P、次弯矩 M2 和主弯矩 M3 的不同组合最先发生屈服的位置。

此表面被指定为一组 P-M2-M3 曲线，P 是轴力（拉为正），M2 和 M3 是弯矩。对于一个给定的曲线，弯矩可以具有固定系数，但这不是必需的。应用下列规则：

- 所有曲线具有相同数量的点；
- 对于每条曲线，点按照从最大负值（压）到最大正值（拉）的顺序排列；

- 所有曲线第一个点的  $P$ 、 $M_2$ 、 $M_3$  值必须相同，对于最后一个点也是一样的；
- 当从上面俯视  $M_2$ - $M_3$  平面（向受压方向看），曲线应该以逆时针方向来定义；
- 此面必须为凸面。这意味着在任意点相切于此面的平面必须完全在此面外。若用户定义一个非凸面的表面，则程序将自动增加所有“凹陷”点的半径，直至他们的切面在此面外。在分析时会有一警告信息。

用户可直接定义相互作用面，或让程序使用下列公式之一计算：

- 钢，AISC-LRFD 公式 H1-1a 和 H1-1b， $\phi=1$
- 钢，FEMA356 公式 5-4
- 混凝土，ACI318-02， $\phi=1$

用户可观察所产生的铰的属性，来查看程序计算出来的特定表面。

### 弯矩—转动曲线

对于 PMM 铰，对应于不同的  $P$  和弯曲角  $\theta$  值，用户可指定一条或多条弯矩/塑性—转动曲线。弯曲角在  $M_2$ - $M_3$  平面内量测， $0^\circ$  是正  $M_2$  轴， $90^\circ$  为正  $M_3$  轴。

用户可以指定一个或多个荷载  $P$  和一个或多个弯曲角。对于每对  $(P, \theta)$ ，弯矩—转动曲线应代表以下试验结果：

- 施加固定轴力荷载  $P$ ；
- 对应弯曲角  $\theta$ ，以固定系数  $(\cos\theta, \sin\theta)$  增加弯矩  $M_2$  和  $M_3$ ；
- 测量屈服后产生的塑性转动  $R_{p2}$  和  $R_{p3}$ 。
- 在每个测量增量，计算合成弯矩  $M=M_2\cdot\cos\theta+M_3\cdot\sin\theta$ ，和投影塑性转动  $R_p=R_{p2}\cdot\cos\theta+R_{p3}\cdot\sin\theta$ ；
- 绘制  $M$ - $R_p$  关系，提供这些数据给 SAP2000。

注意：量测的塑性应变方向可能与弯曲方向不相同，但投影值是沿着弯矩方向的。而且，可能测量到不是投影的一部分的轴向塑性变形。然而，在分析过程中，程序会基于相互作用（屈服）面的法向来重新计算总塑性应变。

在分析过程中，一旦铰首次达到屈服，即一旦  $P$ 、 $M_2$  和  $M_3$  的值首次达到相互作用面，一个净弯矩—转动曲线就会从给定曲线插值到屈服点。这个曲线用来进行铰的余下的分析。

如果  $P$ 、 $M_2$  和  $M_3$  值从插值曲线值进行了改变，曲线就会调整以提供一个能量相等的弯矩—转动曲线。这意味着弯矩—转动曲线之下的面积会保持固定，因此如果合成弯矩更小，延性就会更大。这与截面轴向“纤维”的基本应力应变曲线一致。

当产生塑性变形时，屈服面按照  $M$ - $R_p$  曲线的形状改变尺寸，依赖于所完成的塑性功的大小。用户可以选择指定此表面是否按在  $P$ 、 $M_2$ 、 $M_3$  方向上相等地改变尺寸，或只在  $M_2$  和  $M_3$  方向上改变尺寸。后者中的轴向变形性能好像是完全塑性，没有硬化或坍塌。轴向坍塌可能在某些铰内更符合实际情况，但很难计算，而且如果结构不是足够稳定重力荷载重新分布，需要进行非线性直接积分。

### 纤维 P-M2-M3 铰

纤维 P-M2-M3 (纤维 PMM) 铰模拟分布贯穿框架单元截面一定数量的代表性轴向“纤维”的轴向性能。每个纤维具有一个位置、附属面积和应力应变曲线。轴向应力在整个截面积分, 计算出  $P$ 、 $M_2$ 、 $M_3$  的值, 同样地, 用轴向变形  $U_1$ 、转动  $R_2$  和  $R_3$  来计算纤维的轴向应力。

用户可以定义自己的纤维铰, 显式地指定每个纤维的位置、面积、材料和应力—应变曲线, 或者用户可以让程序自动生成圆形、矩形截面的纤维铰。

纤维 PMM 铰比上面描述的耦合 PMM 铰更“自然”一些, 既然它自动考虑相互作用、改变弯矩—转动曲线和塑性轴向应变。然而, 它也需要更多的计算机存储和运行时间。用户也许不得不通过试验来确定纤维的数量, 以在精确度和计算效率之间得到最佳平衡。

纤维铰的强度损失由材料的应力—应变曲线决定。由于横截面上所有的纤维并不总是在一个时间点上失效, 合铰 (overall hinge) 与直接指定弯矩—转角曲线的铰比较而言, 前者倾向于体现更多强度损失, 尤其是使用合理的铰长度时。因此, 程序不会自动限制纤维铰的突然下降的负斜率。然而, 我们依然推荐: 用户应更关注强度损失的模拟, 如果必要, 修正应力—应变曲线。

更多信息:

- 参见“第六章 材料属性”主题“纤维铰”(第 59 页);
- 参见“第七章 框架单元”主题“截面设计器截面”(71 页)。

### 自动的、自定义的、生成的属性

SAP2000 中使用三种类型的铰属性:

- 自动铰属性
- 用户自定义铰属性
- 生成铰属性

只有自动铰属性和用户自定义铰属性能被指定给框架单元。当自动铰属性和用户自定义铰属性指定给框架单元时, 程序会自动为每一个铰创建生成铰属性。

对于钢构件, 程序基于 FEMA-356 表 5-6 计算铰属性。对于混凝土构件, 程序基于 FEMA-356 的表 6-7 和 6-8 或者基于 Caltrans 的混凝土柱的规定。在将自动铰属性指定框架单元时, 程序基于截面几何、材料、单元长度自动产生铰属性。用户应该查看指定项目的生成铰属性。

用户自定义铰属性可以基于自动铰属性也可以完全用户自定义。

生成的铰属性可以转换为用户自定义, 然后进行修正, 重新指定一个或多个框架单元。使用自动铰属性可以让程序做大部分工作, 用户也可以将此铰属性根据需要进行修改, 变



成自定义铰属性。然而一旦用户将生成的铰属性转换为用户自定义铰属性后，铰的属性不会根据截面、材料、单元修改而发生改变。

在分析模型中使用的是生成铰属性。它们可以被查看，但不能被修改。生成铰属性自动被命名为 LabelH#，Label 是框架单元标签，H 代表铰，#代表铰编号。铰编号从 1 开始，对于应用到框架单元的一个串联铰增加 1。例如，框架单元的标签为 F23，对于指定到此框架单元的第二个生成铰编号为 F23H2。

区分定义的铰属性（本文，定义铰属性包含自动铰属性和用户自定义铰属性）和生成铰属性的主要原因是：铰属性依赖于截面。因此在模型中，用户必须为不同的框架截面定义不同的铰属性。这意味着用户必须定义数量庞大的铰属性。为了简化这一过程，SAP2000 使用自动铰属性的概念。当使用自动铰属性时，程序根据内嵌与截面相关的标准为每一个单元生成最后的铰属性。这样用户可以大大减少定义铰的工作量。

## 自动铰属性

自动铰属性是基于一系列的假设的，这些假设并不是对所有结构都是适合的。用户可以将使用自动铰属性开始，然后将生成的铰属性转化为用户自定义类型，根据需要直接修改覆盖计算值。

自动铰属性需要程序知道包含铰的截面详细信息。因此，只有下列类型的截面才能中生成自动铰属性：

### 受弯混凝土梁

根据 FEMA 表 6-7(i)为下列截面生成 M2 或 M3 铰：

- 矩形
- T 形
- L 形
- 截面设计器

### 受弯混凝土柱

根据 FEMA 表 6-8(i)为下列截面生成 M2、M3、M2-M3、P-M2、P-M3、P-M2-M3 铰：

- 矩形
- 圆形
- 截面设计器

或者使用 Caltrans 指定的截面，其截面类型为：

- 截面设计器

### 受弯钢梁

根据 FEMA 表 5-6 为下列截面生成 M2、M3、M2-M3、P-M2、P-M3、P-M2-M3 铰：

- I/宽翼缘工字钢
- 方管

### 拉/压钢支撑

根据 FEMA 表 5-6 为下列截面生成轴力铰：

- I/宽翼缘
- 方管
- 圆管
- 双槽钢
- 双角钢

### 纤维铰

可以使用材料的应力—应变曲线生成钢或者钢筋混凝土截面的 P-M2-M3 铰：

- 矩形
- 圆形

### 其它说明

用户必须为框架单元确认下列信息：

- 对于混凝土截面，钢筋必须显式定义，或者在非线性分析之前，截面已经设计过；
- 对于钢截面，如果已经完成设计，可以使用自动选择截面。即在非线性分析之前指定特定截面；

更多信息，参考联机帮助（当在图形界面中指定自动铰到框架单元时）。

## 分析结果

对于一个非线性静力分析或非线性直接积分时程荷载工况，用户可获取对这些铰的分析结果。这些结果包括：

- 铰承受的力和（或）弯矩。对铰没有定义的自由度将输出零值，即使铰在此自由度上为刚性、承载力为非零值。
- 塑性位移和（或）转动
- 铰在任意自由度所经历的最极端情形，此情形不区分是对正变形发生或对负变形发生：
  - A 到 B
  - B 到 C
  - C 到 D
  - D 到 E
  - >E

- 铰在任意自由度所经历的最极端表现，此表现不区分是对正变形发生或对负变形发生：
  - A 到 B
  - B 到 IO
  - IO 到 LS
  - LS 到 CP
  - >CP

当用户在交互式用户界面显示一个非线性静力或非线性直接积分时程荷载工况的变形时，铰被绘制为彩色的点，用来指示其最极端的情形或状态：

- B 到 IO
- IO 到 LS
- LS 到 CP
- CP 到 C
- C 到 D
- D 到 E
- >E

对不同的情形使用不同的颜色来指示其情形。未经历任何塑性变形（A 到 B）的铰没有显示。



## 第九章 索单元

**索**单元为高度非线性的单元，用来模拟柔性索在自重作用下悬链线行为。拉伸—刚度和大变形效应固化在单元方程内。当使用索单元时必须使用非线性分析。线性荷载工况可以使用非线性分析的终点刚度。

### 高级主题

- 概述
- 节点连接
- 未变形长度
- 截面计算器
- 自由度
- 局部坐标系
- 截面属性
- 属性修改
- 质量
- 自重荷载
- 重力荷载
- 跨间分布荷载
- 温度荷载
- 应变与变形荷载
- 目标力荷载
- 非线性分析
- 单元输出

### 概述

索单元使用弹性悬链线公式来模拟柔性索在自重、温度和应变荷载作用下的行为。索行为具有高度非线性特点，包含拉伸—刚度（ $P-\Delta$ ）效应和大变形效应，自动考虑索的松弛与张紧。

在用户图形界面，用户可以在任意两点之间绘制索对象。形状计算器可以帮助用户测定索对象的未变形长度。未变形长度为在测定索行为时的极限临界值。

未承受荷载时、松弛的索是不稳定的，没有确定的位置。因此从零初始状态开始的线性荷载工况是没有含义的。与此对应，所有的线性荷载工况应当使用非线性静力分析终点刚度，此非线性工况中所有索对象承受自重荷载或者其他横向荷载。当松弛的索没有承受

横向荷载时，程序会在内部假定施加一个非常小的自重荷载以得到确定的形状。当然最好的方式莫过于在索单元上施加实际的荷载。

每个索单元可承受重力荷载（任意方向）、分布荷载、应变和变形荷载、和由于温度改变造成的载荷。为施加集中荷载，索应当在加载点处进行分割，集中荷载作用在节点上。

可使用目标力荷载，通过迭代单元的变形荷载以达到期望的轴力。

单元输出结果包含轴力和自定义的沿单元等间距分布输出站的变形。

当绘制索对象时，用户可以用本章所讲的悬链索单元模拟，也可以用系列直线框架来模拟。使用框架单元允许用户考虑材料非线性及复杂的加载，虽然悬链索单元在大部分情况下也能较好的使用。

## 节点连接

索单元用一连接两点  $i$  和  $j$  的曲线代表。两点必须在空间有不同的位置。单元的两个端点分别用端点 I 和端点 J 来表示。

索单元的形状由索对象未变形长度及作用其上的荷载决定。但当索处于拉紧状态且没有承受横向荷载时，索单元呈一条直线。

## 未变形长度

在用户图形界面，用户可以在任意两点间绘制索对象。形状计算器帮助用户测定索对象未变形长度。索单元行为依赖于索未变形长度与弦长的临界关系。

简单的讲，当未变形长度大于弦长时，索松弛且具有明显下垂。当未变形长度小于弦长时，索处于拉紧状态，且伴随小垂度具有大拉力。

当索承担横向荷载时，在一定范围内，未变形长度接近于弦长。此种情况下，由于横向荷载，拉力与垂度具有高度非线性行为。

温度，应变和变形荷载可以改变索长。上述荷载作用效果类似于改变未变形长度，但不改变索的自重。任何原因造成的应变为总长与未变形长度之差除未变形长度（工程应变）。

在非线性分析初始，如果未变形长度小于弦长，或者阶段施工中，索对象被添加到结构中，拉力将立即存在于索对象中，在任何荷载作用之前，结构需要迭代分析以达到平衡。

## 形状计算器

形状计算器（也称索布置）的最终目的是帮助用户计算索对象未变形长度。在默认情况下，未变形长度假定等于未变形节点间的弦长。

用户可以在索对象上指定下列竖向荷载：

- 自重（总包含在形状计算器中）
- 单位未变形长度的附加重力
- 两节点间附加的单位水平力

注意这些荷载只能应用在形状计算器中。他们不能应用到荷载工况的单元中。分析中的荷载必须在荷载模式中指定。

用户可以选择下列方式之一来计算未变形长度：

- 指定未变形长度，不管是绝对弦长还是相对弦长
- 指定索的最大垂度，从弦到索量测
- 指定最低点的最大垂度，从  $z$  标高最低点与索对象最低点距离量测
- 指定索拉力的水平分力常量
- 指定索对象任一节点拉应力

图 30（第 103 页）显示了索几何属性。

注意未变形长度可能在索任一端最小拉力作用下屈服。较长的索对象承担较大的自重，增加了拉力。较短的索拉的更紧也增加了拉力。如果用户想在任一端指定拉力，首先想到的最好方法是确定最小拉力：当拉力小于最小索力时会计算失败。当指定较大拉力后，程序会很快返回结果。

这里计算的形状并不发生在任意工况中，且计算的拉力也不是直接作用在索上。只决定索的长度。索的变形形状和承担的拉力依赖于荷载工况中结构的行为。例如形状计算器假定两终点固接。然而如果索与变形结构相连，其弦长与定位方向可能会发生改变，产生不同解。

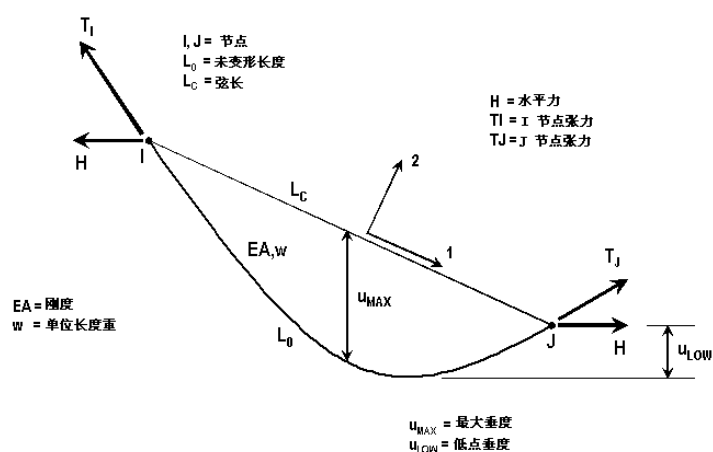


图 30 索单元，显示连接属性，局部轴，尺寸，属性和形状参数。

### 索单元与框架单元对比

在形状计算器中，索可以用本章所讲的悬链索单元模拟，也可以用系列直线框架来模拟。

如果用户对变化较大的荷载或者材料非线性问题感兴趣，可能使用框架单元更为恰当。用户需要使用考虑整个结构的几何非线性的大变形分析来捕捉索的全部行为。使用只压限制的  $P-\Delta$  效应分析对于一些应用是足够的。

更多信息：

- 参见“第七章 框架单元”。

对于大多数情况，尤其是当索非常柔或支座移动很大时，使用悬链索单元是较好的选择。包含索的结构要进行非线性分析，不论剩余结构（除了索以外）如何处理，悬链索单元始终考虑几何非线性（ $P-\Delta$  和或大变形效应）。

### 节段数

在形状计算器中，用户可以指定节段数以将索对象打断。每一节段用一个悬链索或者一个框架单元模拟。

对于悬链单元，除了想要考虑集中荷载及索振动中间质量外，用户最好使用一个节段数。

对于框架单元，通常设置多段（通常至少 8 段，有时更多）以捕捉振动形状。除非用户想要模拟直线拉杆或者支撑，此种工况单段就已经足够了。

更多信息：

- 参见“第二章 对象和单元”（第 5 页）。

### 自由度

索单元在连接节点激活三个平动自由度。旋转自由度并没有被激活。单元刚度贡献给所有平动自由度。

更多信息：

- 参见“第四章 节点和自由度”主题“自由度”（第 18 页）。

### 局部坐标系

每一个索单元具有自己的**单元局部坐标系**，用于定义荷载作用。局部轴以 1、2、3 表示。1 轴沿单元的弦长方向，后两轴位于和自定义的单元方向相垂直的平面内。此坐标系不必依据索段方向，也不会随着荷载作用下的索段方向改变而变化。

除了用户要在单元局部坐标系下施加集中或者分布荷载的情况外，索单元的局部坐标系的定义并不是非常重要。



索单元局部坐标系统的定义与框架单元一致。

更多信息：

- 参见“第七章 框架单元”主题“局部坐标系”（第 65 页）与主题“高级局部坐标系”（第 66 页）。

## 截面属性

索截面是材料与几何的集合，描述了一根或者多根索的横截面。索截面的定义独立于索单元，需要用户进行指定。

索截面被假设总为圆形。用户可以指定索直径或者截面面积，给定一值程序自动计算另外值且自动计算圆截面抗弯惯量、扭转常数、剪切面积。

## 材料属性

截面材料属性由一个预先定义的材料来指定。使用各向同性材料，即使所选材料被定义为正交各向异性或各向异性。截面使用的材料属性为：

- 弹性模量， $E_I$ ，用于轴向刚度和弯曲刚度
- 温度膨胀系数， $\alpha_I$ ，用于轴向膨胀和温度弯曲应变
- 重量密度， $m$ ，用于计算单元质量
- 重量密度， $w$ ，用于计算自重和重力荷载

材料属性  $E_I$  和  $\alpha_I$  在每个单独框架单元的材料温度处得到，所以对某一截面不一定是唯一的。

更多信息：

- 参见“第六章 材料属性”（第 49 页）。

## 几何属性和截面刚度

对于悬链线，索单元只具有轴向刚度  $A \cdot E_I$ ， $A$  为横截面面积， $E_I$  为弹性模量。

## 质量

在动力分析中，结构的质量用来计算惯性力。索单元所贡献的质量集中在节点  $i$  和  $j$ 。在单元内部不考虑惯性效应。

单元的总质量等于无变形长度乘以质量密度  $m$  再乘以截面积  $A$ 。质量均分到两个节点上。节点质量被分配给三个平动自由度：UX、UY、UZ。

为捕捉索本身的动力特性，需要将索对象划分为多个节段。为达此目的，推荐至少要将索划分四段。对于大多结构，索结构振动是不重要的，没有必要进行分割。

更多信息：

- 参见“第六章 材料属性”主题“质量密度”（第 55 页）。
- 对于  $A$  的定义，参见本章主题“截面属性”（第 105 页）。

- 参见“第十八章 荷载工况”（第 209 页）。

### 自重荷载

在模型中，自重荷载激发所有单元的自重。对索单元，自重是沿单元长度的分布力。自重荷载值为重量密度  $w$ ，乘以截面积  $A$ 。伴随着索的伸长，自重荷载相应减小以保持总荷载大小恒定。

自重荷载总是向下作用，沿整体-Z 方向。用户可用一个比例系数来指定自重比例，此比例应用于结构中所有单元。

更多信息：

- 对  $w$  的定义，参见“第六章 材料属性”主题“重量密度”（第 56 页）。
- 对于  $A$  定义，参见本章主题“自重荷载”（第 106 页）。
- 参见“第十七章 荷载模式”主题“自重荷载”（第 202 页）。

### 重力荷载

对每一框架单元施加重力荷载可激发单元的自重。使用重力荷载，自重可按比例在任意方向施加。对每一单元可使用不同的比例系数和方向。单位重力荷载值为重量密度  $W$ ，乘以截面积  $A$ 。伴随着索的伸长，重力荷载相应减小以保持总荷载大小恒定。

若所有单元被相同地加载且方向向下，则使用自重荷载更方便。

更多信息：

- 对索单元自重的定义见本章主题“自重荷载”（第 106 页）。
- 参见“第十七章 荷载模式”主题“自重荷载”（第 202 页）。

### 跨间分布荷载

跨间分布荷载用来在索对象上添加分布荷载。荷载可以被指定为均匀的或者梯形分布的荷载。然而荷载最终以单位未变形索长度上添加均布荷载来实现。

总荷载被计算且除以未变形长度得到应用荷载的大小。随着索的伸长，荷载相应减小以保持总荷载不变。

加载方向可以在固定坐标系（全局或者替代坐标系）或者单元局部坐标系中指定。

为模拟在悬链索单元上施加非均布的分布荷载，用户应当将索对象分成多个节段，用各个节段上的均布荷载分段模拟整个索对象的分布荷载。

更多信息：

- 参见“第七章 框架单元”主题“跨间分布荷载”（第 84 页）。
- 参见“第二章 对象和单元”（第 5 页）中关于一个索对象如何在分析时划分为多个单元（节段）。
- 参见“第十七章 荷载模式”（第 199 页）。

## 温度荷载

温度荷载在索单元内产生轴向热应变。此应变是材料的温度线膨胀系数和单元温度变化的乘积。所有指定的温度代表着温度改变不论来自线性分析的无应力状态下，或者来自非线性分析中的上一次温度。

沿着单元长度温度荷载可以是常数，也可根据节点值插值得到。

更多信息：

- 参见“第十七章 荷载模式”（第 199 页）。

## 目标力荷载

目标力荷载是一个特殊的荷载类型，用户在索单元指定一个期望的索力，变形荷载迭代施加以达到目标力。由于轴力可以沿索长方向发生改变，用户必须指定期望荷载发生的相对位置。目标力荷载只在非线性静力分析和阶段施工工况起作用。对于其他荷载工况，目标力荷载没有任何效果。

与其他类型荷载不同，目标力荷载并不增加。而是由户指定代表着框架单元在荷载工况结束或阶段施工完成后框架单元的轴力的总荷载。用于计算达到目标力的变形可以是正的、负的、或者零，这取决于单元在分析初始阶段的内力。当在一个包含目标力荷载的荷载模式中使用比例系数时，总目标力也会缩放。由于不同的比例系数造成变形增量也会发生改变。

更多信息参见：

- 参见“第十七章 荷载模式”主题“目标力荷载”（第 206 页）
- 参见“第二十三章 非线性静力分析”主题“目标力迭代”（第 271 页）

## 应变和变形荷载

轴向应变与变形荷载改变索单元的长度。变形荷载为在长度方向的总改变，而应变荷载为单位未变形长度的改变值。正值意味着索单元垂度变大，即索拉力减少。负值意味着将索拉紧，索力增加。

更多信息：

- 参见“第十七章 荷载模式”（第 199 页）。

## 非线性分析

为得到索单元有意义的结果需要非线性分析。当然也可以执行线性分析，但是线性分析总是使用非线性分析终点刚度，在此非线性分析中，索承受自重和其他横向荷载。当松弛的索没有承受横向荷载时，程序会在内部假定施加一个非常小的自重荷载以得到确定的形状。当然最好的方式莫过于在索单元上施加实际的荷载。

带有索单元的模型最好在荷载工况中使用较多的迭代次数，例如 25 或者更多。通过减少索对象的节段数，使用大的荷载增量来提高收敛速度。注意当用框架单元模拟索时，方法与上述相反，即使用更多的节段数，减少荷载增量。

### 内力输出

悬链索单元产生轴力（仅拉力），输出沿长度方向的变形。

## 第十章 壳单元

**壳**单元用来在平面和三维结构中模拟壳、膜和板的性能。壳材料可以为均质壳或者在厚度方向上分层。在分层壳中可以考虑材料非线性。

### 基本主题

- 概述
- 节点连接
- 边束缚
- 自由度
- 局部坐标
- 截面属性
- 质量
- 自重荷载
- 均布荷载
- 表面压力荷载
- 内力和应力输出

### 高级主题

- 高级局部坐标系
- 属性修正
- 节点偏移与厚度覆盖项
- 重力荷载
- 温度荷载

### 概述

壳单元是一个组合了膜和板弯曲行为的 3 或 4 节点单元。4 节点单元不必在一个平面内。

每一壳单元有其局部坐标系，用来定义材料属性和荷载、及输出。可采用温度相关的、正交各向异性的材料。每个单元可在各个方向施加重力荷载、均布荷载；顶部、底部和侧面的面压力；以及应变，温度变化引起的荷载。

四节点数值积分公式形成壳刚度。在单元局部坐标系内，应力、内力、弯矩在  $2 \times 2$  高斯积分点计算，并向外插值到单元的节点。对于单元应力或内力的大致误差，可从连接同一节点不同单元计算值的差异得到。这将保证一个给定有限元近似的准确性，并可作为选择一个新的更精确单元剖分的基础。

可以用这种单元模拟的结构包括：

- 楼板系统
- 墙系统
- 桥面
- 三维曲面壳，如仓和穹顶
- 梁、柱、管和其他结构构件的细部模型

可以使用两个明显不同的公式：均质壳和分层壳。

### 均质壳

均质壳组合了独立的膜行为和板行为。如果单元翘曲（不共面），这些行为相互耦合。膜行为使用一个等参数的公式，包括面内的平动刚度部分和一个垂直于单元平面的旋转刚度部分。见 Taylor 和 Simo（1985）及 Ibrahimbegovic 和 Wilson（1991），面内位移为二次的。

均质板弯曲行为包括双向、面外、板旋转刚度部分和一个垂直于单元平面的平动刚度。默认地，使用薄板（Kirchhoff）公式，忽略横向剪切变形。另外，用户可选择厚板（Mindlin/Reissner）公式，该单元包括横向剪切变形。面外位移为三次的。

对于结构中的每一均质壳单元，用户可选择模拟纯膜、纯板、或完全壳性能。一般建议用户使用完全壳性能，除非整个结构是平面的且被充分约束的。

### 分层壳

分层壳在厚度方向上允许存在任意数量的层，每层都具有独立的位置，厚度及材料。材料行为可以是非线性的。

每层内膜变形使用应变投影方法，见 Hughes 2000。平面内位移是二次的。与均质壳不同，不使用“转动”自由度，且不应进行加载。这些垂直于单元平面的转动仅松弛连接到单元刚体转动来防止数值不稳定。

对于弯曲使用考虑横向剪切变形的 Mindlin/Reissner 公式，包含横向剪切变形。面外位移为二次的，并与面内位移协调。

分层壳单元体系完全壳性能，尽管可以在一层一层基础上完全控制。除非在厚度方向上层完全对称，膜行为与板行为相互耦合。

## 节点连接

每个壳单元（和其它类型的面对象/单元）可有以下任一种形状，如图 31（第 111 页）所示：

- 四边形，由 4 个节点  $j_1$ 、 $j_2$ 、 $j_3$  和  $j_4$  定义
- 三角形，由 3 个节点  $j_1$ 、 $j_2$  和  $j_3$  定义

这两种形式中，四边形公式更准确。三角形单元建议只用在过渡区域处。3 节点单元的刚度公式是合理的；但是，其应力恢复较差。图 32（第 112 页）图示了使用四边单元剖分各种几何形状和转换部位的例子，所以尽量避免使用三角形壳单元。

在过渡区域处，也可以不使用异形单元而是使用边束缚。参见主题“边束缚”（第 113 页）。

$j_1$  到  $j_4$  节点定义了壳单元参考面的角部。对于均质壳，此为中面；对于分层壳，用户可以选择以材料层相关的位置。

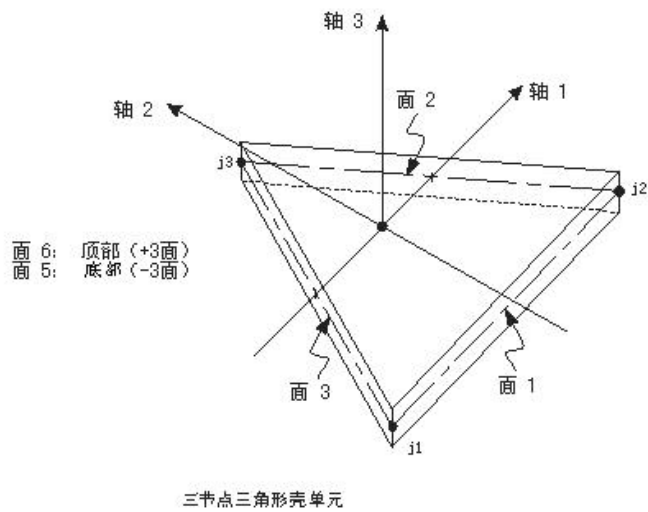
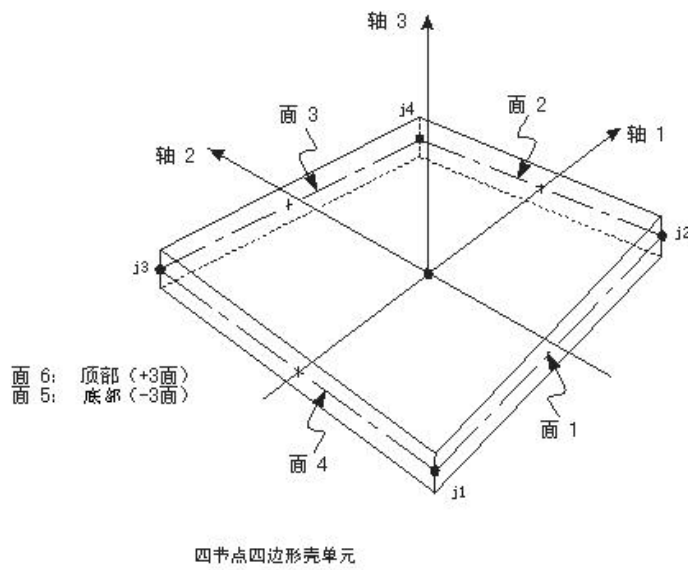


图31 面单元节点连接和面定义

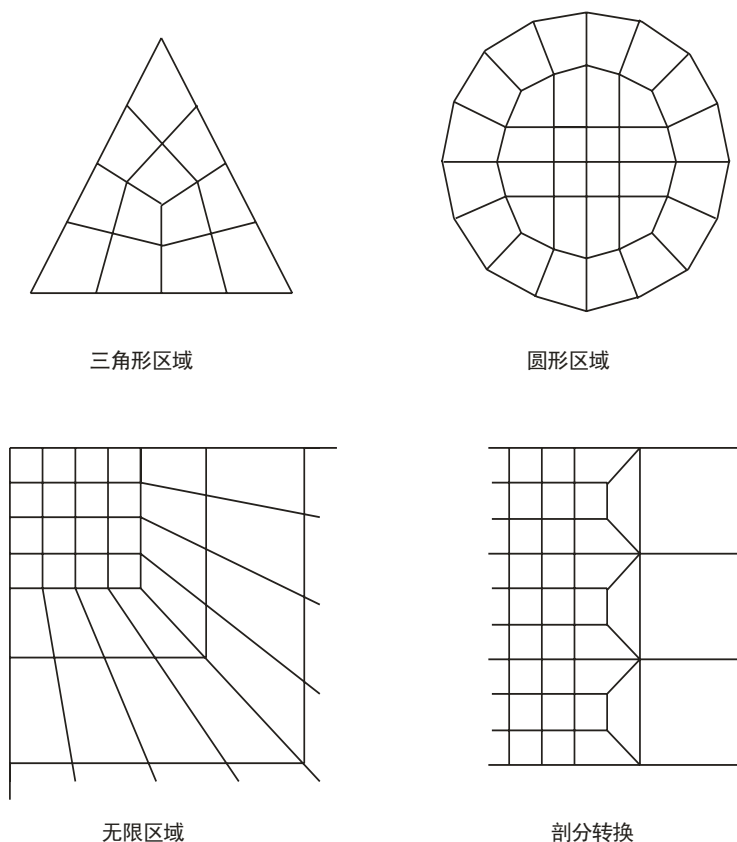


图 32 使用四边形面单元剖分的例题

用户可以指定壳节点偏移，即移动参考面。

更多信息

- 参见主题“节点偏移与厚度覆盖项”（第 126 页）。

## 单元形状评价

节点位置应选择来满足下列几何条件：

- 在每一角点的内角度必须小于  $180^\circ$ 。当这些角度接近  $90^\circ$  时，或至少在  $45^\circ$  到  $135^\circ$  范围内，四边形可得到最佳结果。
- 一个单元的特征系数不应太大。对于三角形，这是最长边与最短边的比值；对于四边形，这是对边中点间较长的距离与较短距离的比值。对于特征系数为 1，将得到最佳结果，或至少小于 4。特征系数不得超过 10。
- 对于四边形，4 个节点不必在同一面内。程序可以考虑在单元内的少量扭转。在角点法线间的角度可用来衡量扭转程度。在角点法线垂直于交于此点的两边。如任意两个角点法线的交角小于  $30^\circ$ ，将得到最佳结果。此角度不得超过  $45^\circ$ 。



在充分细分网格内，这些条件一般能够得到满足。当特征系数较大和网格扭曲较大时，厚板公式的精确度比薄板公式的更为敏感。

## 边束缚

用户可以在任意壳单元（或面对象）上指定自动边束缚。当一个单元指定边束缚后，程序自动在单元边上的所有节点与相邻单元角点建立连接。如果在自动合并容差的范围（用户可以在交互式用户界面中设置）内，则这些节点被认为刚好位于单元边上。

边束缚可以用来连接不匹配壳单元，也可以连接节点位于壳单元边上的任何单元与壳单元。包含梁、柱、束缚节点和连接单元等。

这些节点通过柔性插值束缚来连接。这意味着边上中间节点的位移通过壳单元角点的位移插值得到。总刚度没有增加，效果仅为靠近节点的单元的边行为。

图 33（第 113 页）显示了两个不匹配壳单元网格的例子，一个具有边束缚，另外一个不具有。右边为建立束缚的单元，所有单元都建立了束缚，其实可以只指定过渡区域的单元。对不需要指定边束缚单元指定了边束缚对结构性能影响较少。

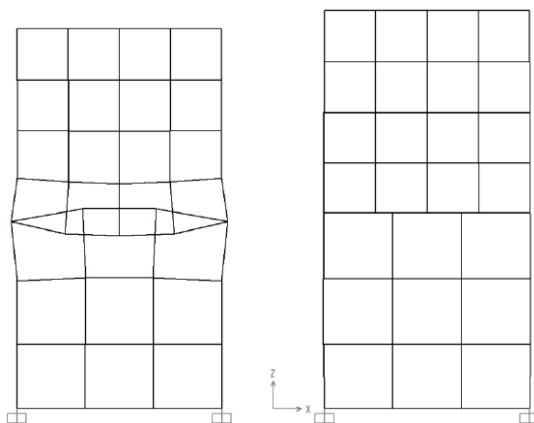


图 33 使用边束缚来连接单元：左边模型—没有指定边束缚；右边模型—所有单元均指定边束缚。

使用自动边束缚而不是用图 32（第 112 页）过渡网格的优点在于：用户不必建立不规则的单元。这可以增加计算效率。在从粗网格到细致网格的过渡区域内，过渡效果取决于较大尺寸单元的阶数，如 St. Venant 效果。据此，过渡区域应远离用户较关注的应力区域。

## 自由度

壳单元总在每个连接点激活所有 6 个自由度。当单元被作为纯膜来使用时，用户必须确保约束或其他支座提供法向平动和弯曲转动自由度。当一个单元被当作一个纯面来使用时，用户必须确保约束或其他支座提供面内平动和关于法向轴的转动自由度。

对三维结构，建议使用完全壳（膜加上板）行为。

注意“转动 drilling”自由度（绕垂直轴转动）不用于分层壳，不应进行加载。

更多信息：

- 参见“第四章 节点和自由度”主题“自由度”（第 18 页）。

## 局部坐标系

每个壳单元（及其他类型的面对象/单元）具有自己的**单元局部坐标系**，来定义材料属性、荷载和输出。此局部坐标系的轴用 1, 2, 3 来代表。前两个轴在单元平面内，其朝向由用户指定；第 3 个轴为法向。

很重要的是，用户需清楚了解单元局部 1-2-3 坐标系的定义及其与整体 X-Y-Z 坐标系的关系。两个坐标系均为右手坐标系。需要由用户来定义一个可以简化数据输入和理解结果的局部坐标系。

在大多数结构中，单元局部坐标系的定义相当简单。但是这里的方法提供了足够的能力和灵活性，用来描述在最复杂情况下壳单元的朝向。

最简单的方法是使用**默认方向**及**壳单元坐标角**，在此主题中描述。定义壳单元局部坐标系的更多方法在下一主题中描述。

更多信息：

- 参见“第三章 坐标系”（第 7 页）关于对此主题的概念和术语的描述
- 参见本章中的“高级局部坐标系”主题（第 115 页）

### 法向 3 轴

局部 3 轴总是垂直于壳面。当路径  $j_1-j_2-j_3$  为逆时针时，此轴指向用户。对于四边形，单元平面用连接两对对边中点的向量定义。

### 默认方向

局部 1 轴和 2 轴的默认方向由局部 3 轴与整体 Z 轴的关系来确定：

- 局部 3-2 平面取为垂直的，即平行于 Z 轴
- 局部 2 轴取为向上的（+Z）方向，除非单元是水平的，此情况下局部 2 轴为沿整体+Y 轴方向。
- 局部 1 轴是水平的，即在 X-Y 平面内

若局部 3 轴和 Z 轴的夹角的正弦小于  $10^{-3}$ ，则单元被认为是水平的。

局部 2 轴和竖向轴的夹角与局部 3 轴和水平轴的夹角相同。这意味着对垂直单元局部 2 轴垂直向上。

### 单元坐标角

壳单元的局部坐标角  $\text{ang}$ ，用来定义不同于默认方向的单元朝向。它是局部 1 轴和 2 轴绕正局部 3 轴从默认方向旋转的角度。当局部 3 轴指向用户时，旋转角  $\text{ang}$  逆时针时方向为正。

对于水平单元， $\text{ang}$  是在 2 轴和水平+Y 轴的夹角。否则， $\text{ang}$  是局部 2 轴与包含局部 3 轴的垂直面的夹角。例题见 图 34（第 115 页）。

## 高级局部坐标系

默认地，单元使用相对于+Z 和+Y 方向的单元局部坐标角来定义单元局部坐标系，如前一主题中所述。在某些建模情况中，对于局部坐标系的指定有更大的控制会很方便。

此主题描述当单元坐标角  $\text{ang}$  为零时，相对于任意的参考向量，如何定义切向局部 1 和 2 轴的朝向。若  $\text{ang}$  非零，则它是局部 1 和 2 轴从参考向量确定的方向绕局部 3 轴的转角。局部 3 轴总是垂直于单元面。

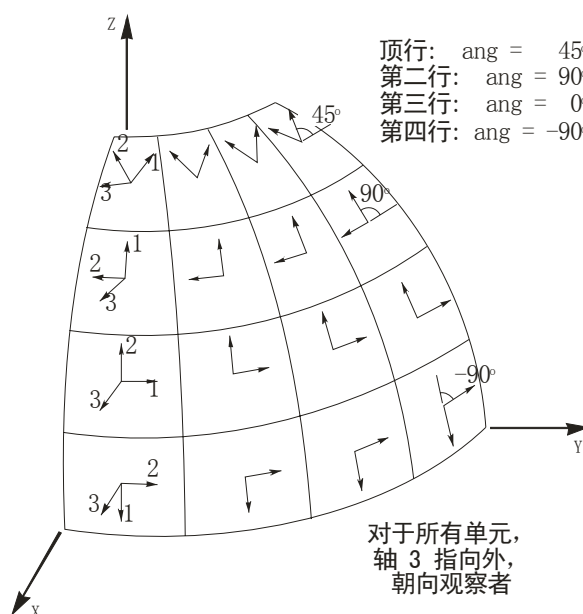


图 34 相对于默认方向的面单元坐标角

更多信息：

- 对于此主题中概念和术语的描述，见“第三章 坐标系”（第 7 页）。
- 参见本章的“局部坐标系”主题（第 114 页）

## 参考向量

为了定义切向局部坐标轴，用户需指定一个平行于 3-1 或 3-2 平面的**参考向量**。此参考向量相对于切向局部轴（1 和 2）必须具有正的投影。这意味着参考向量的正方向与期望的切向轴的夹角小于 90 度。

要定义参考向量，用户必须首先指定或使用默认值：

- 一个主坐标向量方向 **pldirp**（默认为+Z）
- 一个次坐标方向 **pldirs**（默认为+Y），方向 **pldirs** 和 **pldirp** 不应相互平行，除非用户确认他们不平行于局部 3 轴
- 一固定的坐标系 **csys**（默认为零，表示整体坐标系）
- 局部平面，**local**，将被参考向量确定（默认为 32，代表平面 3-2）  
用户可选择指定：

- 一对点 **plveca** 和 **plvecb**（默认为零，表示单元中心）。若他们均为零，则不使用此选项。

对每一单元，参考向量如下定义：

1. 一个从节点 **plveca** 至节点 **plvecb** 的向量。若此向量具有有限长度，且不平行于局部 3 轴，则其作为参考向量  $\mathbf{V}_p$  使用。

2. 否则，在固定坐标系 **csys** 中的单元中心计算主要坐标方向 **pldirp**。若此方向不平行于局部 3 轴，则其被用作参考向量  $\mathbf{V}_p$ 。

3. 否则，在固定坐标系 **csys** 中单元中心计算次要坐标系方向 **pldirs**。若此方向不与局部 3 轴平行，其被用作参考向量  $\mathbf{V}_p$ 。

4. 否则，此方法失败且分析中止。若 **pldirp** 不平行于 **pldirs**，这不会发生。

若一个向量与局部 3 轴夹角的正弦值小于  $10^{-3}$ ，其被认为平行于局部 3 轴。

对于 **local=32** 的情况，使用坐标方向的方法图示于图 35（第 117 页）。

为与以前版本保持兼容，提供了一个特殊的选项。若 **pldirp** 被设置为零，参考向量  $\mathbf{V}_p$  直接从  $j_1-j_3$  边的终点到  $j_2-j_4$  边的中点（或，对三角形  $j_2-j_3$  边）。此图示于图 31（第 111 页），参考向量和局部 1 轴相同。使用这个选项，切向局部轴的朝向完全依赖于所用的网格。

### 确定切向轴 1 和 2

一旦指定了参考向量后，程序使用向量叉积来定义切向轴 1 和 2。三个轴用 3 个单位向量  $\mathbf{V}_1$ 、 $\mathbf{V}_2$  和  $\mathbf{V}_3$  分别代表。这些向量满足叉积关系：

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_2 \times \mathbf{V}_3$$

切向轴 1 和 2 定义如下：

- 若参考平面平行于 3-1 平面，则：

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{V}_3 \times \mathbf{V}_p$$

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_2 \times \mathbf{V}_3$$

- 若参考向量平行于 3-2 平面，则：

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_p \times \mathbf{V}_3$$

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{V}_3 \times \mathbf{V}_1$$

一般地，若参考向量平行于单元平面，在所选局部平面内切向轴和  $\mathbf{V}_p$  相同。

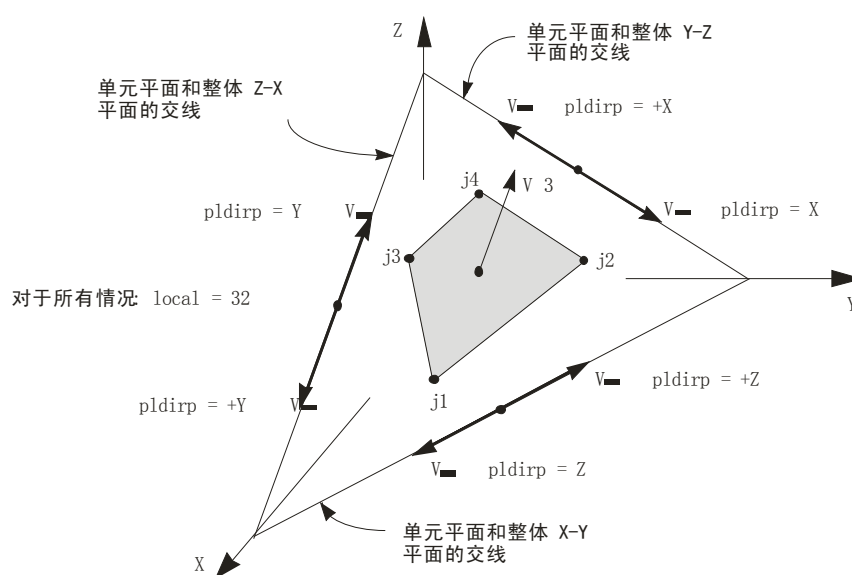


图 35 使用坐标方向的面单元局部坐标系

## 截面属性

**壳截面**用一组材料和几何属性来描述一个或多个壳单元的截面。壳截面属性是面截面属性的一种。截面独立于单元定义，并被指定给面对象。

### 面截面类型

当定义一个面截面时，用户有 3 个基本单元类型可供选择：

- 壳——此章的主题，有平动和旋转自由度，可承受力和弯矩
- 平面（应力或应变）——一个二维实体，有平动自由度，可承受力，但不能承受弯矩。此单元在“第十一章 平面单元”中介绍（第 133 页）。
- 轴对称实体——轴对称实体，有平动自由度，可承受力，但不能承受弯矩。此单元在“第十二章 轴对称实体单元”中介绍（第 139 页）。

### 壳截面类型

对于壳截面，用户可选择以下子类型行为中的一种：

- 膜
  - 纯膜行为
  - 只承受面内的力和法向弯矩
  - 线性，均质材料
- 板
  - 纯板行为
  - 只承受弯曲和横向力
  - 厚板或薄板公式
  - 均质材料
- 壳
  - 完全壳行为，是膜和板行为的组合
  - 可承受所有力和弯矩
  - 厚板或薄板公式
  - 线性，均质材料
- 分层壳
  - 多层，每一层具有不同的材料、厚度和位置
  - 完全壳行为，除非所有的层都只具有膜或只具有板行为
  - 完全壳行为，可承受所有力和弯矩，除了”drilling”弯矩之外
  - 厚板公式；可以是非线性的

一般建议使用完全壳行为，除非整个结构是平面的且被充分约束。

### 均质壳截面属性

均质材料属性用来定义非分层的膜、板和壳截面类型。需要指定下列数据：

#### 截面厚度

每个截面有一个恒定的膜厚度和一个恒定的弯曲厚度。膜厚度  $t_m$  用来计算：

- 完全壳和纯膜截面的膜刚度
- 单元自重和质量计算所使用的单元体积

弯曲厚度  $t_{hb}$  用来计算：

- 对完全壳和纯板截面的板—弯曲和横向—剪切刚度

一般地，这两个厚度是相同的，且用户只需指定  $t_h$ 。但是，对于某些应用，如模拟波形表面，膜和板弯曲行为不能用一个单一厚度的均质材料来代表。对于此目的，用户可指定不同于  $t_h$  的  $t_{hb}$  值。要了解更多信息，如波纹板或正交各向异性，使用属性修正为更好的方式。参见主题“属性修正”（第 125 页）。

### 厚度公式

有两种厚度公式可选择，这取决于在板或壳单元的板—弯曲行为中是否包括横向剪切变形：

- 厚板（Mindlin/Reissner）公式，包括了横向剪切变形效应
- 薄板（Kirchhoff）形式，忽略了横向剪切变形

当厚度大于其跨度的 1/10 或 1/5 时，剪切变形趋向于重要。他们还在弯曲应力集中的附近十分重要，如在厚度突变处或支座情况，以及靠近洞口或凹的角点处。

虽然对薄板弯曲问题，剪切变形确实可以忽略，但厚板公式趋向于更准确，虽然比薄板公式更刚性些。然而，对较大的特征系数和网格扭曲，厚板公式的准确度比薄板公式更敏感。

一般建议用户使用厚板公式，除非用户使用一个扭曲的网格且知道其剪切变形将会较小，或除非用户试图匹配一个理论薄板解。

厚度公式对膜行为没有影响，只对板弯曲行为有影响。

### 截面材料

每个截面的材料属性通过引用一个以前定义的材料来指定。材料可以为各向同性的、同轴的或者正交各向异性的。如果选择使用正交各向异性属性，即使所选材料被定义为各向异性。壳截面使用的材料属性为：

- 弹性模量， $E_1$ 、 $E_2$ 、 $E_3$
- 剪切模量， $G_{12}$ 、 $G_{13}$ 、 $G_{23}$
- 泊松比， $\gamma_{12}$ 、 $\gamma_{13}$ 、 $\gamma_{23}$
- 温度膨胀系数， $a_1$ 、 $a_2$
- 质量密度  $m$ ，用来计算单元质量
- 重量密度  $w$ ，用来计算自重和重力荷载

通过假定一个平面应力状态，可从材料矩阵中去除属性  $E_3$ 、 $\gamma_{13}$ 、 $\gamma_{23}$ 。使用所产生的  $E_1$ 、 $E_2$ 、 $G_{12}$ 、 $\gamma_{12}$  的修正值来计算膜和板弯曲刚度。

若使用厚板公式，剪切模量  $G_{13}$  和  $G_{23}$  被用来计算横向剪切刚度。使用温度膨胀系数  $a_1$  和  $a_2$  来计算膜膨胀和温度弯曲的应变。

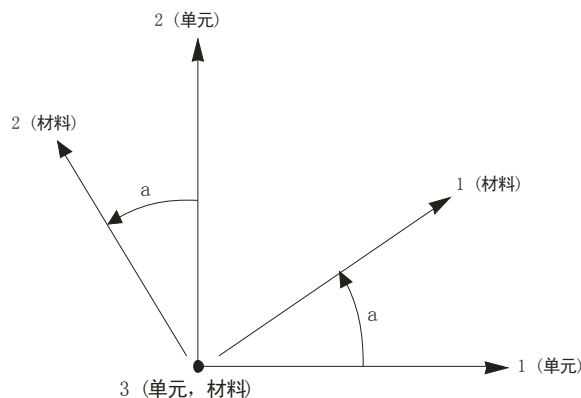


图36 壳单元的材料角

所有材料属性（除密度外）在每一单元的材料温度处得到。

更多信息：

- 参见“第六章 材料属性”（第 49 页）。

### 截面材料角

材料的局部坐标系和单元（壳截面）的局部坐标系不必是相同的。两个系统的局部 3 轴总是重合的，但是材料 1 轴和单元 1 轴可有  $a$  角度的不同，见图 34（第 115 页）。此角度对各项同性材料没有影响，因为他们与方向无关。

更多信息：

- 参见“第六章 材料属性” 主题“局部坐标系”（第 50 页）。

### 分层壳属性

对于分层壳属性，用户可以定义在厚度方向上构成。允许任意数量层，甚至仅一层。通过参考面进行定位，参考面可以为中面、中性面、顶面、底面或者用户自己直接选择位置。默认参考面包含单元节点，尽管可以通过节点偏移进行改变。

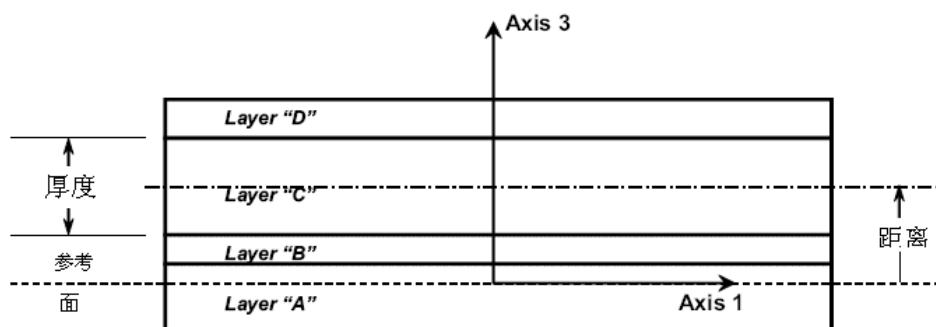


图37 四层壳，显示了参考面，分层面名称，距离和 C 层的厚度。



分层壳单元总是使用包含横向剪切变形效应的厚壳（Mindlin/Reissner）公式。

对于每一层，用户需指定下列参数，如图 37（第 120 页）所示。

### （1）层名称

层名称任意，但同一截面内层名唯一，一个层名称在不同的截面中同时引用。这样可以同时绘同一层名但不同截面的单元结果。

### （2）层距离

层需要指定沿单元正 3 轴方向从层中心到参考面的距离。下面例子中用  $d$  表示。

### （3）层厚度

每层都要具有一个沿单元 3 轴度量的厚度。对模拟钢筋或材料纤维，用户可以指定一个非常薄“涂片”层，具有等价的截面面积。在下面例子中用  $t_h$  表示。

### （4）层类型

可以选择下列：

- 薄膜：在层中应变仅用平面内薄膜（ $\varepsilon_{11}$ 、 $\varepsilon_{22}$ 、 $\gamma_{12}$ ）位移计算，层中应力（ $\sigma_{11}$ 、 $\sigma_{22}$ 、 $\sigma_{12}$ ）仅对平面内薄膜力（ $F_{11}$ 、 $F_{22}$ 、 $F_{12}$ ）有贡献。
- 板：层应变（ $\varepsilon_{11}$ 、 $\varepsilon_{22}$ 、 $\gamma_{12}$ 、 $\gamma_{13}$ 、 $\gamma_{23}$ ）仅从板弯曲转动和横向位移计算，层中应力（ $\sigma_{11}$ 、 $\sigma_{22}$ 、 $\sigma_{12}$ 、 $\sigma_{13}$ 、 $\sigma_{23}$ ）仅对板弯曲和横向剪力（ $M_{11}$ 、 $M_{22}$ 、 $M_{12}$ 、 $V_{13}$ 、 $V_{23}$ ）有贡献。
- 壳（综合了薄膜和板行为）：层应变（ $\varepsilon_{11}$ 、 $\varepsilon_{22}$ 、 $\gamma_{12}$ 、 $\gamma_{13}$ 、 $\gamma_{23}$ ）从所有位移和板弯曲转动计算，层应力（ $\sigma_{11}$ 、 $\sigma_{22}$ 、 $\sigma_{12}$ 、 $\sigma_{13}$ 、 $\sigma_{23}$ ）对所有内力和板弯曲弯矩（ $F_{11}$ 、 $F_{22}$ 、 $F_{12}$ 、 $M_{11}$ 、 $M_{22}$ 、 $M_{12}$ 、 $V_{13}$ 、 $V_{23}$ ）有贡献。
- 多数应用中，层应使用壳行为。见下面剪力墙建模例子，其中分别考虑膜和板行为。
- 主要提示：质量和重量仅从膜和壳层计算，不计板层。这防止了当同一种材料对独立的薄膜层和板层都使用时计入两次。

### （5）层厚度积分点数

材料行为在每层厚度方向上有限数目点上的积分（取样点）。对每层可选择 1 到 5 个点。这些点的位置遵循标准的高斯积分步骤。在下面例子中用  $n$  表示。

对于单层线性材料，厚度方向上一个积分点足以代表膜行为，两个点可以捕捉膜和板行为。如果有很多层，可以在薄层上使用一个积分点。

- 非线性行为需要更多积分点或者更多的层，以捕捉顶面或底面附近的屈服行为。增加积分点数目会增加分析时间。用户需要试验以确定计算精度与计算效率之间的平衡。

**(6) 层材料**

每层的材料属性通过引用一个以前定义的材料来指定，材料可以为各向同性的，单轴的或正交各向异性的。如果选择各向异性的，则要使用正交各向异性材料。材料行为取决于为层选择材料组成部分的行为，如下所述。

**(7) 层材料角**

对于正交各向异性和单轴材料，材料轴可以绕单元轴旋转。每一层材料角都可以不同。例如用户可以材料角相差 90 度的单轴材料来模拟正交的钢筋网。在下面例子中用 **ang** 表示。

更多信息：

- 参见“截面材料角”主题（第 120 页）。

**(8) 材料组成部分行为**

- 对三个薄膜应力分量 ( $\sigma_{11}$ 、 $\sigma_{22}$ 、 $\sigma_{12}$ ) 的每一个，可以选择行为是线性、非线性、无效的。对单轴材料，仅分量 ( $\sigma_{11}$ 、 $\sigma_{12}$ ) 有效，因为  $\sigma_{22}=0$ 。材料组成部分在材料局部坐标系中定义，取决于材料角，对每层可以不同。
- 如果三个分量都是线性的（对单轴材料是两个），则对层使用线性材料矩阵，根据“第六章 材料属性”第 49 页公式 (1) 到 (4)。注意对正交各向异性材料，忽略公式 (4) 中剪切耦合效应，行为与公司 (3) 一致。

如果三个分量中一个或多个是非线性或无效的，则所有线性分量使用非耦合各向同性线性应力—应变准则，所有非线性分量使用非线性应力—应变关系，所有无效分量应力为零。组成部分成为非耦合的，Poisson 比为零。行为总结为下面表格：

组成部分 Component	线性 Linear	非线性 Nonlinear	无效 Inactive
$\sigma_{11}$	$\sigma_{11}=E_1 \cdot \epsilon_{11}$	公式 (5)	$\sigma_{11}=0$
$\sigma_{22}$	$\sigma_{22}=E_1 \cdot \epsilon_{22}$	公式 (5)	$\sigma_{22}=0$
$\sigma_{12}$	$\sigma_{12}=E_1 \cdot \epsilon_{11}$	公式 (6)	$\sigma_{12}=0$

注意对线性公式  $\sigma_{12}$  是一个 Poisson 比为零的各向同性材料。参见“第六章 材料属性”公式 (5) 和公式 (6)。

对单轴材料  $\sigma_{22}=0$ ， $\sigma_{12}$  是上面表格中值的一半。

横向剪切行为总是线性的，并由弯曲分量控制。对一个薄膜类型层，横向剪切应力 ( $\sigma_{13}$ ， $\sigma_{23}$ ) 都为零。对一个板或壳类型层：

$\sigma_{13}=0$  如果  $\sigma_{11}$  无效，否则  $\sigma_{13}=g_{13} \cdot \gamma_{13}$

$\sigma_{23}=0$  如果  $\sigma_{22}$  无效，否则  $\sigma_{23}=g_{23} \cdot \gamma_{23}$

**122 截面属性**

## 层间作用

层定义为完全独立的，层允许重叠也允许层间存在缝隙。这完全由用户把握。

例如模拟混凝土板，用户可以选择一层代表混凝土，四层代表钢筋（靠近顶面有两层正交的钢筋层，底面亦然）。钢筋层很薄，使用等效的厚度来代表正交的钢筋面积。由于钢筋层很薄，所有没有必要担心钢筋层与混凝土层的重叠。叠和的混凝土的区域非常小。

根据 Mindlin/Reisser 假设变形后的参考面法线保持直线，层动态的连接在一起。壳类似于梁单元平截面假定。

### 平面内积分

力—变形行为通过沿厚度和单元 1—2 平面积分应力—应变行为计算。如上所述，可以在每层厚度方向指定积分点数。

对每个厚度位置，平面积分在标准 2x2 的 Gauss 点进行（在平面尺寸  $\pm 1.0$  坐标为  $\pm 0.577$ ）。非线性行为仅在这些点取样。则等价于有两个纤维，在每个局部 1 和 2 方向，近似位于 1/4 和 3/4 点。绘图或表格输出时，不在是个 Gauss 点出的应力插值或外插得到。因为这个原因，节点处应力可能显得比破坏应力大。

例题：非线性剪力墙，“实际”模型

对分层壳的一个重要应用是非线性剪力墙建模，并且作为其他应用的例子。考虑一个 18in (457mm) 厚度竖直墙，具有两层竖直和水平配筋，保护层为 3in (76mm)。两层水平层提供 1%配筋率，两层竖向层提供 2%配筋率。

当模拟线性行为时，通常不包括钢筋，但对非线性行为则至关重要。最简单的情况，整个墙截面对薄膜和弯曲行为都考虑成非线性，结果最“现实”，但不是最实际。这需要一个具有五层的分层截面。

### “现实”剪力墙模型

层	类型	材料	th	d	ang	n	$\sigma_{11}$	$\sigma_{22}$	$\sigma_{12}$
1	Shell	Conc	18.0	0.0	0°	5	N	N	N
2	Shell	Rebar	0.09	+6.0	0°	1	N	-	N
3	Shell	Rebar	0.09	-6.0	0°	1	N	-	N
4	Shell	Rebar	0.18	+6.0	90°	1	N	-	N
5	Shell	Rebar	0.18	-6.0	90°	1	N	-	N

对应力分量，“N”表示非线性，“L”表示线性，“-”表示无效。

注意  $\sigma_{11}$  总是非线性的。竖向钢筋定义为设置材料角度为 90°，即与壳的局部 2 轴对齐。竖向钢筋应力  $\sigma_{11}$  对应于壳  $\sigma_{22}$ 。

同时注意对钢筋， $\sigma_{12}$  设置为非线性。这允许当混凝土开裂后钢筋承受剪力。这可认为代表销钉作用，尽管模型中没有信息代表销钉作用，这仅是一个近似。必须使用工程判断确定这种近似是否适合需要。最保守的近似是设置钢筋应力分量  $\sigma_{12}$  无效。

例题：非线性剪力墙，“实际”模型

上述五层模型似乎很实际，但是代表了很多破坏机制可能隐蔽了很多工程信息，这在基于性能设计很需要。当可能时，最简单的模型将用于满足工程目标。这样做将使分析更快，并使结果表述更容易。

根据上述原因，下面给出一个更实际的模型，只有竖向薄膜应力是非线性的。这样一个模型对类似柱子行为控制的较高剪力墙更合适：

“实际”剪力墙模型

层	类型	材料	th	d	ang	n	$\sigma_{11}$	$\sigma_{22}$	$\sigma_{12}$
1	Membr	Conc	18.0	0.0	0°	1	L	N	L
2	Membr	Rebar	0.18	+6.0	90°	1	N	-	-
3	Membr	Rebar	0.18	-6.0	90°	1	N	-	-
4	Plate	Conc	16.0	0.0	0°	2	L	L	L

在此模型中，只有薄膜行为是非线性的，并且只对  $\sigma_{22}$ 。这相应于当材料角是 90° 时钢筋应力分量  $\sigma_{11}$ 。

通常不需要包含钢筋线性行为，因此忽略水平钢筋，并且设置钢筋剪应力分量  $\sigma_{12}$  是无效的。

当使用单一混凝土板层时，平面外行为假设为线性的。进行厚度折减考虑开裂，而不使用显式非线性模型。板弯曲刚度与厚度的三次方成比例。

例题：填充墙

有许多种方式模拟填充墙。这里介绍两种，都只表现抵抗剪切薄膜效应。最简单的是—层混凝土材料仅抵抗薄膜剪应力，如下模型所示：

填充墙—简单模型

层	类型	材料	th	d	ang	n	$\sigma_{11}$	$\sigma_{22}$	$\sigma_{12}$
1	Membr	Conc	18.0	0.0	0°	1	-	-	N

在第二个模型中，混凝土假设作为沿两个对角线的压杆。对一个四边形板，这两个桁架以材料角 45° 作用，如下模型所示：

填充墙—压杆模型

层	类型	材料	th	d	ang	n	$\sigma_{11}$	$\sigma_{22}$	$\sigma_{12}$
1	Membr	Conc	18.0	0.	45°	1	N	-	-
2	Membr	Conc	0.18	0.	-45°	1	N	-	-

也存在其他模拟。对以上两种模型，不存在竖向或水平薄膜刚度，也没有板弯曲刚度。因此，模型仅用于单元完全被框架或其他支承单元包住时，单元不应该剖分。

总结

如这些模型显示，用户可以有很大的灵活性去建立分层壳截面，表示不同的线性和非线性行为。应该使用满足工程应用的最简单模型。即使可以使用更复杂的模型，建议从最简单模型（一般为线性模型）开始，当对模型及行为有更多了解时，再增加复杂程度和非线性。

## 属性修正

在程序计算出的截面属性的基础上，用户可以指定不同的比例系数。例如为考虑混凝土的裂缝，波纹板、正交各向异性板或者其他因素—几何属性和材料属性不容易处理。下面十个属性可以独立的修正：

- 与  $F_{11}$  相关的膜刚度
- 与  $F_{22}$  相关的膜刚度
- 与  $F_{12}$  相关的膜刚度
- 与  $M_{11}$  相关的板弯曲刚度
- 与  $M_{22}$  相关的板弯曲刚度
- 与  $M_{12}$  相关的板弯曲刚度
- 与  $V_{12}$  相关的板剪切刚度
- 与  $V_{13}$  相关的板剪切刚度
- 质量
- 重量

刚度修正仅影响均质单元，不影响分层单元。质量与重量修正影响所有单元。

上述力与弯矩的分量参看主题“内力和应力输出”（第 130 页）。

可以通过下面两种方式指定比例系数：

- 作为截面属性定义的组成部分
- 指定每个单元截面属性

如果修正值赋予给一个单元，同时赋予给此单元的截面属性，那么两套系数同时乘以截面属性。

## 命名属性集

除了对壳单元直接指定属性修正外，用户可以使用壳单元属性修正所对应的命名属性集，在阶段施工荷载工况中对壳单元指定属性修正。该命名属性集包括上述可以指定到单元的 10 个修正系数选项。

在某荷载工况特定的施工阶段中使用命名属性集时，它仅取代指定到单元的、在前一施加阶段中赋予单元的值、以及采用直接分析方法设计所得的值。当然，截面属性修改项不受命名属性集的影响，仍然对结构产生影响，实际上，作用到结构上的是命名属性集中相应的修正系数和截面属性修正项相乘的结果。

当荷载工况的某一阶段单元的属性发生变化时，这些变化不会影响这个阶段之前的荷载工况，而仅影响这个阶段之后的结构响应。亦即，这种影响是增量效应。例如，对于默认属性的悬臂梁，其阶段施工工况如下：

阶段 1：受自重荷载作用时，分析得到梁端部变形为 1.0，支点处弯矩为 1000；

阶段 2：定义命名属性集“A”，其中刚度修正系数为 2.0，质量和重度修正系数为 1.0，此时梁端部的位移和支点处弯矩均未发生变化。

阶段 3：再次施加自重荷载（增量荷载），计算结果显示梁端部挠度为 1.5，支点处的弯矩为 2000。与阶段 1 对比可知，在相同的荷载增量作用下，结构后期的刚度为前期刚度的 2 倍。

阶段 4：定义命名属性集“B”，其中所有刚度修正系数、质量和重度修正系数均设置为 2.0。此时梁端部的挠度和支点处弯矩都不发生变化。

阶段 5：再次施加自重荷载（增量荷载）计算结果显示梁端部挠度为 2.5，支点处的弯矩为 4000。与阶段 1 相比，在两倍的荷载增量作用下，结构在此荷载工况的刚度为第一荷载工况刚度的 2 倍。

## 节点偏移与厚度覆盖项

用户可以为任何单元指定节点偏移与厚度覆盖项。通常它们在一起使用，以使壳单元的顶面或者底面与某给定面对齐。见图 38（第 127 页）。

### 节点偏移

节点偏移为沿节点所在平面的法线方向从节点到单元参考面的距离。如果节点定义了一个翘曲面，平面由两条对边中点连线直线（例如  $j_1-j_2$  中点到  $j_3-j_4$  中点， $j_1-j_3$  中点到  $j_2-j_4$  中点）测定。正偏移意味着沿单元局部 3 轴的正向。然而如果偏移值不等，则偏移面可能不平行与局部 3 轴。

节点偏移定位单元的参考平面。对于均质壳，参考平面即为单元的中面。对于分层壳，参考平面即截面定义中用来定位层的平面。通过在分层壳中改变参考平面，除了层距离的量测总是平行与局部 3 轴以外，用户可以实现与节点偏移达到同样效果。

更多信息：

- 参见“分层壳属性”（第 120 页）。

如果用户要对一个壳单元指定节点偏移，可以直接在壳单元的节点指定偏移，或者参照节点样式。使用节点样式可以轻松实现许多单元节点偏移连续变化。

更多信息：

- 参见“第十七章 荷载模式” 主题“节点样式”（第 206 页）。

注意当使用节点偏移后，单元的中性面节点不在平面上，膜行为和板弯曲行为耦合。如果使用隔板束缚也会导致限制弯矩行为。同样板束缚也会限制膜行为。

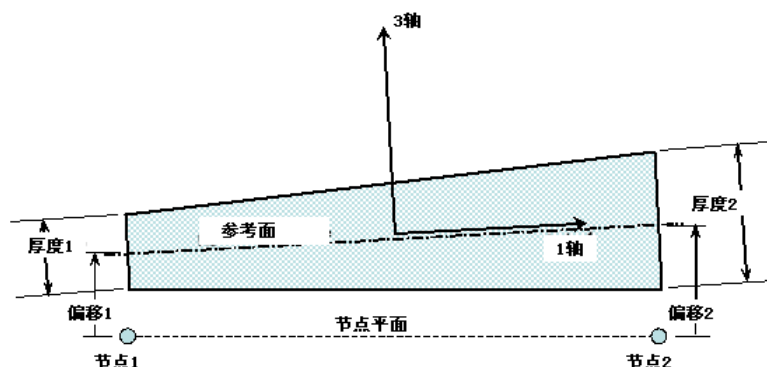


图 38 均质壳的节点偏移与厚度覆盖项

## 厚度覆盖项

一般来讲，截面厚度通过截面属性指定给壳单元。用户具有厚度覆盖的选项，包括可以指定单元的厚度变化。

目前版本此选项只影响均质壳，对分层壳厚度没有影响。当均质壳指定厚度覆盖项后，膜厚度  $t_h$  和弯曲厚度  $t_{hb}$  按照覆盖项取值。

如果用户要对一个壳单元指定厚度覆盖项，可以直接在壳单元的节点指定厚度，或者参照节点样式。使用节点样式可以轻松实现许多单元厚度连线变化。

更多信息：

- 参见“第十七章 荷载模式” 主题“节点样式”。

假设用户要建立一个板厚连续变化的单元，且顶面在一个平面内。在板厚变化的区域内指定节点样式。绘制单元，节点位于顶部平面。指定比例系数为 1 的节点样式的厚度覆盖项，使用比例系数变为 1/2（根据需要取正值或负值）同样的节点样式来指定节点偏移。

## 质量

在动力分析中，结构的质量用来计算惯性力。由壳单元贡献的质量集中在单元节点。在单元内部不考虑惯性力。

单元总质量等于在单元平面上对质量密度  $m$  乘以均质壳单元厚度  $t_h$  的积分，对于分层壳即为各层质量之和。质量可以通过属性修正进行放大或缩小。

总质量用一致质量矩阵的对角元按比例分配给节点。更度信息见 Cook, Malkus, 和 Plesha (1989)。总质量被分配给每个平移自由度：UX、UY、UZ。对于转动自由度，不计算质量惯性矩。

更多信息:

- 参见“第六章 材料属性”主题“质量密度”(第 55 页)
- 参见本章“属性修正”主题(第 125 页)
- 参见“第十八章 荷载工况”(第 209 页)

## 自重荷载

自重荷载激发模型中所有单元的自重。对于一个壳单元,自重是一个均布在单元平面的力。对于均质壳自重值等于重量密度  $w$  乘以厚度  $th$ ,对于分层壳即为各层重量之和。重量可以通过属性修正进行放大或缩小。

自重荷载总是作用向下,在整体-Z 方向。用户可用一个比例系数来按比例调整自重,应用于结构中的所有单元。

更多信息:

- 对于  $W$  的定义,参见“第六章 材料属性”主题“重量密度”(第 56 页)。
- 参见本章的“属性修正”主题(第 125 页)。
- 参见“第十七章 荷载模式”主题“自重荷载”(第 202 页)。

## 重力荷载

重力荷载可施加于每一壳单元,用来激发单元自重。使用重力荷载时,自重可按比例调整,并在任意方向施加。可对每一单元施加不同的比例系数和方向。

若所有单元被相等地加载,且方向朝下,则使用自重荷载更方便。

更多信息:

- 对于壳单元自重的定义,参见本章主题“自重荷载”(第 128 页)。
- 参见“第十七章 荷载模式”主题“重力荷载”(第 202 页)。

## 均布荷载

均布荷载用来施加均匀分布的力于壳单元的中间面。加载方向可在一个固定的坐标系(整体的或可替代的坐标系)或在单元局部坐标系中指定。

荷载密度用每单位面积的力来指定。在不同坐标系中指定的荷载密度被转换至单元的局部坐标系并被叠加。作用在单元的每个方向的合力,等于用该方向的总荷载密度乘以中间面的面积。此力被分配至单元的节点。

在固定坐标系中指定的力,可有选择地指定作用在中间面的投影面积,即,沿加载方向可见的面积。指定的荷载强度被自动乘以加载方向和单元法线(局部 3 轴方向)夹角的余弦。这可应用于分布的雪荷载或风荷载,见图 39(第 129 页)。

更多信息:

- 参见“第十七章 荷载模式”(第 199 页)。



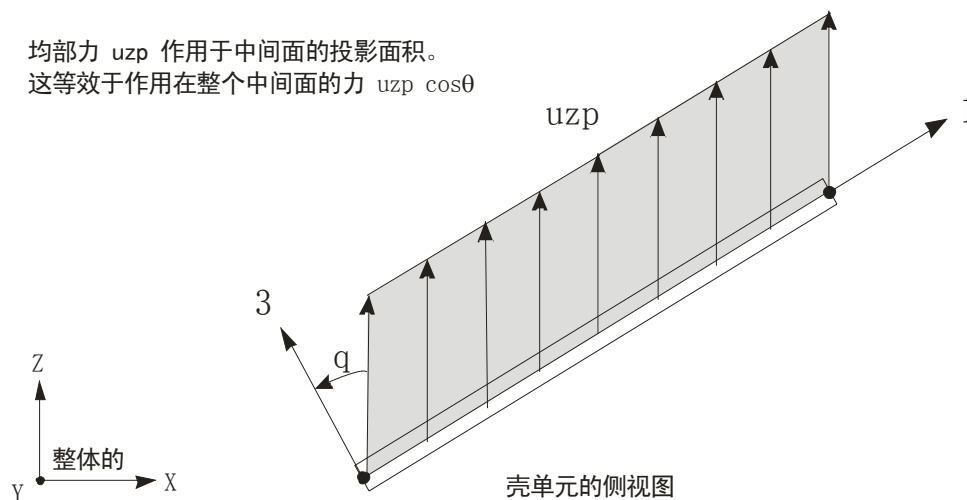


图 39 均布荷载作用于中间面投影面积的例题

## 表面压力荷载

表面压力荷载用来在壳单元任意 6 个面施加外压力荷载。这些面的定义图示于图 31（第 111 页）。表面压力总是垂直作用于表面。正压力指向单元的内部。

压力在一个面上可以是恒定的或由在节点给定值插值得到。这些在节点给定的值由节点模式得到，对不同的面不必相同。节点模式可以容易地施加流体压力。

底面和顶面用面 5 和 6 分别代表。当 +3 轴指向用户且路径  $j_1-j_2-j_3$  为逆时针时，顶面是可见的。作用在底面或顶面的压力在单元平面上被积分，且分配至角节点。

单元的侧面用面 1 至 4（对三角形为 1 至 3）来代表，当从上面看时，从  $j_1-j_2$  侧逆时针计数。作用在一侧的压力乘以厚度  $t$ ，并沿着侧面长度积分，且被分配至在此侧面的两个节点。

更多信息：

- 参见“第十七章 荷载模式”（第 199 页）

## 温度荷载

温度荷载在壳单元内产生温度应变。此应变等于材料的温度膨胀系数和单元温度改变的乘积。所有指定的温度代表着温度改变不论来自线性分析的无应力状态下，或者来自非线性分析中的上一次温度。

可指定两个独立的荷载温度场：

- 温度  $t$ ，在厚度内恒定且产生膜应变
- 温度梯度  $t_3$ ，在厚度方向为线性，且产生弯曲应变。

温度梯度通过在单位长度上的温度变化来定义。若温度在单元局部 3 轴正方向（线性地）增加，则温度梯度为正值。在中间面梯度温度为零，因此不产生膜应变。

两个温度场在单元平面上可以是恒定的，或由在节点给定值插值而得。

参考温度梯度通常取为零，因此产生弯曲应变的温度变化等于荷载温度梯度。

更多信息：

- 参见“第十七章 荷载模式”（第 199 页）。

## 内力和应力输出

**壳单元内力**（也称为**应力合力**）是在整个单元厚度积分应力而得的力和弯矩。对于均质壳这些内力为：

- 膜方向内力：

$$F_{11} = \int_{-th/2}^{+th/2} \sigma_{11} dx_3$$

$$F_{22} = \int_{-th/2}^{+th/2} \sigma_{22} dx_3$$

- 膜剪切内力：

$$F_{12} = \int_{-th/2}^{+th/2} \sigma_{12} dx_3$$

- 板弯曲弯矩：

$$M_{11} = - \int_{-thb/2}^{+thb/2} t \sigma_{11} dx_3$$

$$M_{22} = - \int_{-thb/2}^{+thb/2} t \sigma_{22} dx_3$$

- 板扭转变矩：

$$M_{12} = - \int_{-thb/2}^{+thb/2} t \sigma_{12} dx_3$$

- 板横向剪切内力：

$$V_{13} = - \int_{-thb/2}^{+thb/2} \sigma_{13} dx_3$$

$$V_{23} = - \int_{-thb/2}^{+thb/2} \sigma_{23} dx_3$$

其中  $x_3$  代表从单元中间面计量的厚度坐标，从单元的中面起算， $th$  是膜厚度， $thb$  是板弯曲厚度。

对于分层壳，定义方式相同，为所有层应力的积分， $x_3$  总是从参考面起算。

要注意的是，这些应力合力是平面内单位长度的力和弯矩。他们存在于单元中面的每一点。

对于均质厚壳（Mindlin/Reissner）公式和分层壳，剪切应力直接由剪切变形计算得出。对于均质薄板，剪切变形假定为零，这样横向剪力直接由弯矩使用下列等式就算得出：

$$V_{13} = -\frac{dM_{11}}{dx_1} - \frac{dM_{12}}{dx_2}$$

$$V_{23} = -\frac{dM_{12}}{dx_1} - \frac{dM_{22}}{dx_2}$$

其中  $x_1$  和  $x_2$  是平行于局部 1 和 2 轴的平面内坐标。

对于应力和内力的符号规则图示于图 40（第 132 页）。作用于正面的应力指向单元局部坐标轴的正方向，作用于负面的应力朝向单元局部坐标轴的负方向。正面的外法线方向（从单元指向外）为局部 1 或 2 轴的正方向。

正内力相应于在整个厚度上恒定的正应力状态。正弯矩相应于一个沿厚度线性变化且在底部为正的应力状态。因此，对于均质壳：

$$\sigma_{11} = \frac{F_{11}}{t} - \frac{12M_{11}}{t_b^3} x_3$$

$$\sigma_{22} = \frac{F_{22}}{t} - \frac{12M_{22}}{t_b^3} x_3$$

$$\sigma_{12} = \frac{F_{12}}{t} - \frac{12M_{12}}{t_b^3} x_3$$

$$\sigma_{13} = \frac{V_{13}}{t_b}$$

$$\sigma_{23} = \frac{V_{23}}{t_b}$$

$$\sigma_{33} = 0$$

在此给出的横向剪力为平均值。实际的剪力分布是抛物线的，在顶部和底部为零且在单元中面为一最大或最小值。

均质壳的合成内力与弯矩与分层壳相同。对于均质壳，应力在顶面和底面输出，之间线性插值。对于分层壳，应力在每层积分点、顶面、底面及层中面上输出。

在单元的标准  $2 \times 2$  高斯积分点计算应力和内力，且向外插值到节点。虽然他们在节点给出报告，但应力和内力存在于整个单元。更多信息见 Cook, Malkus 和 Plesha (1989)。

对于荷载工况及其单值组合，可以得到主值和相应的主方向，角度从局部 1 轴到最大主值方向逆时针计量（当从顶面看时）。

壳单元的应力和内力在节点给出报告。这些值可用来在整个单元内进行插值。

更多信息：

- 参见“第六章 材料属性”主题“应力和应变”（第 50 页）。
- 参见“第十七章 荷载模式”（199 页）
- 参见“第十八章 荷载工况”（第 209 页）

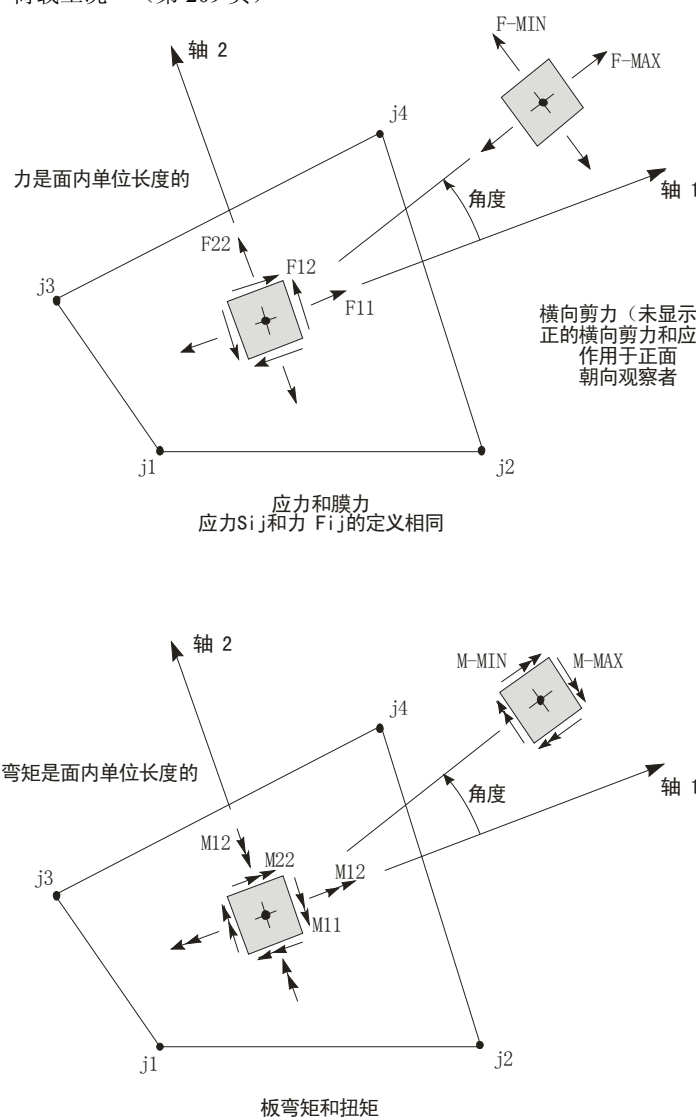


图 40 壳单元的应力和内

# 第十一章 平面单元

平面单元用来模拟二维实体的平面应力和平面应变行为。平面单元/对象是一种面对象。按照用户指定给一个面的截面属性类型，此对象还可用来模拟壳和轴对称实体行为。这些类型的单元在前面和以下的章节中讨论。

## 高级主题

- 概述
- 节点连接
- 自由度
- 局部坐标系
- 应力和应变
- 截面属性
- 质量
- 自重荷载
- 重力荷载
- 表面压力荷载
- 孔隙压力荷载
- 温度荷载
- 应力输出

## 概述

平面单元是一个三节点或四节点单元，用来模拟二维均匀厚度的实体。它是基于包含4个非协调弯曲模式的等参数公式。单元应为平面的，若不是，则对该单元在计算得到的平均平面上的投影建立公式。

若单元为矩形，非协调弯曲模式显著地改善了单元性能，甚至对非矩形也会改善其行为。

用此单元可模拟的结构包括：

- 处于平面应力状态的薄的平面结构
  - 处于平面应变状态的长的等截面结构
- 应力和应变假定在厚度方向没有变化。

对于平面应力，单元没有面外刚度。对于平面应变，单元靠抵抗平面剪切刚度来承受荷载。

每一平面单元有其自己的局部坐标系，用来定义材料属性、荷载和解释输出。可采用与温度相关的、正交各向异性的材料属性。每一单元可被加载重力（在任意方向）、侧面的表面压力、单元内部的孔隙压力和由温度变化引发的荷载。

平面单元使用  $2 \times 2$  的数值积分形式。在单元局部坐标系内的应力积分点进行计算，并向外插值到单元的节点。对于单元应力或内力的近似误差估计，可从连接同一节点不同单元的计算值的差异得到。这可以对有限元估计准确性给出一个指示，且作为基础用于选择一个新的和更准确的有限元网格。

## 节点连接

对所有面对象，即壳、平面、和轴对称实体单元，节点连接和面定义是相同的。

更多信息：

- 参见“第十章 壳单元”主题“节点连接”（第 110 页）。

平面单元应是平面的。若用户定义一个非平面的四节点单元，将放置一个通过 4 个节点的平均平面，且使用单元在此平面的投影。

## 自由度

平面单元在每一连接的节点激活了 3 个平动自由度。转动自由度没有被激活。

平面应力单元只对单元面内的自由度贡献刚度。有必要对垂直于平面的平动自由度提供约束或其它支座；否则，结构将不稳定。

除平面行为外，平面应变单元模拟抵抗平面剪力，即剪力垂直于单元平面。这样对所有 3 个平动自由度建立了刚度。

更多信息：

- 参见“第四章 节点和自由度”主题“自由度”（第 18 页）。

## 局部坐标系

**单元局部坐标系**对所有面对象都相同，即壳、平面和轴对称实体单元。

更多信息：

- 参见“第十章 壳单元”主题“局部坐标系”（第 114 页）和“高级局部坐标系”（第 115 页）。

## 应力和应变

平面单元模拟具有均匀厚度且其应力和应变在厚度方向不变的结构的中面。

对于相对平面尺寸较薄的结构，平面应力是适当的。厚度法向应力( $\sigma_{33}$ )被假定为零。由于泊松效应，厚度法向应变( $\epsilon_{33}$ )可能不是零。横向剪应力( $\sigma_{12}$ 、 $\sigma_{13}$ )和剪切应变( $\epsilon_{12}$ 、 $\epsilon_{13}$ )被假定为零。在厚度方向（局部 3 轴）的位移对单元没有影响。

对于相对平面尺寸较厚的结构，平面应变是适合的。厚度法向应变( $\epsilon_{33}$ )被假定为零。由于泊松效应，厚度法向应力( $\sigma_{33}$ )可能不是零。横向剪应力( $\sigma_{12}$ 、 $\sigma_{13}$ )及剪切应变( $\epsilon_{12}$ 、 $\epsilon_{13}$ )依赖于在厚度方向（局部 3 轴）的位移。

更多信息：

- 参见“第六章 材料属性”主题“应力和应变”（第 50 页）。

## 截面属性

**平面截面**是一组材料和几何属性，用来描述一个或多个平面单元的截面。截面独立于平面单元定义，且被指定给面对象。

### 截面类型

当定义一个面截面时，用户有 3 个基本单元类型可供选择：

- 平面（应力或应变）——此章的主题，二维实体，具有平动自由度、可承受力但不能承受弯矩。
- 壳——壳、板或膜，具有平动和转动自由度，可承受力和弯矩。此单元在“第十章 壳单元”中介绍。
- 轴对称实体——轴对称实体，具有平动自由度，可承受力但不能承受弯矩。此单元在“第十二章 轴对称实体单元”中介绍（第 139 页）。

对于平面单元截面，用户可选择以下子类型行为中的一种：

- 平面应力
- 平面应变，包括抵抗平面剪力

### 材料属性

每个平面单元的材料属性引用先前指定的材料属性来。使用正交各向异性属性，即使所选材料被定义为各向异性。平面单元截面使用的材料属性为：

- 弹性模量， $E_1$ 、 $E_2$ 、 $E_3$
- 剪切模量， $G_{12}$
- 只对平面应变，剪切模量  $G_{13}$  和  $G_{23}$
- 泊松比， $\gamma_{12}$ 、 $\gamma_{13}$ 、 $\gamma_{23}$
- 温度膨胀系数， $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$ 、 $\alpha_3$
- 质量密度， $m$ ，用来计算单元质量
- 重量密度， $w$ ，用来计算自重和重力荷载

平面应力不使用属性  $E_3$ 、 $\epsilon_{13}$ 、 $\epsilon_{23}$ 、 $\alpha_3$ 。平面应变使用他们来计算厚度法向应力( $\sigma_{33}$ )。

所有材料属性（除密度外）在每一单元的材料温度处得到。

更多信息：

- 参见“第六章 材料属性”（第 49 页）。

### 材料角

材料的局部坐标系和单元（平面截面）的局部坐标系不必是相同的。两个系统的局部 3 轴总是重合的，但是材料 1 轴和单元 1 轴可有角度 $\alpha$ 的不同，见图 37（第 136 页）。此角度对各向同性材料没有影响，因为他们是独立于方向的。

更多信息：

- 参见“第六章 材料属性”主题“局部坐标系”（第 50 页）。

### 厚度

每个平面截面有一个恒定的厚度 $t$ 。这可能是实际厚度，特别是对平面应力单元；也可以是一个代表性的部分，如一无限厚的平面应变单元的单位厚度。

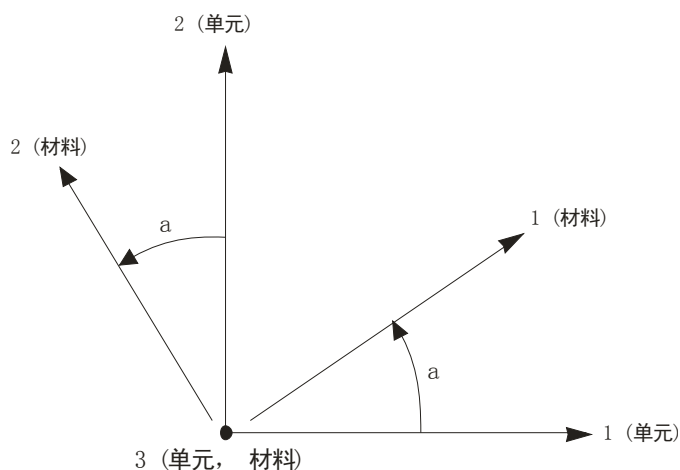


图 41 平面单元的材料角

单元厚度用来计算单元刚度、质量和荷载。因此，从单元计算的节点力和此厚度成正比。

### 非协调弯曲模式

默认地，每个单元在其刚度公式中有 4 个非协调弯曲模式。若单元为矩形，非协调弯曲模式显著的改善了单元性能，甚至对非矩形也会改善其性能。

若一个单元是严重扭曲的，则不能使用非协调弯曲模式。单元使用标准的等参数公式。在弯曲不重要的情况，如一般的岩土问题，也不能使用非协调弯曲模式。

### 质量

在动力分析中，结构的质量用来计算惯性力。由壳单元贡献的质量集中在单元节点。在单元内部不考虑惯性力。



单元总质量等于在单元平面上对质量密度  $m$  乘以厚度  $t$  的积分。总质量用一致质量矩阵的对角元按比例分配给节点。更多信息见 Cook, Malkus, 和 Plesha (1989)。总质量被分配给每个自由度: UX、UY、UZ。对于转动自由度, 不计算质量惯性矩。

更多信息:

- 参见“第六章 材料属性”主题“质量密度”(第 55 页)。
- 对  $t$  的定义, 参见本章主题“厚度”(第 136 页)。
- 参见“第十八章 荷载工况”(第 209 页)。

## 自重荷载

自重荷载激发模型中所有单元的自重。对于一个平面单元, 自重是一个均布在单元平面的力。自重值等于重量密度  $w$  乘以厚度  $t$ 。

自重荷载总是作用向下, 在整体-Z 方向。用户可用一个比例系数来按比例调整自重, 应用于结构中的所有单元。

更多信息:

- 对于  $w$  的定义, 参见“第六章 材料属性”主题“重量密度”(第 56 页)。
- 对于  $t$  的定义, 参见本章主题“厚度”(第 136 页)。
- 参见“第十七章 荷载模式”主题“自重荷载”(第 202 页)。

## 重力荷载

重力荷载可施加于每一平面单元, 用来激发单元自重。使用重力荷载时, 自重可按比例调整, 并在任意方向施加。每一单元可施加不同的比例系数和方向。

若所有单元被相等的加载且方向朝下, 则使用自重荷载更方便。

更多信息:

- 对于壳单元自重的定义, 参见本章主题“自重荷载”(第 137 页)。
- 参见“第十七章 荷载模式”主题“重力荷载”(第 202 页)。

## 表面压力荷载

表面压力荷载用来在平面单元任意 3 或 4 个侧面施加外部压力荷载。这些面的定义图示于图 30 (第 103 页)。表面压力总是垂直作用于表面。正压力指向单元的内部。

压力在一个面上可以是恒定的或由在节点给定值进行插值得到。这些在节点给定的值由节点模式得到, 对不同的面不必相同。可用节点样式能够容易地施加流体压力。

作用在一侧的压力乘以厚度  $t$ , 并沿着侧面长度积分, 且被分配至在此侧面的两个节点。

更多信息:

- 参见“第十七章 荷载模式”(第 199 页)。

## 孔隙压力荷载

孔隙压力荷载用来模拟在固体介质中流体的拖曳和浮力效应，如水在土的固体骨架中的效应。

流体压力标量值在单元节点通过节点模式给出，并在整个单元上进行插值。作用在单元的全部力，是在单元平面上此压力场梯度乘以厚度  $t$  的积分。此力被分配给单元的每一个节点。这些力通常从高压区指向低压区。

更多信息：

- 参见“第十七章 荷载模式”（第 199 页）。

## 温度荷载

温度荷载在平面单元内产生温度应变。此应变被定义为材料的温度膨胀系数和单元温度改变的乘积。温度改变由从单元参考温度到单元加载温度的变化来计算。假定温度改变沿单元厚度是恒定的。

更多信息：

- 参见“第十七章 荷载模式”（第 199 页）。

## 应力输出

在平面单元的标准  $2 \times 2$  高斯积分点计算应力，且向外插值到节点。更多信息见 Cook, Malkus, 和 Plesha (1989)。

对于单值的荷载工况，计算出主值及其在局部 1-2 平面的相应主方向。所给角度从局部 1 轴到最大主值方向逆时针计量（当从 +3 方向看时）。

更多信息：

- 参见“第十七章 荷载模式”（第 199 页）
- 参见“第十八章 荷载工况”（第 209 页）

## 第十二章 轴对称实体单元

**轴对称**单元用来模拟承受轴对称荷载的轴对称实体。

### 高级主题

- 概述
- 节点连接
- 自由度
- 局部坐标系
- 应力和应变
- 截面属性
- 质量
- 自重荷载
- 重力荷载
- 表面压力荷载
- 孔隙压力荷载
- 温度荷载
- 旋转荷载
- 应力输出

### 概述

轴对称实体单元是一个三节点或四节点单元，用来模拟在轴对称荷载作用下的轴对称结构。它是基于包含 4 个非协调弯曲模式的等参公式。

该单元模拟一个三维轴对称实体的有代表性的二维截面。对称轴可位于模型中的任意位置。每个单元应完全位于包含对称轴的平面。若不是，则对单元在包含对称轴和单元中心的平面的投影建立公式。

假定在周边方向上几何属性、荷载、位移、应力和应变没有变化。在周边方向的任意位移被作为轴对称的扭曲处理。

若单元的矩形，使用非协调弯曲模式可显著的改善单元在平面内的弯曲性能。改善的效果甚至在非矩形也有体现。

每一轴对称实体单元有其自己的局部坐标系，用来定义材料属性、荷载及解释输出。允许与温度相关的正交各向异性的材料属性。每一单元可被施加重力（在任意方向）、离心力、侧面的表面压力、单元内的孔隙压力及由于温度变化引发的荷载。

对轴对称实体使用一个  $2 \times 2$  的数值积分形式。在单元的局部坐标系内积分点计算应力，并向外插值到单元的节点。对于单元应力或内力的近似误差估计，可从连接同一节点不同单元的计算值的差异得到。这给出了对有限元准确性的一个指示，且可用于选择一个新的和更准确的有限元网格。

## 节点连接

对所有面对象，即壳、平面和轴对称实体单元，节点连接和面定义是相同的。

更多信息：

- 参见“第十章 壳单元”主题“节点连接”（第 110 页）。

轴对称实体单元应是平面的，并位于包含对称轴的平面。若不是，则寻找一个包含对称轴和单元中心的平面，然后使用单元在此平面的投影。

一个给定单元的节点可能不位于对称轴的对边。他们可能位于对称轴上和（或）另一侧。

## 自由度

轴对称实体单元激发每个连接节点的 3 个平动自由度。转动自由度没有被激发。

对于所有 3 个自由度建立刚度。在平面的自由度代表径向和轴向的行为。法向平动代表周长方向的扭转。

更多信息：

- 参见“第四章 节点和自由度”主题“自由度”（第 18 页）。

## 局部坐标系

单元局部坐标系对所有面对象相同，即壳、平面和轴对称实体单元。

更多信息：

- 参见“第十章 壳单元”主题“局部坐标系”（第 114 页）和“高级局部坐标系”（第 115 页）。

局部 3 轴垂直于单元平面，与圆周方向的相反。1-2 平面和径向-轴线平面相同，虽然局部轴的方向没有被约束为平行于径向或轴线。

径向方向从垂直于对称轴指向单元中心。轴向方向平行于对称轴，当沿圆周（-3）方向看，径向指向右侧时，轴向的正方向向上。

## 应力和应变

轴对称实体单元模拟一个轴对称实体结构的有代表性的一段的中面，此结构的应力和应变沿圆周方向不变。

在局部 1-2 平面的位移引发面内应变( $\epsilon_{11}$ 、 $\epsilon_{22}$ 、 $\epsilon_{12}$ )及应力( $\sigma_{11}$ 、 $\sigma_{22}$ 、 $\sigma_{12}$ )。

在径向的位移引发圆周正应变：

$$\varepsilon_{33} = \frac{u_r}{r}$$

$u_r$  为轴向位移，且  $r$  为此处的半径。圆周正应力( $\sigma_{33}$ )用 3 个正应变来计算。

在圆周（局部 3）方向的位移只引发扭转，导致圆周剪应变( $\varepsilon_{12}$ 、 $\varepsilon_{13}$ )和剪切应力( $\sigma_{12}$ 、 $\sigma_{13}$ )。

更多信息：

- 参见“第六章 材料属性”主题“应力和应变”（第 50 页）。

## 截面属性

一个轴对称实体截面是一组材料和几何属性，用来描述一或多个轴对称实体单元的截面。截面定义独立于轴对称实体单元，被指定给面对象。

### 截面类型

当定义一个面截面时，用户有 3 个基本单元类型可供选择：

- 轴对称实体——此章的主题，一个轴对称实体，有平动自由度，可承受力但不能承受弯矩。
- 平面（应力或应变）——一个二维实体，有平动自由度，可承受力但不能承受弯矩。此单元在“第十一章 平面单元”（第 133 页）中介绍。
- 壳——壳、板或膜，有平动和旋转自由度，可承受力和弯矩。此单元在“第十章 壳单元”中介绍。

在选择轴对称实体截面类型后，用户必须提供下面描述的其余数据。

### 材料属性

每个轴对称实体单元的材料属性通过引用为一个以前定义的材料来指定。使用各向正交异性材料属性，即使所选材料被定义为各向异性。轴对称实体截面使用的材料属性为：

- 弹性模量， $E_1$ 、 $E_2$  和  $E_3$
- 剪切模量， $G_{12}$ 、 $G_{13}$  和  $G_{23}$
- 泊松比， $\nu_{12}$ 、 $\nu_{13}$  和  $\nu_{23}$
- 温度膨胀系数， $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$  和  $\alpha_3$
- 质量密度， $m$ ，用来计算单元质量
- 重量密度， $w$ ，用来计算自重和重力荷载

所有材料属性（除密度外）在每一单元的材料温度处得到。

更多信息：

- 参见“第六章 材料属性”（第 49 页）。

### 材料角

材料的局部坐标系和单元（轴对称实体截面）的局部坐标系不必是相同的。两个系统的局部 3 轴总是重合的，但是材料 1 轴和单元 1 轴可有角度 $a$ 的不同，见图 38（第 136 页）。此角度对各向同性材料没有影响，因为他们与方向无关。

更多信息：

- 参见“第六章 材料属性”主题“局部坐标系”（第 50 页）。

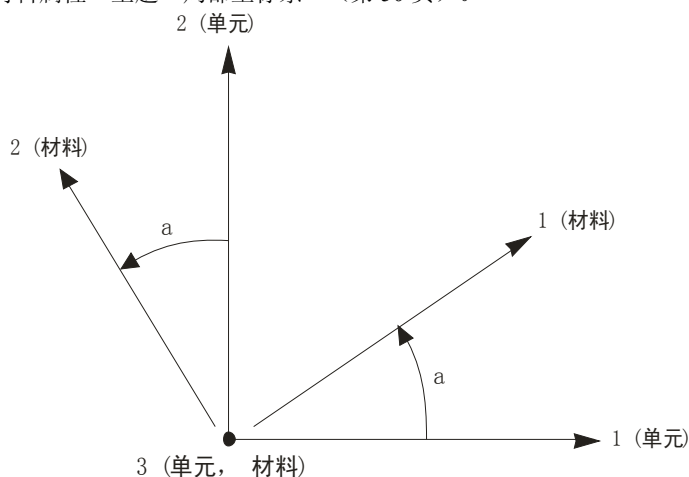


图 42 轴对称实体的材料角

### 对称轴

对于每一个轴对称实体截面，用户可选择一个对称轴。此轴被指定为一个用户定义的可替换坐标系的 Z 轴。所有使用给定的轴对称实体截面的轴对称实体单元具有相同的对称轴。

对于大多数建模的情况，用户只需要一个对称轴。然而，若用户在模型中需要多个对称轴时，只需设置所需的可替代坐标系，并定义相应的轴对称实体截面属性。

用户需要明白，几乎不可能建立一个轴对称实体单元连接其他单元的敏感模型，或轴对称实体单元之间连接的模型。可采用多个对称轴的目的是为了在同一模型中建立多个独立的轴对称结构。

更多信息：

- 参见“第三章 坐标系”主题“替代坐标系”（第 10 页）。

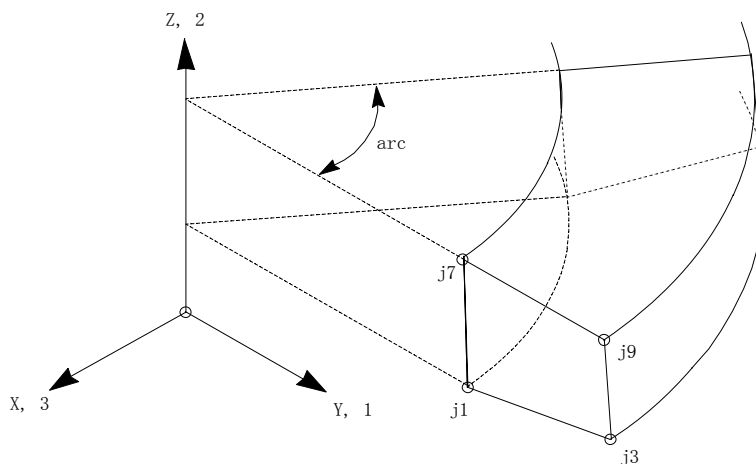


图 43 轴对称实体单元局部坐标系和弧度定义

### 弧度和厚度

轴对称实体单元代表一个通过绕对称轴旋转单元的平面形状  $360^\circ$  所建立的实体。然而，分析只考虑实体的有代表性的一段。用户使用参数 **ARC**（单位为度）指定节段的尺寸。例如， $\text{arc}=360$  模拟整个结构， $\text{arc}=90$  模拟  $1/4$  的结构。见图 39（第 143 页）。设置  $\text{arc}=0$ ，默认地，模拟一个 1 弧度的节段。1 弧度为  $180^\circ/\pi$ ，大约  $57.3^\circ$

单元“厚度”（圆周方向范围） $h$ ，随着从对称轴的径向距离  $r$  的增加：

$$h = \frac{\pi \cdot \text{ARC}}{180} r$$

显然厚度在整个单元平面是变化的。

单元厚度用来计算单元刚度、质量和荷载。因此，计算的单元节点力和  $\text{arc}$  成正比。

### 非协调弯曲模式

默认地，每个轴对称实体单元在其刚度形式中有 4 个非协调弯曲模式。若单元为矩形，非协调弯曲模式显著改善单元性能，甚至对非矩形也会改善其行为。

若一个单元是严重扭曲的，则不能使用非协调弯曲模式。单元使用标准的等参数公式。在弯曲不重要的情况，如一般的岩土问题，也不能使用非协调弯曲模式。

### 质量

在动力分析中，结构的质量用来计算惯性力。由轴对称实体单元贡献的质量集中在单元节点。在单元内部不考虑惯性力。

单元总质量等于在单元平面上质量密度  $m$  乘以厚度  $h$  的积分。总质量用一致质量矩阵的对角元按比例分配给节点。更多信息见 Cook, Malkus, 和 Plesha (1989)。总质量分配给每个自由度: UX、UY、UZ。

更多信息:

- 参见“第六章 材料属性”主题“质量密度”(第 55 页)。
- 参见“第十八章 荷载工况”(第 209 页)。

## 自重荷载

自重荷载激发模型中所有单元的自重。对于一个轴对称实体单元, 自重是一个均布在单元平面的力。自重值等于重量密度  $w$  乘以厚度  $h$ 。

自重荷载总是作用向下, 在整体-Z 方向。若向下的方向相应于一轴对称实体单元的径向或圆周方向, 对此单元的自重将为零, 因为自重作用的那些方向不是轴对称的。非零自重荷载将只对单元的轴向为竖直时存在。

用户可用一个比例系数来按比例调整自重, 该自重将应用于结构中的所有单元。

更多信息:

- 对于  $w$  的定义, 参见“第六章 材料属性”主题“重量密度”(第 56 页)。
- 对于  $h$  的定义, 参见本章的“弧度和厚度”主题(第 143 页)。
- 参见“第十七章 荷载模式”主题“自重荷载”(第 202 页)。

## 重力荷载

重力荷载可施加于每个轴对称实体单元, 用来激发单元自重。使用重力荷载时, 自重可按比例调整, 并在任意方向施加。不同的比例系数和方向可施加于任意的单元。然而, 只有当重力荷载分量作用于轴对称实体单元的轴向时为非零。作用于径向或圆周方向的分量将被设置为零, 因为作用在这些方向的重力不是轴对称的。

若所有单元被相等的加载且方向朝下, 则使用自重荷载更方便。

更多信息:

- 对于轴对称实体单元自重的定义, 参见本章的“自重荷载”主题(第 144 页)。
- 参见“第十七章 荷载模式”主题“重力荷载”(第 202 页)。

## 表面压力荷载

表面压力荷载用来在轴对称实体单元任意 3 或 4 个侧面施加外压力荷载。这些面的定义图示于图 30 (第 103 页)。表面压力总是垂直作用于表面。正压力指向单元的内部。

压力在一个面上可以是恒定的或由在节点给定的值插值得到。这些在节点给定的值由节点模式得到, 对不同的面不必相同。可用节点模式容易地施加流体压力。



作用在一侧的压力被乘以厚度  $h$ ，并沿着侧面长度积分，且被分配至在此侧面的两个节点。

更多信息：

- 参见“第十七章 荷载模式”（第 199 页）。

## 孔隙压力荷载

孔隙压力荷载用来模拟在一固体介质中流体的拖曳和浮力，如水在土的固体骨架中的效应。

流体压力标量值在单元节点通过节点模式给出，并在整个单元上进行插值。作用在单元的全部力，是在单元平面上此压力场梯度乘以厚度  $h$  的积分。此力被分配给单元的每一个节点。这些力通常从高压区指向低压区。

更多信息：

- 参见“第十七章 荷载模式”（第 199 页）。

## 温度荷载

温度荷载在轴对称实体单元内产生温度应变。此应变被定义为材料的温度膨胀系数和单元温度改变的乘积。所有指定的温度代表温度改变不论来自线性分析的无应力状态下，或者来自非线性分析中的上一次温度。假定温度改变沿单元厚度是恒定的。

更多信息：

- 参见“第十七章 荷载模式”（第 199 页）。

## 旋转荷载

旋转荷载用来对轴对称实体单元施加离心力。假定每个单元以恒定的角速度绕着其对称轴旋转。

角速度产生一个与单元质量、距旋转轴的距离及角速度的平方成正比的荷载。此荷载施加于正径向，分配至单元每个节点。对于零质量的单元，不产生旋转荷载。

既然旋转荷载假定一个恒定的旋转速度，在时程分析中使用旋转荷载是不合理的，除非荷载模式为类似静态的施加（即，非常缓慢地变化）。

更多信息：

- 参见“第六章 材料属性”主题“质量密度”（第 55 页）。
- 参见“第十七章 荷载模式”（第 199 页）。

## 应力输出

在轴对称实体单元的标准  $2 \times 2$  高斯积分点计算应力，向外插值到节点。更多信息见 Cook, Malkus, 和 Plesha (1989)。

对于单值的荷载工况，计算主值和在局部 1-2 平面的相应主方向。所给角度从局部 1 轴到最大主值方向逆时针计量（当从+3 方向看时）。

更多信息：

- 参见“第十七章 荷载模式”（第 199 页）。
- 参见“第十八章 荷载工况”（第 209 页）。

## 第十三章 实体单元

实体单元用来模拟三维的实体结构。

### 高级主题

- 概述
- 节点连接
- 自由度
- 局部坐标系
- 高级局部坐标系
- 应力和应变
- 实体属性
- 质量
- 自重荷载
- 重力荷载
- 表面压力荷载
- 孔隙压力荷载
- 温度荷载
- 应力输出

### 概述

实体单元是一个八节点单元，用来模拟三维结构和实体。它是基于包含 9 个可选的非协调弯曲模式的等参公式。

若单元的形狀为矩形，使用非协调弯曲模式可显著地改善单元在平面内的弯曲性能，改善的效果甚至在非矩形也有体现。

每一实体单元有其自己的局部坐标系，用来定义材料属性、荷载及理解输出。可以采用与温度相关的正交各向异性的材料属性。每一单元可被施加重力（在任意方向）、离心力、侧面的表面压力、单元内的孔隙压力及由于温度变化引发的荷载。

实体使用一个  $2 \times 2 \times 2$  的数值积分形式。在单元的局部坐标系内的应力在积分点进行计算，并向外插值到单元的节点。对于单元应力或内力的近似误差估计，可从连接同一节点不同单元的计算值的差异得到。这给出了有限元近似精度的一个指示，且可用于选择一个新的和更准确的有限元网格。

## 节点连接

每一实体单元有 6 个四边形面和 8 个节点，如图 44 所示（第 148 页）。要十分注意 8 个节点的相对位置：当沿着从  $j_5$  至  $j_1$  看时，路径  $j_1-j_2-j_3$  和  $j_5-j_6-j_7$  应为逆时针。数学上，3 个向量为：

- $V_{12}$  从  $j_1$  到  $j_2$
- $V_{13}$  从  $j_1$  到  $j_3$
- $V_{15}$  从  $j_1$  到  $j_5$

一定会形成一个正的三重积，即：

$$(V_{12} \times V_{13}) \cdot V_{15} > 0$$

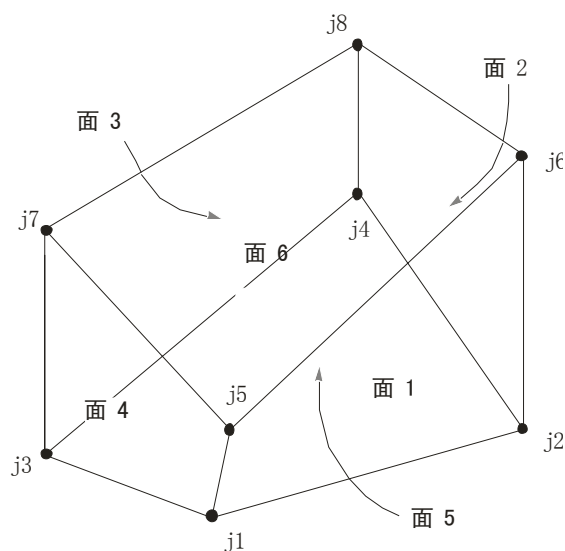


图 44 实体单元的节点连接和面定义

节点位置的选取应当满足下列几何条件：

- 在每一面角点的内角必须小于  $180^\circ$ 。当这些角度接近  $90^\circ$  时，至少在  $45^\circ$  至  $135^\circ$  时，将得到最佳结果。
- 一个单元的特征系数不能太大。此系数为单元的最长尺寸与最短尺寸的比。当特征系数接近 1，或至少小于 4 时，将有最佳结果。特征系数不应大于 10。

当使用足够细分的网格时，这些条件一般都可以满足。

## 自由度

实体单元激发位于每个连接节点的 3 个平动自由度。转动自由度没有被激发。单元对于所有的平动自由度贡献刚度。

更多信息：

- 参见“第四章 节点和自由度”主题“自由度”（第 18 页）。

## 局部坐标系

每个实体单元有自己的单元局部坐标系，用来定义材料属性、荷载和输出。此坐标系的轴用轴 1、2、3 来代表。默认地，这些轴分别和整体的 X、Y、Z 轴相同。两个系统均为右手坐标系。

默认的局部坐标系对多数情况是足够的。然而，为了某些建模目的，使用按照结构几何特性的坐标系会有帮助。

更多信息：

- 参见“第三章 坐标系”主题“向上和水平方向”（第 8 页）。
- 参见本章主题“高级局部坐标系”（第 149 页）。

## 高级局部坐标系

默认地，单元的局部 1-2-3 坐标系和整体的 X-Y-Z 坐标系是相同的。在某些建模情况下，对于局部坐标系的指定有更多的控制会很方便。

可使用不同的方法来定义一个实体单元的局部坐标系。他们可被分别或同时使用。局部坐标轴可被定义为平行于任意坐标系中的任意坐标方向，或在两个点之间的向量。另外，局部坐标系可用一组 3 个单元坐标角来指定。这些方法在以下的子主题中描述。

更多信息：

- 参见“第三章 坐标系”（第 7 页）
- 参见本章主题“局部坐标系”（第 149 页）。

## 参考向量

为了定义一个实体单元的局部坐标系，用户必须指定两个平行于一个局部坐标平面的**参考向量**。**轴参考向量**  $\mathbf{V}_a$  必须平行于此平面中的一个局部轴（ $i=1, 2, \text{或 } 3$ ），且在轴上要有正投影。**平面参考向量**  $\mathbf{V}_p$  必须在此平面中其余局部轴（ $j=1, 2, \text{或 } 3, \text{但 } i \neq j$ ）有正的投影，但不必平行于此轴。正的投影意味着参考向量的正方向和局部轴的夹角必须小于 90 度。

同时的，两个参考向量定义一局部轴  $i$  和一局部平面  $i-j$ ，程序使用向量代数判断第三个局部轴  $k$ 。

例如，用户可选择轴参考向量平行于局部 1 轴，且平面参考向量平行于局部 1-2 平面（ $i=1, j=2$ ）。另一种情况，用户可选择轴参考向量平行于局部 3 轴，且平面参考向量平行于局部 3-2 平面（ $i=3, j=2$ ）。用户可选择使用参数 `local` 最方便定义的平面，其可能数值为 12, 13, 21, 23, 31, 或 32。两个数字分别相应于  $i$  和  $j$ 。默认值为 31。

## 定义轴参考向量

为了定义轴参考向量，用户必须先指定或使用默认值：

- 一坐标方向 **axdir**（默认值为+Z）
- 一固定坐标系 **csys**（默认值为 0，代表整体坐标系）

用户可有选择地指定：

- 一对点，**axveca** 和 **axvecb**（每一个的默认值为 0，代表单元中心）。若两个均为零，则此选择没被使用。

对于每一单元，轴参考向量按如下确定：

- 1.从点 **axveca** 至点 **axvecb** 的向量。若此向量具有有限长度，则其作为  $\mathbf{V}_a$  使用。
- 2.否则，在固定坐标系 **csys** 中的单元中心计算坐标方向 **axdir** 并作为参考向量  $\mathbf{V}_a$  使用。

### 定义平面参考向量

要定义平面参考向量，用户必须首先指定或使用默认值：

- 一个主坐标向量方向 **pldirp**（默认为+Z）
- 一个次坐标方向 **pldirs**（默认为+Y）。方向 **pldirs** 和 **pldirp** 不应相互平行，除非用户确认他们不平行于局部 1 轴
- 一固定的坐标系 **csys**（默认为零，表示整体坐标系）。这和用来定义轴参考向量的坐标系是相同的。

用户可选择性地指定：

- 一对点，**plveca** 和 **plvecb**（默认为零，表示单元中心）。若他们均为零，则不使用此选项。

对每一单元，平面参考向量按如下确定：

1.一个从节点 **plveca** 至节点 **plvecb** 的向量。若此向量具有有限长度，且不平行于局部  $i$  轴，则其作为参考向量  $\mathbf{V}_p$  使用。

2.否则，在固定坐标系 **csys** 中的单元中心计算主要坐标方向 **pldirp**。若此方向不平行于局部  $i$  轴，则它被用作参考向量  $\mathbf{V}_p$ 。

3.否则，在固定坐标系 **csys** 中的单元中心计算次要坐标系方向 **pldirs**。若此方向不与局部  $i$  轴平行，它被用作参考向量  $\mathbf{V}_p$ 。

4.否则，此方法失败且分析中止。若 **pldirp** 不平行于 **pldirs**，这不会发生。

若一个向量与局部  $i$  轴的夹角的正弦值小于  $10^{-3}$ ，它被认为平行于局部  $i$  轴。

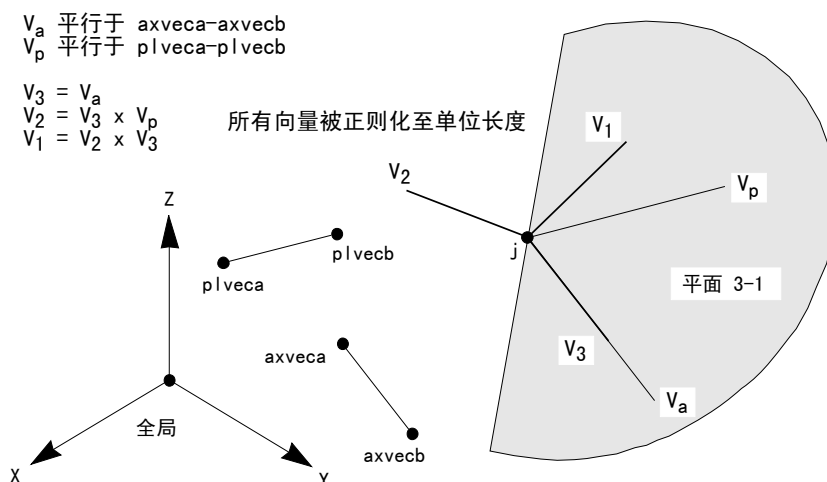


图 45 使用参考向量  $local=31$  确定实体单元局部坐标系的例题。点  $j$  是单元中心。

### 由参考向量确定局部坐标轴

程序使用向量叉积从参考向量来确定局部坐标轴。3 个轴分别用 3 个单位向量  $V_1$ 、 $V_2$  和  $V_3$  代表。向量满足叉积关系：

$$V_1 = V_2 \times V_3$$

局部轴  $V_i$  由归一化的单位长度向量  $V_a$  给出。

余下的两个轴  $V_j$  和  $V_k$ ，如下定义：

- 若  $i$  和  $j$  在顺序排列，即  $local=12$ 、 $23$ 、 $31$ ，则：

$$V_k = V_i \times V_p$$

$$V_j = V_k \times V_i$$

- 若  $i$  和  $j$  在反向排列，如  $local=21$ 、 $32$ 、 $13$ ，则：

$$V_k = V_p \times V_i$$

$$V_j = V_i \times V_k$$

使用参考向量确定单元局部坐标轴的例题见 图 45（第 151 页）。

### 单元局部坐标角

从参考向量定义的单元局部坐标轴可用 3 个单元坐标角  $a$ 、 $b$ 、 $c$  来进一步修改。当使用默认参考向量时，坐标角相对于整体坐标系定义了单元局部坐标系的方向。

单元坐标角指定了局部坐标系相对于自己现有坐标轴的旋转。所产生的局部坐标方向按照下面过程得到：

1. 局部坐标系首先绕其+3 轴旋转角度 **a**
2. 局部坐标系然后绕其所产生的+2 轴旋转角度 **b**
3. 局部坐标系最后绕其所产生的+1 轴旋转角度 **c**

旋转顺序是很重要的。相对于整体坐标系使用坐标角来定义局部坐标系方向见 图 4(第 19 页)。

## 应力和应变

实体单元在一个三维实体里模拟一个一般的应力和应变状态。所有 6 个应力和应变分量对此单元都是激活的。

更多信息：

- 参见“第六章 材料属性”主题“应力和应变”（第 50 页）。

## 实体属性

一个实体属性是一组材料和几何属性，被一或多个实体单元使用。实体属性独立于实体单元/对象来定义，指定给单元。

## 材料属性

每个实体属性的材料属性通过引用先前定义的材料来指定。使用完全各向异性的材料属性。实体单元使用的材料属性为：

- 弹性模量， $E_1$ 、 $E_2$ 、 $E_3$
- 剪切模量， $G_{12}$ 、 $G_{13}$ 、 $G_{23}$
- 泊松比， $\gamma_{12}$ 、 $\gamma_{13}$ 、 $\gamma_{23}$ 、...、 $\gamma_{56}$
- 温度膨胀系数， $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$ 、 $\alpha_3$ 、 $\alpha_{12}$ 、 $\alpha_{13}$ 、 $\alpha_{23}$
- 质量密度， $m$ ，用来计算单元质量
- 重量密度， $w$ ，用来计算自重和重力荷载

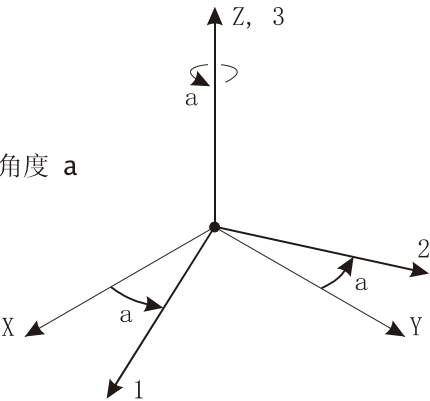
所有材料属性（除密度外）在每一单元的材料温度处得到。

更多信息：

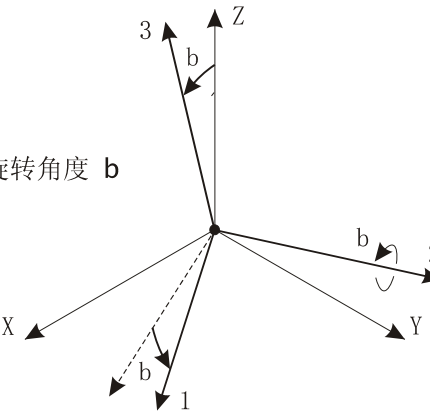
- 参见“第六章 材料属性”（第 49 页）。



第1步：绕局部3轴旋转角度  $a$



第2步：绕新的局部2轴旋转角度  $b$



第3步：绕新的局部1轴旋转角度  $c$

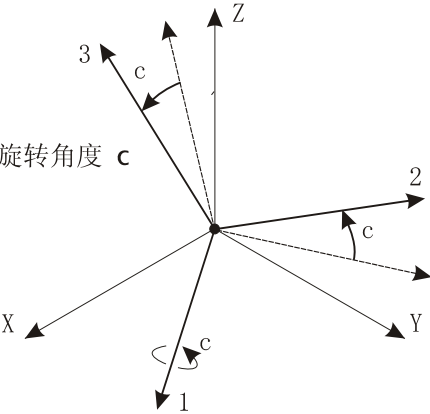


图 46 使用单元坐标角来定义实体单元局部坐标系的方向

材料角

材料的局部坐标系和单元（属性）的局部坐标系不必是相同的。材料坐标系用相对于单元坐标系的 3 个角度  $a$ 、 $b$ 、 $c$  来定义其方向，遵循以下步骤：

- 材料坐标系首先和单元坐标系对正；
- 然后材料坐标系绕+3 轴旋转角度  $a$ ；
- 然后材料坐标系绕新的+2 轴旋转角度  $b$ ；
- 然后材料坐标系绕新的+1 轴旋转角度  $c$ ；

见图 47（第 154 页）。这些角度对于各向同性的材料无影响，因为他们是与方向无关的。

更多信息：

- 参见“第六章 材料属性”主题“局部坐标系”主题（第 50 页）。

### 非协调弯曲模式

默认地，每个单元在其刚度形式中有 9 个非协调弯曲模式。若单元为矩形，非协调弯曲模式显著地改善了单元性能，甚至对非矩形单元也会改善其行为。

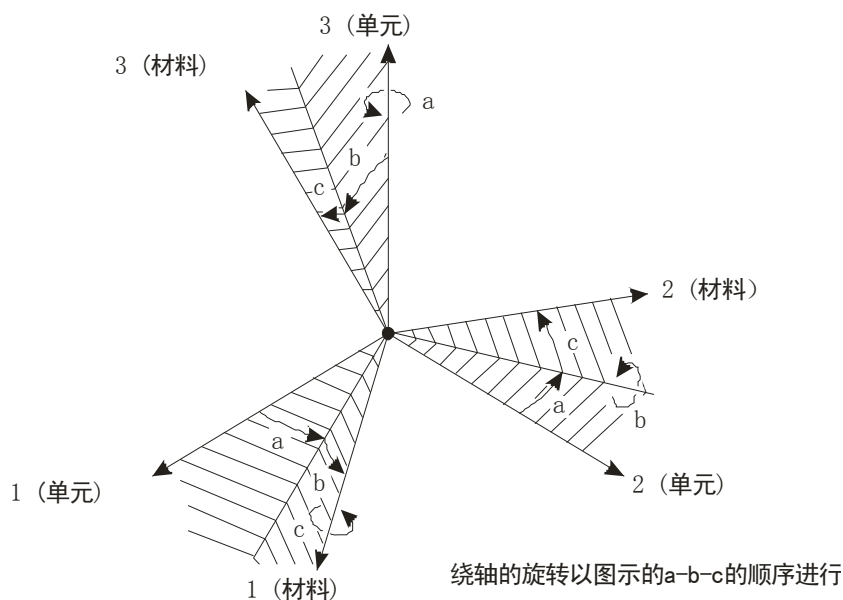


图 47 实体单元的材料角

若一个单元是严重扭曲的，则不能使用非协调弯曲模式。单元使用标准的等参公式。在弯曲不重要的情况，如一般的岩土问题，也不能使用非协调弯曲模式。

### 质量

在动力分析中，结构的质量用来计算惯性力。由实体单元贡献的质量集中在单元节点。在单元内部不考虑惯性力。

单元总质量等于在单元体积上对质量密度  $m$  的积分。总质量用一致质量矩阵的对角元按比例分配给节点。更多信息见 Cook, Malkus, 和 Plesha (1989)。总质量被分配给每个自由度:  $U_X$ 、 $U_Y$ 、 $U_Z$ 。

更多信息:

- 参见“第六章 材料属性”主题“质量密度”(第 55 页)。
- 参见“第十八章 荷载工况”(第 209 页)。

## 自重荷载

自重荷载激发模型中所有单元的自重。对于一个实体单元, 自重是一个均布在单元体积的力。自重的大小等于重量密度  $w$ 。

自重荷载总是作用向下, 在整体-Z 方向。用户可用一个比例系数来按比例调整自重, 应用于结构中的所有单元。

更多信息:

- 对于  $w$  的定义, 参见“第六章 材料属性”主题“重量密度”(第 56 页)。
- 参见“第十七章 荷载模式”主题“自重荷载”(第 202 页)。

## 重力荷载

重力荷载可施加于每一实体单元, 用来激发单元自重。使用重力荷载时, 自重可按比例调整, 并在任意方向施加。不同的比例系数和方向可施加于每一单元。

若所有单元被相等的加载且方向向下, 则使用自重荷载更方便。

更多信息:

- 对于实体单元自重的定义, 参见本章的“自重荷载”主题(第 155 页)。
- 参见“第十七章 荷载模式”主题“重力荷载”(第 202 页)。

## 表面压力荷载

表面压力荷载用来在实体单元任意 6 个面施加外压力荷载。这些面的定义图示于图 40 (第 148 页)。表面压力总是垂直作用于表面。正压力指向单元的内部。

压力在一个面上可以是恒定的或由在节点给定的值插值得到。这些在节点给定的值由节点样式得到, 对不同的面不必相同。可用节点样式方便地施加流体压力。

作用在面上的压力沿着此面进行积分, 所产生的力被分配至在此面的 4 个角点。

更多信息:

- 参见“第十七章 荷载模式”(第 199 页)

## 孔隙压力荷载

孔隙压力荷载用来模拟在一固体介质中流体的拖曳和浮力，如水在土的固体骨架中的效应。

流体压力标量值在单元节点通过节点模式给出，并在整个单元上进行插值。作用在单元的全部力，是在单元平面上此压力场梯度乘以厚度  $h$  的积分。此力被分配给单元的每一个节点。这些力通常从高压区指向低压区。

更多信息：

- 参见“第十七章 荷载模式”（第 199 页）

## 温度荷载

温度荷载在实体单元内产生温度应变。此应变被定义为材料的温度膨胀系数和单元温度改变的乘积。所有指定的温度代表着温度改变不论来自线性分析的无应力状态下，或者来自非线性分析中的上一次温度。

更多信息：

- 参见“第十七章 荷载模式”（第 199 页）

## 应力输出

在实体单元的标准  $2 \times 2 \times 2$  高斯积分点计算应力，且向外插值到节点。更多信息见 Cook, Malkus, 和 Plesha (1989)。

对于单值的荷载工况和组合，同时出计算主值和其在局部坐标系的相应主方向。给出最大和最小主应力方向的 3 个方向余弦。中间主应力的方向垂直于最大和最小主方向。

更多信息：

- 参见“第十七章 荷载模式”（第 199 页）
- 参见“第十八章 荷载工况”（第 209 页）。

## 第十四章 连接/支座单元——基础篇

**连接**单元用来将两个节点连接在一起，**支座**单元用来将一个节点连接到地面。两种单元类型使用同一种属性。每个连接单元或支座单元可以展示多达三种不同类型的性能：线性、非线性和频率相关，这是根据指定到单元的属性类型和执行的分析类型来确定的。

本章描述了连接单元和支座单元的基本和一般的特性，以及他们的线性性能。下一章将阐述高级性能，非线性或频率相关。

### 高级主题

- 概述
- 节点连接
- 零长度单元
- 自由度
- 局部坐标系
- 高级局部坐标系
- 内部变形
- 连接/支座属性
- 耦合的线性属性
- 质量
- 自重荷载
- 重力荷载
- 内力和变形输出

### 概述

连接单元是一个二节点的连接，支座单元是一个一节点的接地弹簧。两种单元的属性用相同的方法来定义。每个单元假设由六个单独的“弹簧”组成，每个弹簧对应六个变形自由度的一个（轴向、剪切、扭转和纯弯）。

可以定义两种连接/支座属性：线性/非线性、频率相关。线性/非线性的属性集必须指定给每个连接或支座单元，指定频率相关的属性集给连接或支座单元是选择性的。

所有线性/非线性的属性集包含了单元用来线性分析的、以及其他类型分析（如果没有定义其他属性）的线性属性。线性/非线性属性集可以具有非线性属性，用来进行非线性分析，以及用来在非线性分析之后进行线性分析。

频率相关的属性集包含了用来进行所有频率相关分析的阻抗（刚度和阻尼）属性。如果频率相关属性没有指定给连接/支座单元，此单元的线性属性将用来进行频率相关的分析。

可用此单元模拟的非线性性能类型包括：

- 粘滞阻尼
  - 缝（只压）和钩（只拉）
  - 多线性同轴弹性
  - 同轴塑性（Wen 模型）
  - 具有多种滞回特性（Kinematic, Takeda 和 pivot）的多线性同轴塑性
  - 双轴塑性基底隔振器
  - 摩擦摆基底隔振器，具有或不具有防止抬。也用作模拟缝—摩擦接触性能
- 每个单元有其自己的局部坐标系，用来定义力—变形属性和理解输出。

每个连接/支座单元可以在任意方向施加重力荷载。

输出包括单元的变形和单元节点的内力。

## 节点连接

每一连接/支座单元可具有以下两种形式：

- 连接两个节点  $i$  和  $j$ ；两个节点共享一个空间位置是可能的
- 一个支座连接单个节点  $j$  和地面

## 零长度单元

以下类型的连接/支座单元可被认为是零长度的：

- 单节点支座单元
- 两节点连接单元，从节点  $i$  到  $j$  的距离小于或等于自定义的零长度容差。

长度容差用交互式用户界面的自动合并容差来设置。长度大于自动合并容差的二节点单元被认为是具有有线长度。具有零长度或有限长度的单元会影响单元局部坐标系的变形，同时也会影响由于剪力造成的内部弯矩。

## 自由度

连接/支座单元总是激发位于在其一个或两个连接节点的所有 6 个自由度。单元给哪个自由度贡献刚度依赖于用户指定给单元的属性。用户必须确认给不接受刚度的节点自由度提供约束或其他支座。

更多信息：

- 参见“第四章 节点和自由度”主题“自由度”（第 18 页）。
- 参见本章主题“连接/支座属性”（第 165 页）。

## 局部坐标系

每个连接/支座单元有自己的单元局部坐标系，用来定义力—变形属性和输出。此坐标系的轴用轴 1, 2, 3 来代表。第一轴沿单元的长度方向且对应于拉伸变形，余下的两轴位于垂直于单元的平面且由用户指定方向；这些方向对应于剪切变形。

清楚地理解单元局部 1-2-3 坐标系及其和整体 X-Y-Z 坐标系的关系，对用户是十分重要的。两个系统均为右手坐标系。需要由用户来自行定义可以简化数据输入和表达结果的局部坐标系。

在大多数的结构中，单元局部坐标系的定义是相当简单的。不过这里提供的方法在多数复杂情况下具有足够的能力和灵活性来描述连接/支座单元的方向。

本主题中描述了最简单的方法，即使用**默认方向**和**连接/支座单元局部坐标角**。另外的定义连接单元局部坐标系的方法在下面的主题中描述。

更多信息：

- 对于此主题中的概念和术语的描述见“第三章 坐标系”（第 7 页）。
- 参见本章主题“高级局部座坐标系”（第 160 页）。

### 纵向 1 轴

局部 1 轴为单元的纵向轴，对应于拉伸变形。此轴确定如下：

- 对于有限长度的单元，此轴方向自动定义为从节点  $i$  至节点  $j$
- 对于零长度单元，局部 1 轴的方向为整体+Z 方向（向上）

对于零长度单元的定义，参见本章主题“零长度单元”（第 158 页）。

### 默认方向

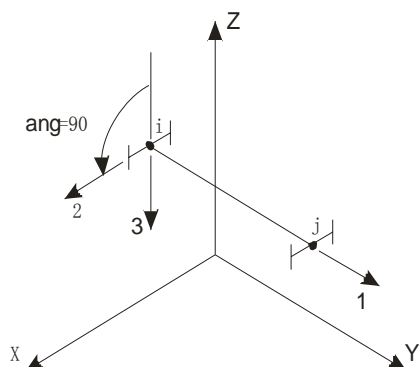
局部 2 和 3 轴的默认方向是根据局部 1 轴和整体 Z 轴的关系来确定的。在此使用的步骤与框架单元是相同的：

- 局部 1-2 平面取为竖直，即平行于 Z 轴
  - 局部 2 轴取为具有向上（+Z）的方向，若单元是垂直的，局部 2 轴被定义为沿水平+X 方向
  - 局部 3 轴是水平的，即在 X-Y 平面内
- 若局部 1 轴和 Z 轴夹角的正弦值小于  $10^{-3}$ ，则单元被认为是垂直的。

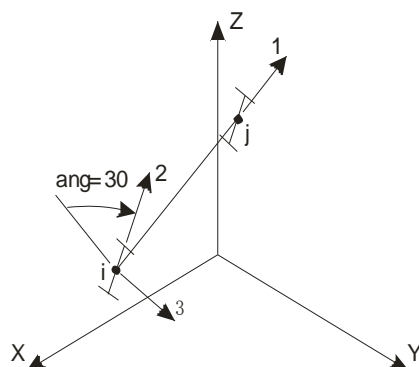
局部 2 轴与竖直轴的夹角和局部 1 轴与水平面的夹角相同。这意味着对水平单元，局部 2 轴垂直向上的。

### 坐标角

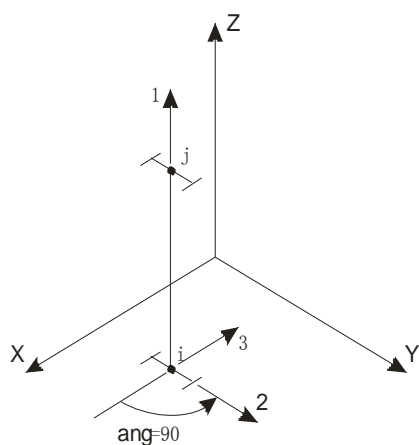
连接/支座单元的坐标角  $ang$ ，用来定义不同于默认方向的单元方向。它是局部 2 和 3 轴绕局部正 1 轴从默认方向旋转的角度。当局部 1 轴指向用户时，旋转为逆时针， $ang$  为正值。此处步骤和框架单元中的相同。



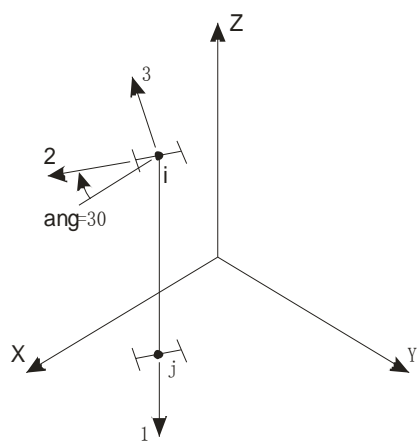
局部1轴平行于+Y轴，  
局部2轴从Z-1平面旋转90度



局部1轴不平行于X, Y, 或 Z 轴  
局部2轴从Z-1平面旋转30度



局部1轴平行于 +Z 轴，  
局部2轴从X-1平面旋转90度



局部1轴平行于-Z轴，  
局部2轴从X-1平面旋转30度

图 48 相对于默认方向的连接、支座单元坐标角

## 高级局部座坐标系

默认地，使用相对于整体方向+Z 和+X 的单元坐标角来定义单元局部坐标系，如前面主题中所述。在某些模型中，对定义局部坐标系有更多的控制会有帮助。



此主题描述了当单元局部坐标角  $\text{ang}$  为零时，如何用相对于任意参考向量来定义横向局部 2 和 3 轴。若  $\text{ang}$  非零，它是局部 2 和 3 轴从参考向量定义的方向绕局部 1 轴的旋转角度。

此主题描述了对于零长度单元，如何从默认整体+Z 方向改变局部 1 轴的方向。对于有限长度单元，局部 1 轴总是由单元的 I 端指向 J 端。

更多信息：

- 对本主题中的概念和术语，参见“第三章 坐标系”（第 7 页）。
- 参见本章的“局部坐标系”（第 159 页）。

### 轴参考向量

为了定义零长度单元的局部 1 轴，用户需要指定一个**轴参考向量**，它是与期望的局部 1 轴平行且有相似的正方向。轴参考向量不影响有限长度单元。

用户必须指定或使用默认值来定义**轴参考向量**：

- 一坐标方向  $\text{axdir}$ （默认值为+Z）
- 一固定坐标系  $\text{csys}$ （默认值为 0，代表整体坐标系），此坐标系与用来定义平面参考向量的坐标系为同一个。

用户可有选择地指定：

- 一对点， $\text{axveca}$  和  $\text{axvecb}$ （每一个的默认值为 0，代表单元中心）。若两个均为零，则此选择没被使用。

对于每一单元，轴参考向量按如下确定：

1. 一个从点  $\text{axveca}$  至点  $\text{axvecb}$  的向量。若此向量具有有限长度，则作为  $\mathbf{V}_a$  使用。
2. 否则，在固定坐标系  $\text{csys}$  中的单元中心计算坐标方向  $\text{axdir}$ ，并作为参考向量  $\mathbf{V}_a$  使用。

零长度单元的中心取为节点  $j$ 。

在  $\mathbf{V}_a$  归一化至单位长度后，局部 1 轴由  $\mathbf{V}_a$  给出。

### 平面参考向量

为了定义横向局部 2 和 3 轴，用户需要指定一个平行于期望的 1-2 或 1-3 平面的**平面参考向量**。这个过程和框架单元的相同。

参考向量必须在相应的横向局部轴（2 和 3）上有正的投影。这意味着参考向量的正方向和期望横向轴的夹角必须小于 90 度。

要定义参考向量，用户需首先指定或使用默认值：

- 一个主坐标方向  $\text{pldirp}$ （默认为+Z）

- 一个次坐标方向 **pldirs**（默认为+X）。方向 **pldirs** 和 **pldirp** 不应相互平行，除非用户确认他们不平行于局部 1 轴
- 一固定的坐标系 **csys**（默认为零，表示整体坐标系）。这和用来定义轴参考向量的坐标系相同。
- 局部平面，**local**，将被参考向量决定，（默认为 12，代表平面 1-2）  
用户可选择性地指定：
- 一对点，**plveca** 和 **plvecb**（默认为零，表示单元中心）。若他们均为零，则不使用此选项。

对每一单元，参考向量按如下确定：

1. 一个从节点 **plveca** 至节点 **plvecb** 的向量。若此向量具有有限长度，且不平行于局部 1 轴，则它作为参考向量  $\mathbf{V}_p$  使用。

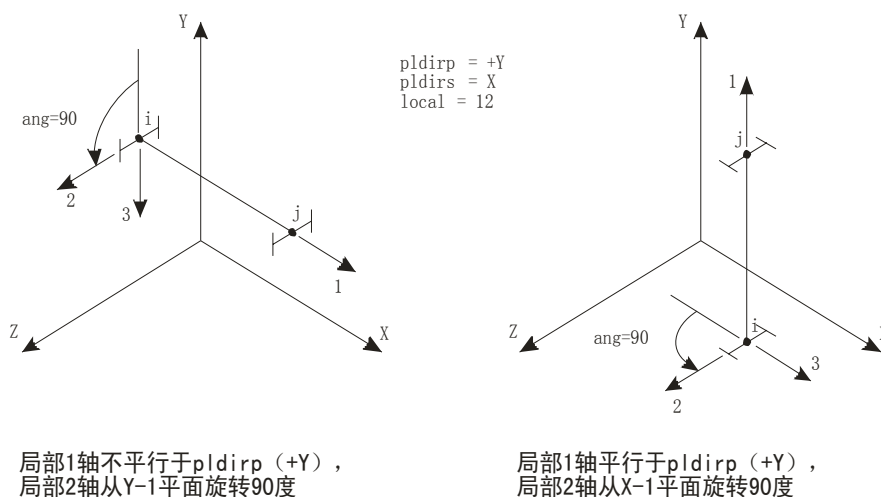


图 49 连接/支座单元相对于坐标方向的坐标角

2. 否则，在固定坐标系 **csys** 中的单元中心计算主要坐标方向 **pldirp**。若此方向不平行于局部 1 轴，则它被用作参考向量  $\mathbf{V}_p$ 。

3. 否则，在固定坐标系 **csys** 中单元中心计算次要坐标系方向 **pldirs**。若此方向不与局部 1 轴平行，它被用作参考向量  $\mathbf{V}_p$ 。

4. 否则，此方法失败且分析中止。若 **pldirp** 不平行于 **pldirs**，这不会发生。

若一个向量与局部 1 轴的夹角的正弦值小于  $10^{-3}$ ，它被认为平行与局部 1 轴。

使用连接/支座单元坐标角与坐标方向一同定义参考向量见 图 49（第 162 页）。使用节点来定义参考向量见 图 50（第 163 页）。

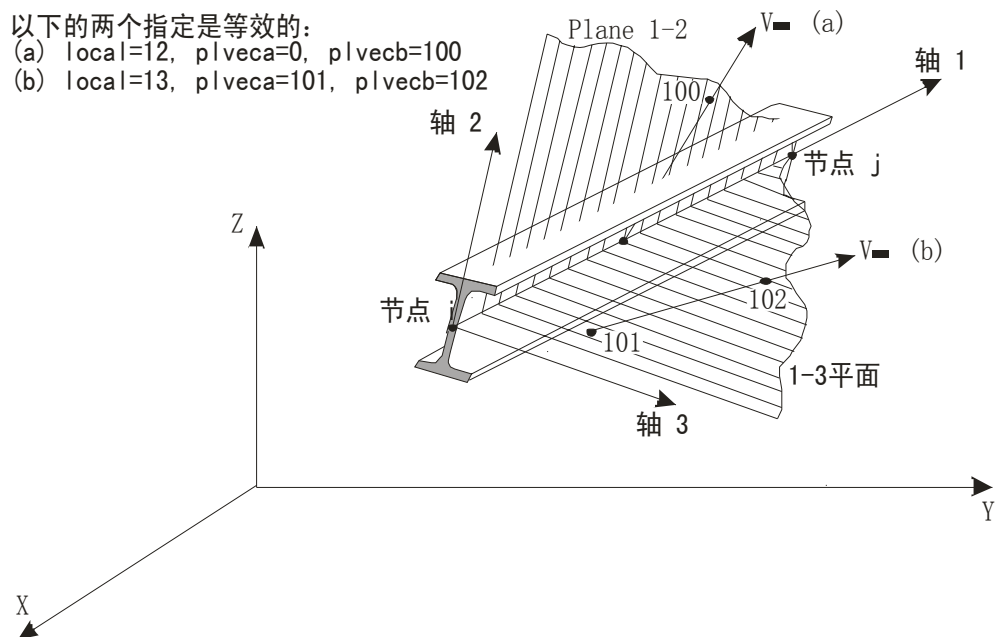


图50 使用节点定义连接/支座单元局部坐标系

### 确定横向 2 和 3 轴

当定义完参考向量后，程序使用向量叉积来定义横向 2 和 3 轴。3 个轴用 3 个单位向量  $\mathbf{V}_1$ ， $\mathbf{V}_2$  和  $\mathbf{V}_3$  代表。这些向量满足以下关系：

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_2 \times \mathbf{V}_3$$

横向 2 和 3 轴如下定义：

- 若参考向量平行于 1-2 平面，则：

$$\mathbf{V}_3 = \mathbf{V}_1 \times \mathbf{V}_p$$

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{V}_3 \times \mathbf{V}_1$$

- 若参考向量平行于 1-3 平面，则：

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{V}_p \times \mathbf{V}_1$$

$$\mathbf{V}_3 = \mathbf{V}_1 \times \mathbf{V}_2$$

一般地，若参考向量垂直于  $\mathbf{V}_1$  轴，则在所选择平面中的横向轴等于  $\mathbf{V}_p$ 。

## 内部变形

对于连接单元定义 6 个独立的内部变形。根据节点  $j$  相对下面的位移计算这些内部变形：

- 两节点单元的节点  $i$
- 单节点单元的地面

对于两节点单元，内部变形如下定义：

- 轴向：  $d_{u1}=u_{1j}-u_{1i}$
- 在 1-2 平面的剪切：  $d_{u2}=u_{2j}-u_{2i}-d_{j2}r_{3j}- (L-d_{j2}) r_{3i}$
- 在 1-3 平面的剪切：  $d_{u3}=u_{3j}-u_{3i}+d_{j3}r_{2j}+ (L-d_{j3}) r_{2i}$
- 扭转：  $d_{r1}=r_{1j}-r_{1i}$
- 在 1-3 平面的纯弯：  $d_{r2}=r_{2i}-r_{2j}$
- 在 1-2 平面的纯弯：  $d_{r3}=r_{3j}-r_{3i}$

其中：

- $u_{1i}$ ,  $u_{2i}$ ,  $u_{3i}$ ,  $r_{1i}$ ,  $r_{2i}$ , 和  $r_{3i}$  为在节点  $i$  的平动和转动
- $u_{1j}$ ,  $u_{2j}$ ,  $u_{3j}$ ,  $r_{1j}$ ,  $r_{2j}$ , 和  $r_{3j}$  为在节点  $j$  的平动和转动
- $d_{j2}$  为用户指定的从节点  $j$  至计算剪切变形  $d_{u2}$  位置的距离（默认值为零，意味着在节点  $j$ ）
- $d_{j3}$  为用户指定的从节点  $j$  至计算剪切变形  $d_{u3}$  位置的距离（默认值为零，意味着在节点  $j$ ）
- $L$  为单元的长度

所有平动、转动和变形用单元局部坐标轴的形式表示。

注意：剪切变形可由转动和平动引发。这些定义确保在单元刚体运动时所有变形将为零。

**重点！** 注意：转动  $r_{2i}$  和  $r_{2j}$  的负值用来定义在 1-3 平面的剪切和弯曲变形。这提供对于连接/支座单元和框架单元一致的剪力和弯矩的定义。

这三种内部变形见 图 51（第 165 页）。

对于单节点的接地弹簧单元，内部变形和上面相同，除了在节点  $i$  的平动和转动为零：

- 轴向：  $d_{u1}=u_{1j}$
- 在 1-2 平面的剪切：  $d_{u2}=u_{2j}-d_{j2}r_{3j}$
- 在 1-3 平面的剪切：  $d_{u3}=u_{3j}+d_{j3}r_{2j}$
- 扭转：  $d_{r1}=r_{1j}$
- 在 1-3 平面的纯弯：  $d_{r2}=-r_{2j}$
- 在 1-2 平面的纯弯：  $d_{r3}=r_{3j}$

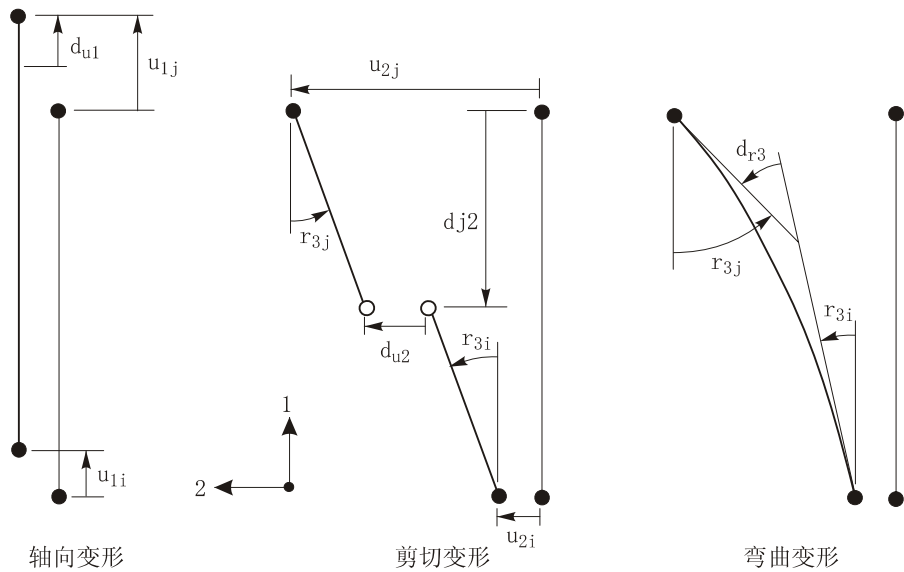


图 51 两节点单元的内部变形

### 连接/支座属性

连接/支座属性是一组用来定义一个或多个连接或支座单元行为的结构属性。连接/支座属性指定了 6 个内部变形的力—变形关系，质量和重量属性也可以指定。

连接/支座属性是独立于连接和支座单元来定义的，且在定义单元的过程中被引用。

可以定义两种类型的连接/支座属性：

- **线性/非线性。**线性/非线性属性集必须指定给每个连接或支座单元。
- **频率相关。**频率相关属性集可以选择性地指定给连接或支座单元。

所有线性/非线性的属性集包含了单元用来线性分析的、以及其他类型分析（如果没有定义其他属性）的线性属性。线性/非线性属性集可以具有非线性属性，用来进行非线性分析，以及用来在非线性分析之后进行线性分析。

频率相关的属性集包含了用来进行所有频率相关分析的阻抗（刚度和阻尼）属性。如果频率相关属性没有指定给连接/支座单元，此单元的线性属性将用来进行频率相关的分析。

### 局部坐标系

连接/支座属性是针对连接或支座单元局部坐标轴来定义的。局部 1 轴是单元的纵向并对应拉伸和扭转变形。局部 2 和 3 轴对应于剪切和弯曲变形。

更多信息：

- 参见本章的“局部坐标系”（第 159 页）。

## 内部非线性弹簧

连接/支座属性假定为由 6 个内部“弹簧”或“铰”组成的，对应于每个内部自由度。每个“弹簧”可由几个分量实际构成，包括弹簧和阻尼器。这些弹簧的力—变形关系可以是彼此耦合的或彼此独立的。

图 53（第 167 页）显示了弹簧的 3 个变形：轴向、在 1-2 平面的剪切和在 1-2 平面的纯弯。要注意剪切弹簧位于与节点  $j$  相距  $d_{j2}$  的位置。假定所有剪切变形发生在此弹簧内；连接此弹簧与节点（或地面）的连接件的剪切为刚性。剪切弹簧的变形可以由在节点的转动和平动引发。在此弹簧内的力将产生一个沿长度线性变化的弯矩。此弯矩在剪切弹簧处为零，就像弯矩铰的作用。由剪切引起的弯矩独立于并附加于由纯弯弹簧引发的单元内的常量弯矩。

荷载工况 类型	荷载工况 初始条件	单元有无 非线性属性	单元有无 频率相关属性	实际使用的 属性
Linear	Zero	Yes/No	Yes 或 No	Linear
	Nonlinear Case	No	Yes 或 No	Linear
		Yes	Yes 或 No	Nonlinear
Nonlinear	Any	No	Yes 或 No	Linear
		Yes	Yes 或 No	Freq. Dep
Frequency Dependent	Zero	Yes/No	No	Linear
			Yes	Freq. Dep
	Nonlinear Case	No	No	Linear
		Yes	No	Nonlinear
		Yes 或 No	No	Freq. Dep

图 52 实际用于不同分析类型的连接/座刚度属性

另外 3 个没有显示的弹簧为在 1-3 平面的扭转和剪切，及在 1-3 平面的纯弯曲。剪切弹簧位于与节点  $j$  相距  $d_{j3}$  的位置。

$d_{j2}$  和  $d_{j3}$  的值可能是不同的，虽然对于大多数单元通常他们是相同的。

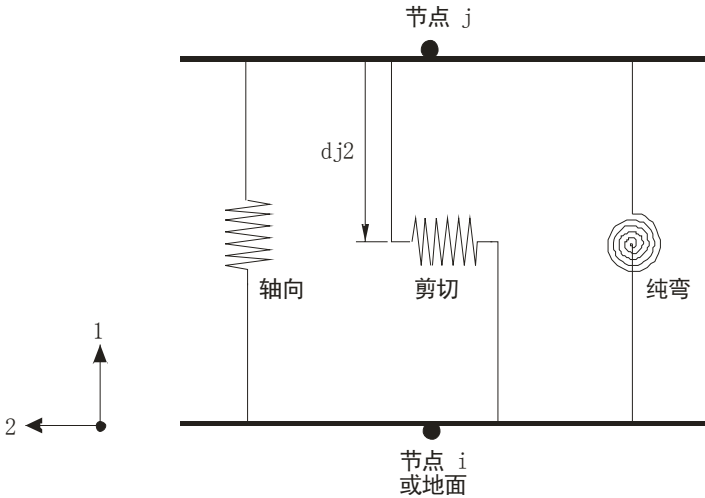


图 53 在连接单元中 6 个独立非线性弹簧中的 3 个

弹簧的力—变形关系

有 6 个力—变形关系控制着单元的行为，他们对应于每个内部弹簧：

- 轴向：  $f_{u1}$  对  $d_{u1}$
- 剪切：  $f_{u2}$  对  $d_{u2}$ ,  $f_{u3}$  对  $d_{u3}$
- 扭转：  $f_{r1}$  对  $d_{r1}$
- 纯弯：  $f_{t2}$  对  $d_{t2}$ ,  $f_{t3}$  对  $d_{t3}$

其中  $f_{u1}$ ,  $f_{u2}$ , 和  $f_{u3}$  为内部弹簧力;且  $f_{r1}$ ,  $f_{t2}$ , 和  $f_{t3}$  为内部弹簧弯矩。

这些关系的每一个可能是零、仅为线性或给定连接/支座属性的线性/非线性。这些关系可以是独立或耦合的。力和弯矩可能与变形速率和变形相关。

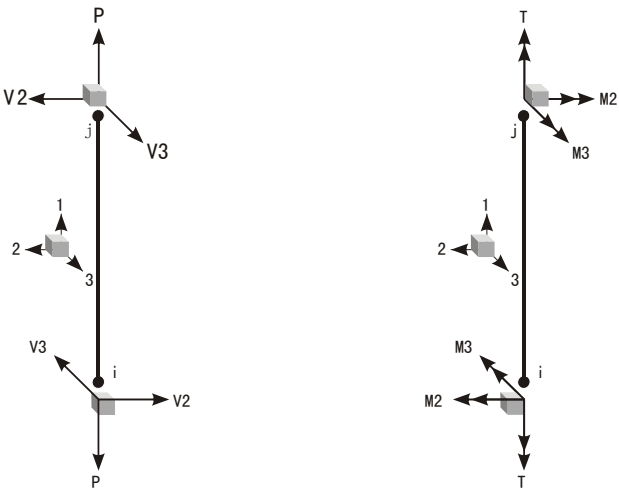


图 54 连接/支座单元的力和弯矩（作用于节点）

## 单元内力

连接/支座单元的内力， $P$ 、 $V_2$ 、 $V_3$  及内弯矩  $T$ 、 $M_2$ 、 $M_3$ ，具有框架单元相同的含义。见图 54（第 167 页），他们可用弹簧力和弯矩的形式来定义：

- 轴力： $P=f_{u1}$
- 在 1-2 平面的剪力： $V_2=f_{u2}$ ， $M_{3s}=(d-d_{j2})f_{u2}$
- 在 1-3 平面的剪力： $V_3=f_{u3}$ ， $M_{2s}=(d-d_{j3})f_{u3}$
- 扭矩： $T=f_{r1}$
- 在 1-3 平面的纯弯矩： $M_{2b}=f_{r2}$
- 在 1-2 平面的纯弯矩： $M_{3b}=f_{r3}$

其中  $d$  为到节点  $j$  的距离。总弯矩  $M_2$  和  $M_3$  由剪力和纯弯矩部分构成：

$$M_2 = M_{2s} + M_{2b}$$

$$M_3 = M_{3s} + M_{3b}$$

这些内力存在于沿单元长度的每一截面。

更多信息：

- 参见“第七章 框架单元”主题“内力输出”（第 89 页）。

## 非耦合线性的力—变形关系

若每一个内力弹簧是线性的和非耦合的，则弹簧力—变形关系可以矩阵的形式表示为：

$$\begin{Bmatrix} f_{u1} \\ f_{u2} \\ f_{u3} \\ f_{r1} \\ f_{r2} \\ f_{r3} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{u1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & k_{u1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & k_{u1} & 0 & 0 & 0 \\ & & & k_{r1} & 0 & 0 \\ sym & & & & k_{r2} & 0 \\ & & & & & k_{r3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_{u1} \\ d_{u2} \\ d_{u3} \\ d_{r1} \\ d_{r2} \\ d_{r3} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

其中  $k_{u1}$ 、 $k_{u2}$ 、 $k_{u3}$ 、 $k_{r1}$ 、 $k_{r2}$ 、 $k_{r3}$  为内弹簧的刚性系数。

对于单节点单元，这可以重新以在节点  $j$  的内力和位移的形式表示：



$$\begin{Bmatrix} P \\ V_2 \\ V_3 \\ T \\ M_2 \\ M_3 \end{Bmatrix}_j = \begin{bmatrix} k_{u1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & k_{u1} & 0 & 0 & 0 & -d_{j2}k_{u2} \\ & & k_{u1} & 0 & -d_{j3}k_{u3} & 0 \\ & & & k_{r1} & 0 & 0 \\ sym & & & & k_{r2} - d_{j3}^2 k_{u3} & 0 \\ & & & & & k_{r3} - d_{j2}^2 k_{u2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ r_1 \\ -r_2 \\ r_3 \end{Bmatrix}_j \quad (2)$$

若在节点  $i$  的位移为零，此关系对于一个两节点的单元同样使用。

对于线性阻尼行为存在同样的关系，除了刚度项被阻尼系数代替，且位移被相应的速度代替。

考虑一个例题，对于一个在 1-2 平面具有截面弯曲刚度  $EI$  的等截面梁，计算等效的剪力和弯曲弹簧。对于 1-2 弯曲平面在节点  $j$  的刚度矩阵为：

$$\begin{Bmatrix} V_2 \\ M_3 \end{Bmatrix}_j = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & -6L \\ -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_2 \\ r_3 \end{Bmatrix}_j$$

从此可确定等效剪切弹簧在  $d_{j2} = \frac{L}{2}$  处具有刚度  $k_{u2} = 12 \frac{EI}{L^3}$ ，且等效的弯曲弹簧具

有刚度  $k_{r3} = \frac{EI}{L}$ 。

对于一个在 1-2 平面有纯弯铰的单元，纯弯刚度为零，且  $d_{j2}$  是到此铰的距离。见图 51（第 170 页）。

### 线性/非线性属性的类型

主要的线性/非线性连接/支座属性包括下述类型：

- 耦合线性
- 阻尼器
- 缝
- 钩
- 分段线性弹性
- 分段线性塑性
- 塑性（Wen）
- 滞回（橡胶）隔振器
- 摩擦—摆隔振器
- 拉/压摩擦摆隔振器

第一种类型，耦合线性，可以具有完全的耦合线性刚度和阻尼系数，这种类型在本章主题“耦合线性属性”（第 170 页）中介绍。

所有其他属性类型被视为非线性。然而，对于每一非线性属性类型用户可以指定一组非耦合线性刚度和阻尼系数，以在线性分析替代非线性属性。这些替代的线性属性称为“线性有效刚度”和“线性有效阻尼”属性。

更多信息：

- 参见本章的“耦合线性属性”主题（第 170 页）。
- 参见“第十五章 连接/支座单元——高级篇”（第 173 页）。

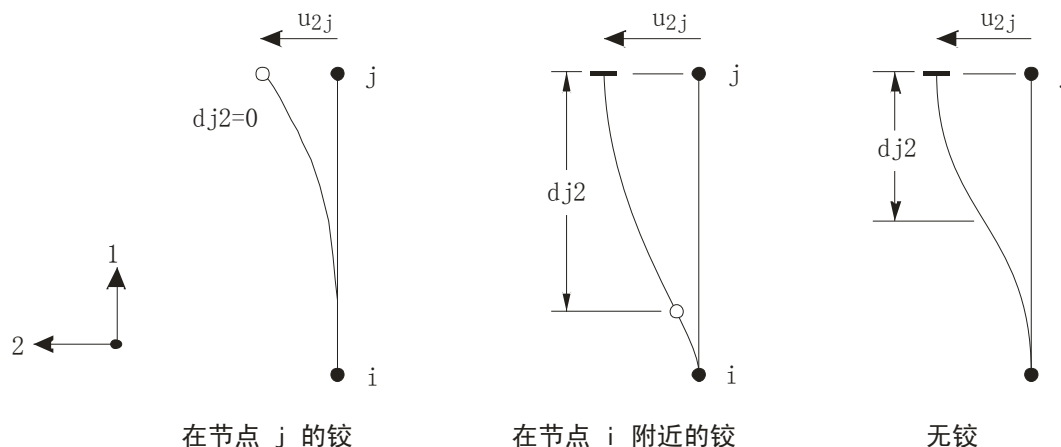


图 55 在弯矩铰或反弯点的剪切弹簧位置

## 耦合线性属性

耦合线性连接/支座属性是完全线性的，没有非线性性能。线性性能用于所有线性和非线性分析，也可以用于频率相关分析，除非频率相关属性已经指定给了连接/支座单元。

式（1）（第 168 页）的刚度矩阵现在可以完全发展为：

$$\begin{Bmatrix} f_{u1} \\ f_{u2} \\ f_{u3} \\ f_{r1} \\ f_{r2} \\ f_{r3} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{u1} & k_{u1u2} & k_{u1u3} & k_{u1r1} & k_{u1r2} & k_{u1r3} \\ & k_{u2} & k_{u2u3} & k_{u2r1} & k_{u2r2} & k_{u2r3} \\ & & k_{u3} & k_{u3r1} & k_{u3r2} & k_{u3r3} \\ & & & k_{r1} & k_{r1r2} & k_{r1r3} \\ & sym & & & k_{r2} & k_{r2r3} \\ & & & & & k_{r3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_{u1} \\ d_{u2} \\ d_{u3} \\ d_{r1} \\ d_{r2} \\ d_{r3} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

其中  $k_{u1}$ 、 $k_{u1u2}$ 、 $k_{u2}$ 、 $k_{u1u3}$ 、 $k_{u2u3}$ 、 $k_{u3}$ 、...、 $k_{r3}$  是内部弹簧的线性刚度系数。

式（2）（第 169 页）对应的矩阵可以根据由弹簧力和弯矩形式给出的单元内力关系来得到。见本章的主题“单元内力”（第 168 页）。

同样地，阻尼矩阵也可以完全扩展，并且具有刚度矩阵相同的形式。注意：阻尼性能对于所有的动力分析有效。这与线性效果的阻尼形成对照，后者在非线性分析中不会被激活。

## 质量

在动力分析中，结构的质量用来计算惯性力。由连接单元贡献的质量集中在单元节点  $i$  和  $j$ 。在单元内部不考虑惯性力。

对于每个连接/支座属性，用户可指定一个总平动质量  $m$ 。一半的质量被分配给在单元的一个或两个节点的 3 个平动自由度。对于单节点单元，假定一半的质量是接地的。

用户可另外指定转动质量弯矩惯性矩  $m_{r1}$ 、 $m_{r2}$ 、 $m_{r3}$ 。一半的质量惯性矩被分配给在单元的一个或两个节点的 3 个平动自由度。对于单节点单元，假定一半的质量惯性矩是接地的。

转动惯量在单元的局部坐标轴中定义，但将被程序转换至对节点  $i$  和  $j$  的局部坐标系。若这 3 个惯量不相等，且单元的局部轴不平行于节点局部轴，则在转换时将产生交叉惯性矩项。程序会略去这些项，这就导致一些误差。

**强烈建议：**质量对应于每个非线性变形荷载，以便生成恰当的 Ritz 向量来进行非线性时程分析。注意：对于非线性剪切变形，如果单元长度非零或  $d_j$  非零，除了平动质量之外，也需要转动惯量。

更多信息：

- 参见“第十八章 荷载工况”（第 209 页）。
- 参见“第十五章 连接/支座单元——高级篇”主题“非线性变形荷载”（第 188 页）。

## 自重荷载

自重荷载激发模型中所有单元的自重。对于连接/支座属性可定义一个总的自重  $w$ 。一半的自重被分配给使用连接/支座属性的连接/支座单元的每个节点。对于单节点单元，假定一半的自重是接地的。

自重荷载总是作用向下，在  $-Z$  方向。用户可使用应用于结构中所有单元的单个比例系数来调整自重。

更多信息：

- 参见“第十七章 荷载模式”主题“自重荷载”（第 202 页）。

## 重力荷载

重力荷载可施加于每个连接/支座单元，用来激发单元的自重。当使用重力荷载时，自重可被在按比例调整并施加于任意方向。可对每个连接单元施加不同的比例系数和方向。

若所有单元被相等的加载，且方向向下，则使用自重荷载更方便。

更多信息：

- 对于连接/支座单元自重的定义，参见本章主题“自重荷载”（第 171 页）。
- 参见“第十七章 荷载模式”主题“重力荷载”（第 171 页）。

## 内力和变形输出

可输出各荷载工况和组合下的连接/支座单元的内力和变形。

线性分析的结果是基于线性有效刚度和有效阻尼属性，且不包括任何非线性效果。只有非线性分析的结果包括非线性行为。

单元内力在本章主题“单元内力”（第 168 页）中定义。内部变形在本章主题“内部变形”（第 164 页）中定义。

单元内力在输出中用  $P$ 、 $V_2$ 、 $V_3$ 、 $T$ 、 $M_2$  和  $M_3$  标识。在输出中内部变形用  $U_1$ 、 $U_2$ 、 $U_3$ 、 $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$  标识，相应于值  $d_{u1}$ 、 $d_{u2}$ 、 $d_{u3}$ 、 $d_{r1}$ 、 $d_{r2}$ 、 $d_{r3}$ 。

更多信息：

- 参见“第十七章 荷载模式”（第 199 页）
- 参见“第十八章 荷载工况”（第 209 页）。

## 第十五章 连接/支座单元——高级篇

连接/支座单元基础的、线性性能在前面一章中进行了描述。这一章阐述的是连接/支座单元的非线性性能和频域相关性能。

### 高级主题

- 概述
- 非线性连接/支座属性
- 线性有效刚度
- 线性有效阻尼
- 非线性粘滞阻尼属性
- 隙属性
- 钩属性
- 分段线弹性属性
- Wen 塑性属性
- 多段线性动力塑性属性
- 多段线性 Takeda 塑性属性
- 多段线性 Pivot 滞回塑性属性
- 滞回（橡胶）隔振属性
- 摩擦—摆隔振属性
- 双作用摩擦—摆隔震属性
- 非线性位移荷载
- 频域相关属性

### 概述

连接/支座单元的基本特性已经在前面一章“连接/支座单元——基础篇”（第 157 页）中进行了描述。

这一章阐述了各种非线性属性、线性有效刚度和线性有效阻尼的概念、非线性变形荷载进行 Ritz 向量分析和频域相关的属性等问题。

### 非线性连接/支座属性

每个连接/支座单元的**非线性属性**必须是以下描述类型中的一种。类型确定了哪个自由度是非线性的，及确定了对于这些自由度的非线性力—变形关系的类型。

每个自由度可以有指定的线性有效刚度和有效阻尼属性，如在下面“线性有效刚度”和“线性有效阻尼”子主题中所描述的。

在非线性分析中，对于所有指定了非线性属性的自由度，使用非线性力—变形关系。对于所有其他类型的自由度，在非线性分析中使用线性有效刚度。

从零初始状态开始的线性分析使用线性有效刚度，忽略是否指定非线性属性。使用上次非线性分析刚度开始的线性分析使用非线性属性。对所有线性分析使用线性有效阻尼，但对任何非线性分析不使用。

对于所有任意其他类型分析，不使用非线性属性。对于所有线性分析的**所有**自由度，使用线性有效刚度。

每个线性的力—变形关系包括一个刚度系数  $k$ 。当非线性效应可以忽略时，这代表线性刚度，例如，对于快速加载的阻尼、对于一个闭合的缝或钩、或对于没有屈服或滑移的 Plastic1、Isolator1、Isolator2 属性。若  $k$  为零，则对于这个自由度不产生非线性力，除了在 Isolator2 属性中的摆力。

**重要提示：**用户有时可能想对  $k$  指定非常大的值，特别是对阻尼器、缝和钩属性。不要这样做！若用户想限制在某一个内部弹簧中的弹性变形，一般使用一个从  $10^2$  至  $10^4$  乘以在任意连接/支座单元相应刚度的  $k$  值。较大的  $k$  值可能在求解时引发数值困难。对于更多的讨论见下面的阻尼属性。

## 线性有效刚度

对于连接/支座属性的每一个非线性类型，用户可对每个内部弹簧指定 6 个有效刚度系数  $k_e$ 。

**线性有效刚度**代表用于所有从零初始条件开始的线性分析的连接/支座单元的总弹性刚度。在这类分析中将忽略实际的非线性属性。

如果用户没有指定某个自由度的非线性属性，那么在所有线性和非线性分析中，这一自由度使用线性有效刚度。

连接/支座属性的有效力—变形关系在方程 1 中给出，使用适当的  $k_e$  值来代替  $k_{u1}$ 、 $k_{u2}$ 、 $k_{u3}$ 、 $k_{r1}$ 、 $k_{r2}$ 、 $k_{r3}$ 。

## 模态分析中的特殊考虑

在非线性时程分析中对于非线性自由度没有使用有效刚度属性。然而，从零初始条件开始的非线性模态分析确实使用了基于有效刚度计算的振动模态。在时间积分时，这些模态的行为被改变，从而结构响应反应了实际的刚度和其他指定的非线性参数。可通过改变有效刚度来改善非线性迭代的收敛速度。

以下是选择线性有效刚度的一些指导原则。用户可根据需要来改变，来达到建模和分析的目的。特别地，用户应考虑是对线性分析得到的结果，还是获得对非线性模态时程分析基础的模态更感兴趣。

- 当基于 UBC94 规范或类似的进行分析时，有效刚度一般为规范定义的最大有效刚度。
- 对于缝和钩单元，有效刚度一般应为 0 或  $k$ ，视单元在正常状态下是否可能开启或闭合而定。
- 对于阻尼器单元，有效刚度一般应为 0。
- 对于其他单元，刚度应在 0 和  $k$  之间。
- 若用户对  $k$  选择了一个人为的大值，要确认使用一个很小的  $k_e$  值，来避免在非线性模态时程分析中的数值问题。

在上面， $k$  是给定自由度的非线性刚度属性。见下面子主题“非线性属性”。

更多信息：

- 参见“第二十四章 非线性时程分析”主题“非线性模态时程分析(FNA)”（第 275 页）。

## 线性有效阻尼

用户可对于每个非线性属性 (Nlprop) 指定 6 个线性有效阻尼系数  $c_e$ ，对应于内部弹簧的每一个。默认的，每个系数  $c_e$  为零。

线性有效阻尼对于用作反应谱分析的单元，和对于线性和周期性时程分析，代表总粘滞阻尼。对于这些类型分析，忽略实际的非线性属性。有效阻尼可用来代表由于非线性阻尼、塑性、或摩擦产生的能量消散。

非线性属性 (Nlprop) 的有效力/变形-速度关系在上面方程 1 中给定，使用适当的  $c_e$  值来代替  $k_{u1}$ 、 $k_{u2}$ 、 $k_{u3}$ 、 $k_{r1}$ 、 $k_{r2}$ 、 $k_{r3}$  用变形速度代替相应的变形。

有效阻尼被转换至阻尼比，假定比例阻尼，例如，忽略交叉—耦合阻尼项。这些有效模态—阻尼被加在任意其它用户直接指定的模态阻尼。程序将不允许任意模态的总阻尼比超过 99.995%。

重要注意：模态交叉耦合阻尼项对摹写结构可能是非常显著的。一个基于有效阻尼属性的线性分析可能粗略的高估了结构中存在的阻尼量。对于决定附加的能量消散装置的效果，强烈建议非线性时程分析。

非线性时程分析不使用有效阻尼值，因为其直接考虑了单元能量消散，且正确的考虑了模态交叉耦合的效果。

## 非线性粘滞阻尼属性

此单元适用于模拟具有非线性力—速度关系的粘滞阻尼。对简单的线性阻尼，可以使用耦合的线性连接/支座属性代替。线性阻尼属性不虚要非线性粘滞阻尼使用的弹簧系，但确实可以考虑并联弹簧。

更多信息

- 参见“耦合线性属性（第 170 页）”。

对非线性粘滞阻尼器，用户可对每个变形自由度指定独立的阻尼属性。阻尼属性基 Maxwell 的粘弹性模型 (Malvern, 1969)，其有一系列非线性阻尼和弹簧。见图 56 (第 176 页)。若用户对一个自由度不指定非线性属性，则此使用有效刚度 (可能为零) 的自由度是线性的。

非线性力—变形关系如下：

$$f = k d_k = c \dot{d}_c^{\text{cexp}}$$

其中  $k$  为弹簧常数， $c$  为阻尼系数， $\text{cexp}$  为阻尼指数， $d_k$  为在阻尼器的变形， $\dot{d}_c$  是在阻尼器的变形速度。阻尼指数必须是正值；使用的范围是在 0.2 和 2.0 之间。

弹簧和阻尼变形之和构成总内部变形：

$$d = d_k + d_c$$

对捕捉实际非线性阻尼行为，特别是具有分数指数时，弹簧系非常重要。它表示阻尼设备的弹性柔度，包括流体柱和连接机构。保证阻尼项在小速度时不产生不符合实际的过大阻尼力 (对总体结构行为有非常显著影响)。

用户可能误认为可引入较大刚度值  $k$  表示“纯”阻尼，但这将导致偏于不保守及不符合实际的行为。最好从设备生产厂家获得弹性柔度的实际值，或者从工程师的角度估一个值。更多信息参见《SAP2000 分析校验手册》，其中 SAP2000 的结果和试验的结果进行了对比。

若期望纯阻尼行为，弹簧的效果可通过使其足够刚性来忽略。弹簧刚度应足够大，以致弹簧—阻尼器的特征时间，如此给出  $\tau = c/k$  (当  $\text{cexp} = 1$ )，为一个小于加载步大小的量。加载步大小为荷载在其变换的时间间隔。刚度不应为很大，否则将导致数值敏感性。

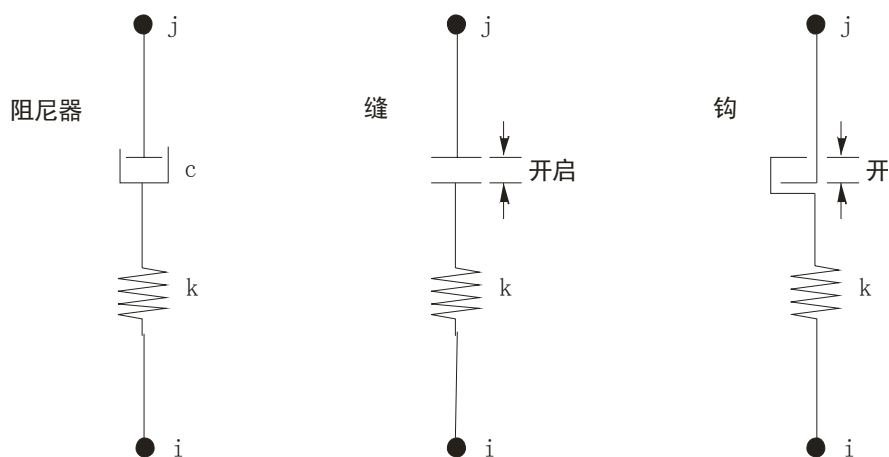


图 56 非线性粘滞阻尼，缝，钩 属性类型，显示轴向变形



## 缝属性

对于每一个变形自由度，用户可指定独立的缝（“只压”）属性。见图 52（176 页）。

所有内部变形是独立的。一个缝的开启或关闭不影响其它变形行为。

若用户不对一个自由度指定非线性属性，则使用有效刚度（可能为 0）的此自由度是线性的。

非线性力—变形关系如下给定：

$$f = \begin{cases} k(d + \text{open}) & \text{如果 } d + \text{open} < 0 \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

其中  $k$  为弹簧常数，且  $\text{open}$  为初始缝开启，其必须为零或正值。

## 钩属性

对于每一个变形自由度，用户可指定独立钩（“只拉”）属性。见图 56（的 176 页）

所有内部变形是独立的。一个缝的开启或关闭不影响其它变形行为。

若用户不对一个自由度指定非线性属性，则使用有效刚度（可能为零）的此自由度是线性的。

非线性力—变形关系如下给定：

$$f = \begin{cases} k(d - \text{open}) & \text{如果 } d - \text{open} < 0 \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

其中  $k$  为弹簧常数，且  $\text{open}$  为初始缝开启，其必须为零或正值。

## 多段线弹性连接属性

对于每一个变形自由度，用户可指定多段线弹性属性。

所有内部变形是独立的。一个缝的开启或关闭不影响其它变形行为。若用户不对一个自由度指定非线性属性，则使用有效刚度（可能为零）的此自由度是线性的。

非线性属性用一个多段线弹性曲线来给定，用户对此曲线定义一组点。此曲线可有任意形状，有以下的限制：

- 一个点必须为原点（0，0）
- 至少定义一个有正变形的点，和一个有负变形的点
- 对于指定点的变形必须是单值增加的，没有相等的两值
- 力（弯矩）可为任意值

由在正变形轴上的最后两点定义的斜率被外推至无限正变形。类似的，由在负变形轴上的最后两点定义的斜率被外推至无限负变形。

行为是非线性的，然而却是弹性的。这意味着单元加载和卸载沿着相同的曲线，且没有能量消散。

## Wen 塑性属性

对于每一个变形自由度，用户可指定独立的同轴塑性属性。塑性模型是基于由Wen（1976）提出的滞后行为。见图 53。

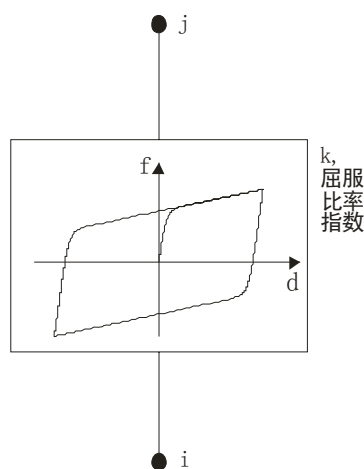


图 57 对于同轴变形的 Wen 塑性属性

所有内部变形是独立的。在一个自由度的屈服不影响其它变形行为。

若用户不对一个自由度指定非线性属性，则使用有效刚度（可能为零）的此自由度是线性的。

非线性力—变形关系如下：

$$f = \text{ratio } k d + (1 - \text{ratio}) \text{yield } z$$

其中  $k$  为弹性弹簧常数， $\text{yield}$  为屈服力， $\text{ratio}$  为指定的屈服后刚度对弹性刚度 ( $k$ ) 的比值，及  $z$  为一个内部滞后变量。此变量范围为  $|z| \leq 1$ ，其屈服面由  $|z| = 1$  代表。

$$\dot{z} = \frac{k}{\text{yield}} \begin{cases} \dot{d}(1 - |z|^{\text{exp}}) & \text{如果 } \dot{d} z > 0 \\ \dot{d} & \text{否则} \end{cases}$$

其中  $\text{exp}$  为等于或大于 1 的指数。此指数越大，屈服比率越陡，如图所示。实际指数限值大约是 20。公式  $\dot{z}$  等价于 Wen 模型  $A=1$  及  $\alpha=\beta=0.5$ 。

## 多段线性随动硬化（Kinematic）属性

此模型是基于在金属中常见的随动硬化行为。对于每一变形自由度，用户可指定多段线性随动硬化属性。见图 55（第 214 页）。

所有内部变形是独立的，即任一个自由度变形不影响其他自由度的变形。若用户不定义某个自由度非线性属性，则该自由度使用线性有效刚度（可能为零）。

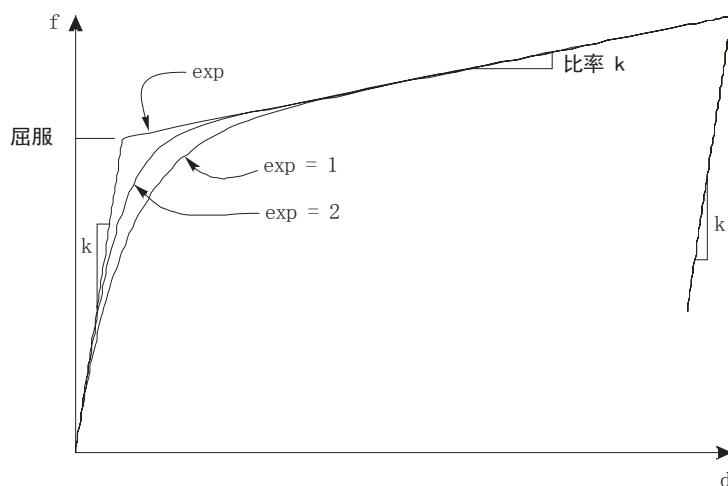


图 58 对于 Wen 塑性属性参数的定义

非线性力—变形关系用一个多段线性曲线来给定，用户定义一组点来确定此曲线。此曲线几乎可有任意形状，但必须遵从以下的限制条件：

- 一个点必须为原点（0，0）
- 至少定义一个正变形的点，和一个负变形的点
- 对于指定点的变形必须是单调增加的，没有相等的两值
- 在一点的力（弯矩）必须和变形同号（可为零）
- 在每一曲线终点的斜率不能为负

由在正变形轴上的最后两点定义的斜率被外推至无限正变形。类似的，由在负变形轴上的最后两点定义的斜率被外推至无限负变形。

给定的曲线定义了简单荷载下的力—变形关系。在原点两侧的第一个斜坡是弹性的；剩余的节段定义了塑性变形。若变形反向，其将在反向沿着塑性变形前的两个弹性节段。

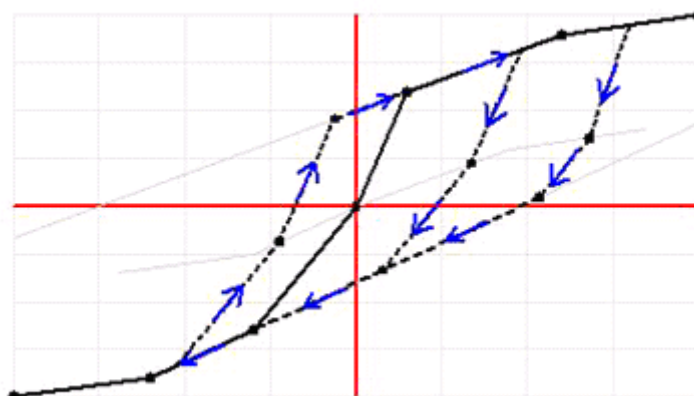


图 59 对于同轴弯曲的多段线性随动硬化属性

显示的为在数值增加的周期性荷载作用下的行为

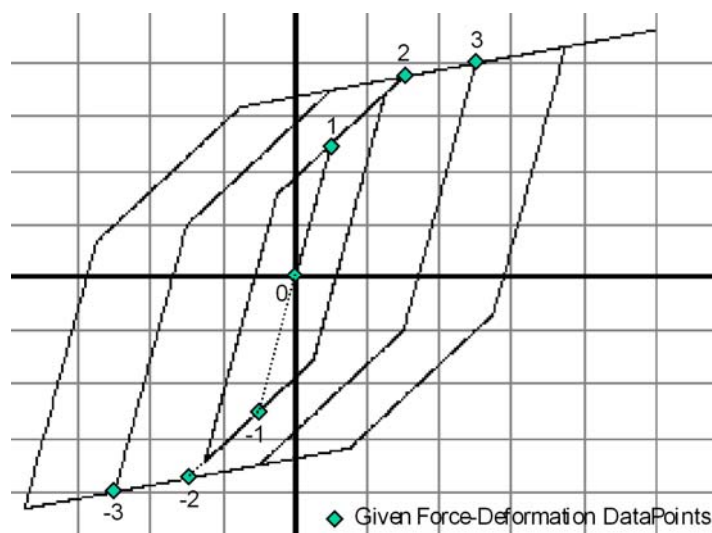


图 60 多段线性随动硬化塑性属性(循环增加荷载作用下的轴向变形)

在随动硬化的准则下，一个方向的塑性变形“拉”其他方向的变形曲线沿塑性变形方向移动。这过程中考虑如下标识的点：

- 原点为 0
- 在正坐标轴的点被标识为 1, 2, 3..., 从原点计起
- 在正坐标轴的点被标识为 -1, -2, -3..., 从原点计起

见图 59 (第 180 页)，原点两侧各定义了 3 个点。此图显示的是单元在循环增加荷载作用下轴向变形行为。

在此例中，首先为弹性加载，从点 0 到点 1。当荷载从点 1 加到点 2 时，发生塑性变形。这由点 1 沿曲线向点 2 的移动体现。点-1 由点 1 拉动到在力和变形方向上有相同数量的位置上。点 0 也和点 1 及-1 一起移动，保持弹性斜率。

当荷载反向时，单元沿着从点 1 至点-1 的移动的弹性直线卸载，然后向点-2 移动。点-2 还未移动，且只在负方向的荷载推动其时才移动，或只在正方向的荷载推动点 2 时才移动，其对于点-2 拉动相同的量。

当荷载再次反向时，点 1 向点 2 推动，然后他们一起向点 3 推动，同时拉动点-1 和-2。此过程在余下的整个过程中延续。在点 3 和点-3 间的斜率保持平滑。

当用户定义多段线性曲线上的点时，用户应明白对称的成对点将被连接，即使是非对称的曲线。这样用户能够对滞回曲线的形状进行一些控制。

### 多段线性 Takeda 塑性属性

这个模型与随动硬化属性非常相似，但是使用了基于 Takeda 模型的滞回环，就像在 Takeda, Soze, 和 Nielsen (1970) 一书中介绍的一样。这一属性定义与动态塑性属性指定也相同。在卸载过程中，当通过水平轴时，卸载曲线沿反向加载路径（Backbone Force Deformation）的切线方向。参见图 57。

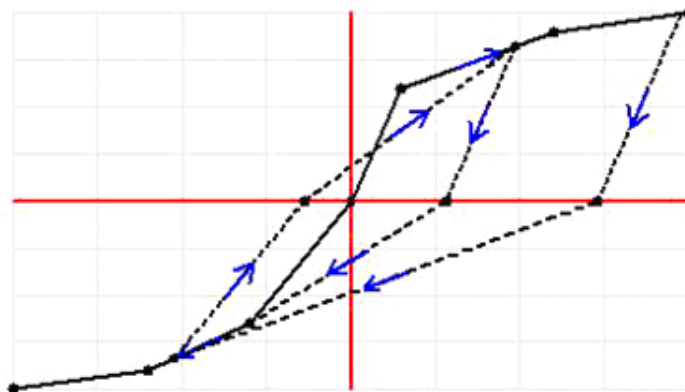


图 61 对于各向同性弯曲的多线性 Takeda 塑性属性

### 多段线性枢纽点(Pivot)滞回塑性属性

这个模型与 Takeda 塑性模型相似，但是具有一个附加参数来控制退化滞回曲线。它尤其适用于钢筋混凝土单元，是基于趋向于在力—变形（或弯矩—转动）平面内指定点、也就是 Pivots 点的卸载和恢复力的观察。这一模型在 Dowell, Seible, 和 Wilson (1998) 中进行了详细说明。

属性指定与随动硬化或 Takeda 塑性相同，下面是附加的几个比例系数：

- $\alpha_1$ , 对应于正荷载卸载到 0 路径上的枢纽点
- $\alpha_2$ , 对应于负荷载卸载到 0 路径上的枢纽点
- $\beta_1$ , 对应于反向加载从 0 到正荷载路径上的枢纽点
- $\beta_2$ , 对应于反向加载从 0 到负荷载路径上的枢纽点
- $\eta$ , 决定了经过塑性变形后弹性斜坡的退化程度。

这些参数在图 62 中进行了说明。

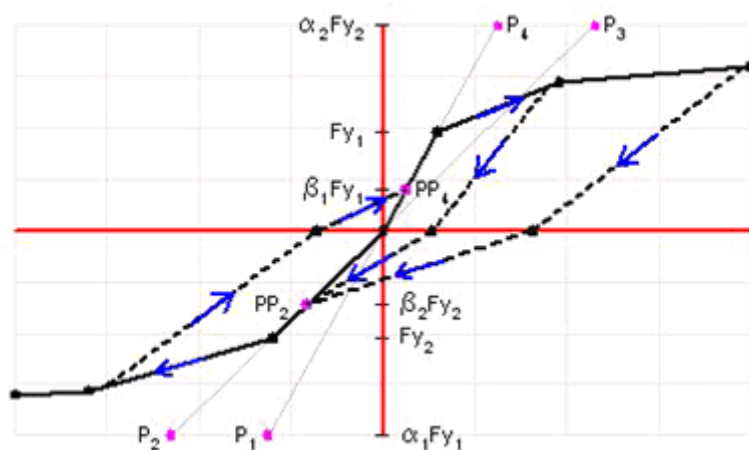


图 62 多段线性枢纽点 (Pivot) 塑性, 对轴向变形

## 滞回（橡胶）隔振属性

这是一个双轴的滞后隔振器，对于两个剪切变形有耦合的塑性属性，且对余下的 4 个变形有线性的有效刚度属性。塑性模型基于 Wen (1976) 和 Park, Wen 和 Ang (1986)

提出的滞后行为，并被 Nagarajaiah, Reinhorn 和 Constantinou (1991) 推荐使用。

对每一个剪切变形自由度，用户可独立的指定线性或非线性的行为。

- 若两个剪切自由度均为非线性，耦合的力—变形关系如下指定：

$$f_{u2} = \text{ratio}_2 k_2 d_{u2} + (1 - \text{ratio}_2) \text{yield}_2 z_2$$

$$f_{u3} = \text{ratio}_3 k_3 d_{u3} + (1 - \text{ratio}_3) \text{yield}_3 z_3$$

其中  $k_2$  和  $k_3$  为弹性弹簧系数， $\text{yield}_2$  和  $\text{yield}_3$  为屈服力， $\text{ratio}_2$  和  $\text{ratio}_3$  为屈服后刚度对弹性刚度 ( $k_2$  和  $k_3$ ) 的比例。这些变量的范围为  $\sqrt{z_2^2 + z_3^2} \leq 1$ ,

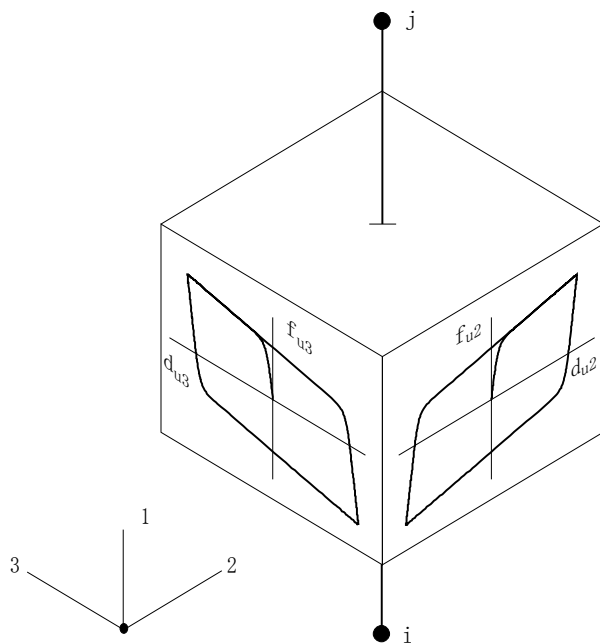


图 63 双轴剪切变形的滞后隔振属性

$\sqrt{z_2^2 + z_3^2} \leq 1$ ，初始和为零。他们的求解根据以下微分公式：

$$\begin{Bmatrix} \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - a_2 z_2^2 & -a_3 z_2 z_3 \\ -a_2 z_2 z_3 & 1 - a_3 z_3^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{k_2}{\text{yield}_2} \dot{d}_{u2} \\ \frac{k_3}{\text{yield}_3} \dot{d}_{u3} \end{Bmatrix}$$

这里

$$a_2 = \begin{cases} 1 & \text{如果 } \dot{d}_{u2} z_2 > 0 \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

$$a_3 = \begin{cases} 1 & \text{如果 } \dot{d}_{u3} z_3 > 0 \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

这些方程和 Park, Wen 和 Ang (1986) 的等同，其中  $A=1$  且  $\beta = \dot{\gamma} = 0.5$

- 若只有剪切自由度为非线性，则对此自由度上面的方程简化为 Plastic1 属性的塑性行为， $\text{exp} = 2$ 。

线性弹簧关系应用于轴向变形、3 个弯矩变形、和任意的没有非线性属性的剪切变形。所有线性自由度使用相应的有效刚度，其值可为零。

## 摩擦摆隔振属性

这是一个双轴摩擦摆，对于两个剪切变形，沿摆滑移面的径向的滑移后刚度，在轴向的缝行为，和对于 3 个弯矩变形的线性有效刚度，具有耦合的摩擦属性。见图 61（第 181 页）。

此单元还可模拟在接触面的缝和摩擦行为，通过设置半径为零表示一个平面。

塑性模型基于 Wen（1976）和 Park, Wen 和 Ang（1986）

提出的滞后行为，并被 Nagarajaiah, Reinhorn 和 Constantinou（1991）推荐使用。摆行为被 Zayas 和 Low（1990）推荐。

摩擦力和摆力直接和单元的轴压力成比例。单元不能承受轴拉力。

## 轴力行为

轴力  $P$  总是非线性的，如下定义：

$$P \equiv f_{u1} = \begin{cases} k_1 d_{u1} & \text{如果 } d_{u1} > 0 \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

否则

为了在单元中产生非线性剪力，刚度  $k_1$  必须时正值，因此力  $P$  必须为负（压）。

可以对轴向自由度附加指定一个阻尼系数  $c_1$ ，此时轴向力为：

$$f_{u1} = P + \begin{cases} c_1 \dot{d}_{u1} & \text{如果 } d_{u1} < 0 \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

阻尼力只有当隔震器受压时才存在。

力  $f_{u1}$  是连接节点单元施加的总的轴力。然而，假设只有刚度轴力作用于承受面并产生抗剪承载力。阻尼力是外部的。

阻尼系数目的是折减可能在某些分析中产生的数值离散（振荡）。可以按下式估计需要达到一定临界阻尼值的速率  $r$  所需要的阻尼系数

$$r = \frac{c_1}{2\sqrt{k_1 m}}$$

这里  $m$  是隔震器的从属质量，可以用自重轴力除以由于重力的加速度来估计。用户需要校核此种方法的适用性。参见 *SAP2000 校验手册* 有关使用此阻尼系数的讨论。

## 剪力行为



对于每个剪切变形自由度，用户可独立的指定线性或非线性行为：

- 若两个剪切自由度为非线性，对于每个剪切变形，摩擦和摆效果平行作用：

$$f_{u2} = f_{u2f} + f_{u2p}$$

$$f_{u3} = f_{u3f} + f_{u3p}$$

摩擦力—变形关系如下定义：

$$f_{u2f} = -P\mu_2 z_2$$

$$f_{u3f} = -P\mu_3 z_3$$

其中  $\mu_2$  和  $\mu_3$  为摩擦系数，且  $z_2$  和  $z_3$  为内部滞后变量。摩擦系数按照下面依赖于速度：

$$\mu_2 = \text{fast}_2 - (\text{fast}_2 - \text{slow}_2)e^{-rv}$$

$$\mu_3 = \text{fast}_3 - (\text{fast}_3 - \text{slow}_3)e^{-rv}$$

其中  $\text{slow}_2$  和  $\text{slow}_3$  为零速度时的摩擦系数。 $\text{fast}_2$  和  $\text{fast}_3$  为在高速时的摩擦系数， $v$  为滑移的合速度：

$$v = \sqrt{\dot{d}_{u2}^2 + \dot{d}_{u3}^2}$$

$r$  为一个有效的反向速度：

$$r = \frac{\text{rate}_2 \dot{d}_{u2}^2 + \text{rate}_3 \dot{d}_{u3}^2}{y^2}$$

且  $\text{rate}_2$  和  $\text{rate}_3$  为反向的特征滑移速度。对于 Teflon-钢介面，摩擦系数一般和滑移速度一起增加（Nagarajaiah, Reinhorn, 和 Constantinou, 1991）。

内部滞后变量的范围为：

$\sqrt{z_2^2 + z_3^2} \leq 1$ ，屈服表面由  $\sqrt{z_2^2 + z_3^2} = 1$  表示。 $z_2$  和  $z_3$  的初始值为零，且他们按下面的微分方程变化：

$$\begin{Bmatrix} \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - a_2 z_2^2 & -a_3 z_2 z_3 \\ -a_2 z_2 z_3 & 1 - a_3 z_3^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{k_2}{P\mu_2} \dot{d}_{u2} \\ \frac{k_3}{P\mu_3} \dot{d}_{u3} \end{Bmatrix}$$

其中， $k_2$  和  $k_3$  为在无滑移时的滑移器的弹性剪切刚度，且这些方程和 Park, Wen 和 Ang (1986) 的相同， $A=1$  且  $\beta = \dot{y} = 0.5$ 。

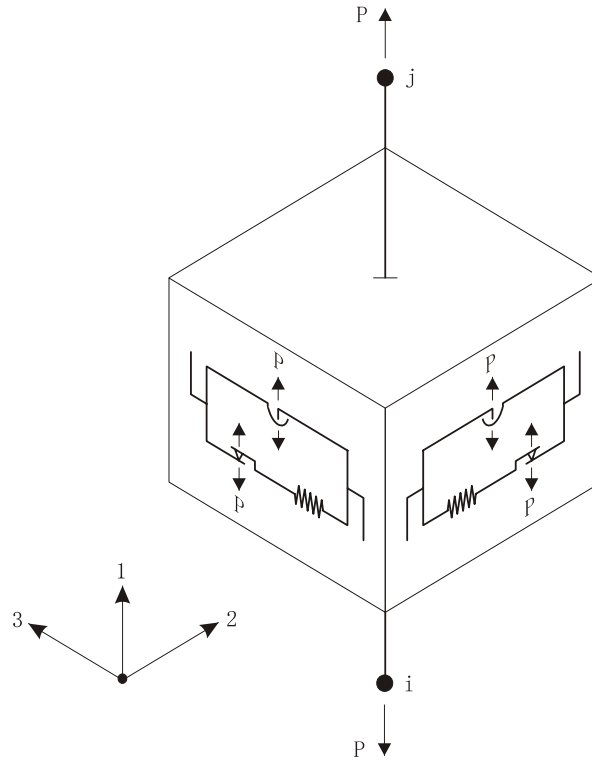


图 64 对于双轴剪切行为的摩擦摆属性,此单元可用于缝-摩擦接触问题

此单元可用于缝—摩擦接触问题

$$a_2 = \begin{cases} 1 & \text{如果 } \dot{d}_{u2}z_2 > 0 \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

$$a_3 = \begin{cases} 1 & \text{如果 } \dot{d}_{u3}z_3 > 0 \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

摩擦模型在所有非零的剪力级别上允许一些滑移；当剪力接近“屈服”值  $P$  时，滑移量变得很大。可以使用较大的弹性剪切刚度来减小在低剪力值的滑移。

摆的力—位移关系如下定义：

$$f_{u2p} = -P \frac{d_{u2}}{\text{radius}_2}$$

$$f_{u3p} = -P \frac{d_{u3}}{\text{radius}_3}$$

零半径代表一个平面，且相应的剪力为零。一般的，在两个剪力方向的半径是相同的（球面），或一个半径为零（圆柱表面）。然而，允许指定不相等的非零半径。

若只有一个剪切自由度为零，则上面的方程简化为：

$$f_f = -P\mu z$$

$$\mu = \text{fast} - (\text{fast} - \text{slow})e^{-\text{rated}\dot{d}}$$

$$\dot{z} = \frac{k}{P\mu} \begin{cases} \dot{d}(1-z^2) & \text{如果 } \dot{dz} > 0 \\ \dot{d} & \text{否则} \end{cases}$$

上面的摆方程对于非线性自由度不变。

## 线性行为

使用线性弹簧关系于 3 个弯曲变形，且于任意没有非线性属性的剪切变形。所有线性自由度使用相应的有效刚度，其值可能为零。对于非线性分析，轴向自由度总为非线性的。

## 双作用摩擦摆隔震器属性

这是一个双轴摩擦摆隔震器，支持拉和压，并在两个剪切方向具有非耦合属性。取决于隔震器受拉或受压，摩擦阻力可以不同。此设备由两个正交的曲线轨迹互锁在一起。用于提供限值上升的隔震，在文献 Roussia 和 Constantinou, 2005 中有细节描述。

## 轴向行为

独立的刚度和缝开口可以对拉和压指定。轴力  $f_{u1}$  总是非线性的

$$f_{u1} = P = \begin{cases} k_{lc}(d_{u1} + \text{openc}) & \text{如果 } (d_{u1} + \text{openc}) < 0 \\ k_{lt}(d_{u1} - \text{opent}) & \text{如果 } (d_{u1} - \text{opent}) > 0 \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

这里  $k_{lc}$  是抗压刚度， $k_{lt}$  是抗拉刚度， $\text{openc}$  是受压缝开口， $\text{opent}$  是受拉缝开口。四个值可以是 0 或正值。

可以对轴向自由度指定附加阻尼系数  $c_1$ ，此时轴力为

$$f_{u1} = P + c_1 \dot{d}_{u1}$$

无论隔震器受拉、受压、开口，阻尼力存在。

力  $f_{u1}$  是单元施加与连接节点上的总轴力。然而假定只有刚度力  $P$  作用于承受面并造成抗剪承载力。阻尼力是外部的。更多关于这种阻尼的使用参见“摩擦摆隔振属性”（第 184 页）。

## 抗剪行为

对每个剪切变形自由度，可以独力指定线性或非线性属性。在两个抗剪方向的行为是非耦合的，尽管他们都取决于同一个轴力  $P$ 。

对每个非线性剪切自由度  $u_2$  和  $u_3$ ，可以独力指定下列参数：

刚度  $k$ ，表示滑动开始前的弹性行为。此值对正或负  $P$  值是一样的。

对受压时不同速率的摩擦系数  $\text{slowc}$  和  $\text{fastc}$ ，对受拉时不同速率的摩擦系数  $\text{slowt}$  和  $\text{fastt}$ 。

分别在压和拉下不同速率下的摩擦系数  $\text{ratec}$  和  $\text{ratet}$ 。他们是特征滑动速率的倒数。对 Teflon 钢材边界，摩擦系数一般随滑动速率增加 (Nagarajaiah, Reinhorn, 和 Constantinou, 1991)。

半径  $\text{radius}$ ，对拉和压是一样的。

在一个剪切方向，使用适当的摩擦参数，考虑到拉或压，剪力  $f$  如下给出：

$$f = f_f + f_p$$

$$f_f = -P\mu z$$

$$\mu = \text{fast} - (\text{fast} - \text{slow})e^{-\text{rate}\dot{d}}$$

$$z = \frac{k}{P\mu} \begin{cases} d(1-z^2) & \text{如果 } \dot{d}z > 0 \\ \dot{d} & \text{否则} \end{cases}$$

$$f_p = P \frac{d}{\text{radius}}$$

这里  $d$  是剪切变形， $z$  是那滞回变量。上面去掉了剪切自由度  $u_2$  或  $u_3$  以及拉压标记表示。

## 线性行为

使用线性弹簧关系于 3 个弯曲变形，且于任意没有非线性属性的剪切变形。所有线性自由度使用相应的有效刚度，其值可能为零。对于非线性分析，轴向自由度总为非线性的。

## 非线性变形荷载

一个非线性变形荷载是一组在结构上的力和（或）弯矩，他们激发连接/支座单元的非线性内部变形。非线性变形是一个已被指定非线性属性的连接/支座的内部变形。

非线性变形荷载用来对 Ritz 向量分析初始荷载向量。他们的目的是，当进行非线性模态时程分析时，产生充足的代表非线性行为的模态。对每一连接/支座单元非线性内部变形，可使用分别的非线性变形荷载。

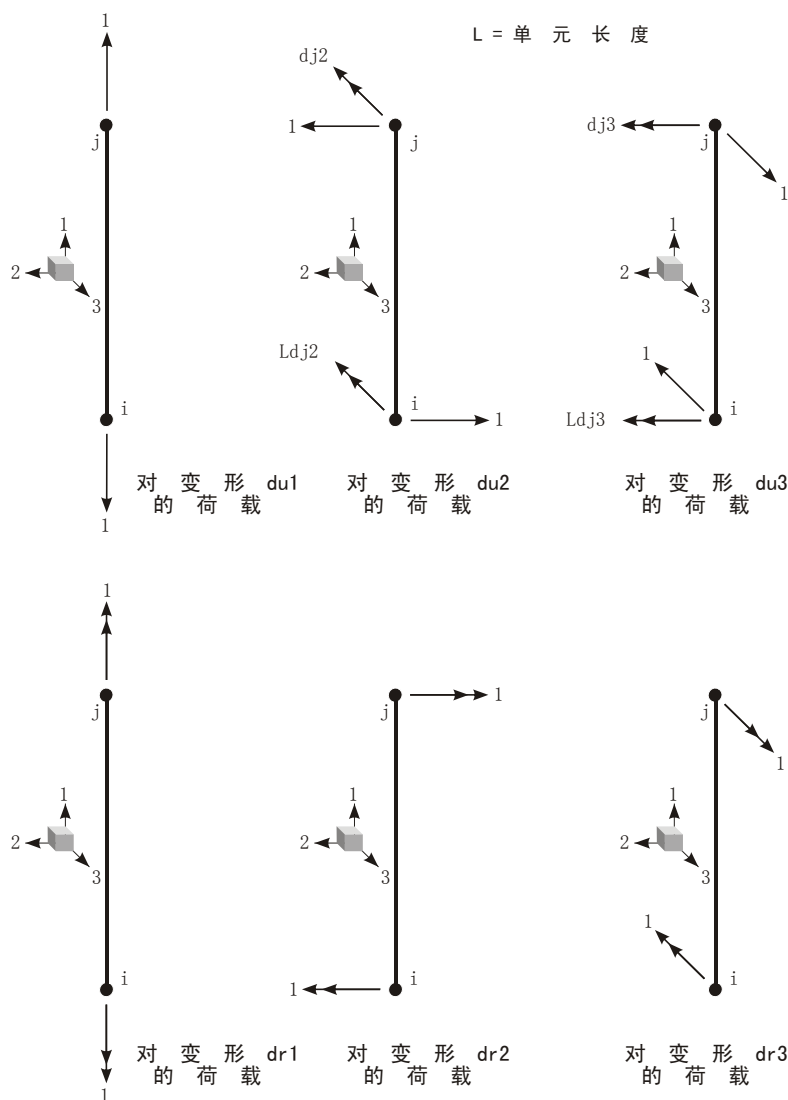


图 65 对于一个两节点单元的内部建立的非线性变形荷载

当要求 Ritz 向量分析时，用户可指定程序使用内部的非线性变形荷载，或用户可定义其自己的荷载模式。对于后者，对于模型中的每一连接/支座单元，用户可能需要最多 6 个此类的荷载模式。

对于单个两节点连接/支座单元，内部的非线性变形荷载图示于图 62（第 182 页）。每一组力和弯矩是自平衡的。这趋向于将荷载效果局部化，一般产生一组较好的 Ritz 向量。对于单个节点单元，只需要作用于节点  $j$  的力和（或）弯矩。

对于每一个作用有从非线性变形荷载产生的力或弯矩的自由度，强烈建议有质量或质量抗弯惯性矩存在。产生适当的 Ritz 向量时需要这些。

更多信息：

- 参见本章“内部变形”主题（第 164 页）。
- 参见本章“非线性连接/支座属性”主题（第 173 页）
- 参见本章“质量”主题（第 171 页）
- 参见主题“第十九章 模态分析”主题“Ritz向量分析”（第 223 页）
- 参见主题“第二十四章 非线性时程分析”主题“非线性模态时程分析(FNA)”（第 275 页）

## 基于频域的连接/支座属性

每个连接/支座属性都具有可以选择的基于频域属性的指定，它是线性和非线性属性设置的补充。基于频域属性只是对频域范围类型分析是有效的，比如稳态分析或功率谱密度分析。

基于频域的属性表现为单元复杂的阻抗。它具有一个表现刚度和惯性影响的实部和一个表现迟滞阻尼影响的虚部。基于单元六个自由度的频域属性可能是耦合或不耦合的，如下给出：

$$\begin{Bmatrix} f_{u1} \\ f_{u2} \\ f_{u3} \\ f_{r1} \\ f_{r2} \\ f_{r3} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{u1} & z_{u1u2} & z_{u1u3} & z_{u1r1} & z_{u1r2} & z_{u1r3} \\ & z_{u2} & z_{u2u3} & z_{u2r1} & z_{u2r2} & z_{u2r3} \\ & & z_{u3} & z_{u3r1} & z_{u3r2} & z_{u3r3} \\ & & & z_{r1} & z_{r1r2} & z_{r1r3} \\ \text{对称} & & & & z_{r2} & z_{r2r3} \\ & & & & & z_{r3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_{u1} \\ d_{u2} \\ d_{u3} \\ d_{r1} \\ d_{r2} \\ d_{r3} \end{Bmatrix}$$

这里  $z_{u1}=k_{u1}+ic_{u1}$  是  $u_1$  自由度的阻抗项，这里  $k_{u1}$  是刚度/惯性分量， $c_{u1}$  是阻尼分量， $i$  是-1 的平方根。其他阻抗项相似。

在公式 4 中，等式左边的力项和等式右边的位移项也是很复杂的。当变量使用正弦函数这些项中，实部表现为 0 度相位角的反应，虚部表现为 90 度相位角的反应。

每个 21 阻抗项可能对于频域是不同的。用户可以定义每个项目作为给定刚度一频率和阻尼一频率上一系列的节点。它是不适用于刚度项为负值的区域。

基于频域的属性通常用途将被应用在支承单元，它代表了刚性地基下土区域的远距离发射阻尼影响。

## 第十六章 钢束对象

**钢束**是一个可以包含在其它对象(框架、壳、板、轴对称实体和实体)中的一种可以实现预应力和张拉应力对这些对象产生影响的特殊类型对象。这些钢束附着在其它对象上并施加以荷载作用。

### 高级主题

- 概述
- 几何属性
- 剖分
- 钢束作为荷载或单元模型
- 连接属性
- 自由度数
- 局部坐标系
- 截面属性
- 非线性属性
- 质量
- 预应力荷载
- 自重荷载
- 温度荷载
- 应变荷载
- 变形荷载
- 目标力荷载
- 内力输出

### 概述

**钢束**是一个可以包含在其它对象(框架、壳、板、轴对称实体和实体)中的一种可以实现预应力和张拉应力对这些对象产生影响的特殊类型对象。这些钢束附着在其它对象上，并且通过他们传递和施加荷载。

用户可以指定钢束是作为分析模型中独立的单元，还是作为模型其它部分的荷载出现。当用户知道由于弹性缩短或和时间延迟影响所带来的预应力损失是多少时，线性分析中钢束模拟为荷载是足够的。

如果用户需要程序计算由于弹性缩短或和时间延迟影响所带来的预应力损失，或者用户想在钢束的考虑非线性属性，亦或用户需要知道由于结构的其它荷载导致的钢束中的内力时，钢束应该使用单元来模拟。

钢束具有与框架单元相似的特性，这可以在本章中进行前后对比。

## 几何属性

用户可以定义任意数量的钢束。每一个钢束可以绘制或指定为两个节点  $i$  和  $j$  间的线对象。两个节点不能空间重合。钢束的两个端点分别由 I 端和 J 端来表示。

钢束可以在两个节点间使用三维空间任意形式的曲线或分段形状，并且可以在这些节点上的端部偏移。

## 剖分

钢束可能是一个具有复杂几何形状的很长的对象，但是为了分析的需求，它将被自动剖分为一些小段。在钢束定义过程中用户必须指定这些离散段的最大长度。这些长度可以影响钢束施加在结构上的荷载和分析结果的精度。用户可以对于高曲率的钢束对象、或钢束所通过的结构具有复杂的几何形及变化的属性时，选择较短长度。如果用户不能确定使用什么样的值，可以测试几种值来观察他们对结果的影响。

## 钢束作为荷载或单元模型

用户可以选择每个钢束在模型中模拟方式：

- 作为结构上的等效荷载
- 作为具有刚度、质量和荷载的独立单元

当用户知道由于弹性缩短和（或）时间延迟影响所带来的预应力损失是多少时，线性分析中钢束模拟为荷载是足够的。

如果用户需要程序计算由于弹性缩短或和时间延迟影响所带来的预应力损失，或者用户想在钢束的考虑非线性属性，亦或用户需要知道由于结构的其它荷载导致的钢束中的内力时，钢束应该使用单元来模拟。剖分后的钢束将在分析中被作为短的、直线段的等效框架单元。

## 连接性

钢束可以与框架、壳、板、轴对称实体和实体等单元连接，并且通过这些连接钢束贯穿单元的长度。这些连接是程序自动完成的。另外，如果钢束的两个节点不包含在该单元中，钢束是通过  $i$  和  $j$  两个节点进行连接的。

为了决定钢束通过的单元，程序使用了**范围限定框**的方法：

- 对于框架单元，范围限定框是通过单元长度和它最大的横截面局部坐标轴 2、3 轴方向的维度所确定的矩形棱柱。
- 对于壳、板和轴对称实体对象，它是由单元四个边和考虑厚度的局部坐标轴 3 轴方向上表面和下表面所限定的六面体。



- 对于实体单元，它是由六个面所限定的体积。

默认情况下，钢束将被检查它与模型中所有单元的连接。用户可以通过指定与钢束可能连接的对象组限制这一点。钢束将不与组以外的任何对象相连。

更多信息参见“第二章 对象和单元”主题“组”。

下面讨论只考虑组中单元来自对象，称为“**边界单元**”

对于钢束模拟为荷载时，如果钢束的任意部分通过一个单元的范围限制框时，荷载将从钢束传递给单元节点，按静力平衡方式。钢束中不在边界单元内部的荷载部分将传递到与边界单元连接最近的节点上。

对于钢束模拟为单元时，任何离散点（例如图片段的端点）在一个单元的范围限制框的内部，该节点可以通过单元的所有节点间的插入节点进行连接。这意味着较大的剖分，钢束就不能与其通过的单元进行实际连接。如果整个钢束的端点位于边界单元之外，将用束缚连接到与边界单元最近的节点。但位于边界单元之外的内部离散点将不连接到任何单元（除了相邻的钢束单元），在这些位置钢束是结构外部的。

## 自由度

钢束对象沿着它的长度方向具有六个自由度。然而，它对结构的影响基于它所连接的单元。当连接到框架和壳单元是，它可以将力和弯矩传递到这些单元的节点上。当连接的是板、轴对称实体和实体单元时，它只是将力传递给节点。

即使钢束作为单元时，它也不会增加结构的附加自由度，原因是它总是包含在包含它的单元之中。例外是当钢束的一部分没有包含在任何其他单元之中时，钢束作为一个钢束外长度。

更多信息：

- 参见“第四章 节点和自由度”主题“自由度”（第 18 页）。

## 局部坐标系统

每个钢束都有自己的局部坐标系统：

- **基于线的局部坐标系**，它对于整个对象是不变的。
- **自然局部坐标系**，它沿着钢束的长度方向是变化的。这些将在后面进行描述。

### 基于线的局部坐标系

钢束基于线的局部坐标系只是用来定义钢束自然局部坐标系统。

基于线的局部坐标系是使用 1、2、3 轴进行定义的。1 轴时被定义为沿着钢束的长度方向并从 I 端指向 J 端。剩下的两个轴位于垂直于 1 轴的平面内，并且一个方向是由用户指定。基于线对象的局部坐标轴系沿着钢束的长度方向是固定的，不考虑钢束的空间轨迹。

基于线的局部坐标轴指定同与之  $i$  和  $j$  节点相连的框架单元局部坐标轴指定，除了钢束具有零端部偏移外，其他方面完全相同。

更多信息：

- 参见“第七章 框架单元”主题“局部坐标系”（第 65 页）。

### 自然局部坐标系

钢束的自然局部坐标系是用来定义截面属性、荷载和内力输出等信息的。这一坐标系是遵循下列基于线局部坐标系进行定义的：

- 1 轴是被定义为沿着钢束的长度方向并从 I 端指向 J 端。
- 2 轴方向是平行于基于线局部坐标系形成的 1-2 平面。
- 3 轴方向是通过 1 和 2 轴方向程序自动计算出来的。

更多信息

- 参见本章中主题“局部坐标系”（193 页）。

### 截面属性

一个**钢束截面**是用来定义一个或更多钢束横截面的材料和几何属性的信息。截面定义与钢束定义相互是独立的，截面需要指定给钢束对象。

横截面的形状始终是圆形的。虽然我们只关心轴向表现，但是截面具有轴向、剪切、弯曲和扭曲属性。

### 材料属性

截面材料属性由预先定义材料引用指定。已经定义好的材料属性需要在选项中定义给截面。钢束使用单轴或各向同性材料，即使所选择的材料可能是各向同性的、也可能是各向异性的。截面所使用的材料属性为：

- 弹性模量  $E_1$ ，针对于轴向刚度和抗弯刚度
- 剪切模量  $G_{12}$ ，针对于扭转刚度和横向剪切刚度
- 热膨胀系数  $\alpha_1$ ，针对于轴向膨胀和热弯应变
- 密度  $m$ ，用于计算单元的质量
- 重度  $w$ ，用于计算单元自重荷载。

材料属性  $E_1$ 、 $G_{12}$ 、 $\alpha_1$  都是通过每个独立的钢束对象材料温度信息获得的，因此不能指定给一个给定的截面。

更多信息：

- 参见“第六章 材料属性”（第 49 页）。

### 几何属性和截面刚度

横截面的形状总是圆形。用户可以指定直径或面积  $A$ 。截面的轴向刚度是通过  $A E_1$  来给出的。

剩下的截面属性将根据圆形程序自动进行计算。这些基于截面刚度的属性给出为：

- 抗弯惯性矩  $I_{33}$ （在 1-2 平面内关于 3 轴弯曲），抗弯惯性矩  $I_{22}$ （在 1-3 平面内关于 2 轴弯曲）。截面的相应的抗弯刚度是通过  $I_{33} E_1$  和  $I_{22} E_1$  给出的。
- 扭转常数  $J$ 。截面的扭转刚度是通过  $J G_{12}$  给出的。对于一个圆形截面，扭转常数是和截面的及惯性矩相同的。
- 抗剪截面  $A_{s2}$  和  $A_{s3}$ ，分别对应 1-2 平面和 1-3 平面的横向剪切面。截面相应的剪切刚度是通过  $A_{s2} G_{12}$  和  $A_{s3} G_{12}$  给出的。

注意尽管计算了六个刚度值，在实际模型中只有轴向刚度有意义。其他项保证稳定性，对模型的行为影响很小。

## 拉/压限值

用户可以指定一个钢束可能出现的最大的拉力和（或）最大的压力。在一般情况下，用户可以通过定义压应力限制为零来定义**无压力**属性。即使对有粘接钢束（可以承受一些压力）并不需要。

如果指定拉限值，必须是零或正值。如果指定一个压限值，必须是零或负值。如果指定拉或压限值为零，钢束将不承受轴力。

拉/压限制属性是弹性的。任何超过拉力限制的轴向扩展和超过压力限制的轴向缩短都将导致零轴向刚度。这些变形将在零刚度下进行弹性变形。

**重要提示！**拉/压限值是非线性的，仅影响作为单元的钢束，而不影响作为荷载的钢束。并且仅在非线性分析中有效。

当非线性属性出现在钢束中时，他们只影响非线性分析。如果没有非线性属性出现，线性分析将从零条件（无应力状态）开始。如果在一个非线性工况结束时存在这一个线性分析，那么线性分析使用的刚度来源于前面使用非线性属性的非线性分析的末尾。

## 塑性铰

用户可以在钢束长度方向上插入任意数量的塑性铰。塑性铰属性和使用在“框架铰属性”一章进行了说明。对于钢束，一般只是用轴向应力铰。

## 质量

在动力分析中，结构的质量将被用来计算内力。当钢束模拟为单元时，钢束的质量将沿着长度方向集中在每一个节点位置。当作为荷载时，模型将不考虑其质量。由于钢束质量一般很小，因此是否考虑其质量并不重要。

钢束的总质量是等与长度方向的质量密度  $m$  乘以横截面的面积  $A$  的积分。

## 预应力荷载

每个钢束将产生作用在结构其它部分的一系列自身等效力和弯矩。用户可以在不同的荷载模式指定不同的预应力荷载。

在一个给定的荷载模式，任何钢束的预应力荷载是通过下面参数进行定义的：

- 损失前钢束中拉力
- 锚固位置，I 端或 J 端，钢束的拉力在这里施加。
- 弯曲系数。这定义了沿着钢束长度方向单位角度的改变（半径）和拉力摩擦损失（由于摩擦），它是从锚固端开始算起。
- 管道每米局部偏差对摩擦的影响系数。这指定了沿着钢束长度方向单位角度的改变（半径）拉力摩擦损失（由于摩擦），它是从锚固端开始算起，是由钢束不完整的直线形状引起的。
- 锚固滑移。这指定了由于锚固端器具的松弛引起的钢束锚固端的滑移长度。

当钢束模拟为荷载时，下面附加的荷载参数将被指定：

- 弹性收缩应力，由于作用钢束荷载引起的单元压应力收缩所引起。
- 徐变应力，由于作用钢束荷载单元的徐变压应力引起。
- 收缩应力，由于作用钢束荷载单元的压应力收缩引起。
- 钢束松弛应力，由于钢束自身的拉应力松弛应变引起。

对于钢束模拟为单元时，弹性收缩应力是由程序自动计算的；基于时间的徐变应力、收缩应力和松弛应力可以通过基于时间的施工顺序加载工况来进行计算。

更多信息：

- 参见“第二十三章 非线性静力分析”主题“阶段施工”（267 页）。

拉力和所有损失转换为等价的分布和集中力沿钢束长度作用。可以在图形截面或表格中显示。如下应用的模型中：

- 对钢束模拟为荷载，这些力转换到边界单元的节点，如主题“连接性”所述。
- 对钢束模拟为单元，离散钢束单元每侧张力转换为等效应变荷载， $-P/(A \cdot E_1)$ ，这里 P 是扣除损失后的局部拉力，可以沿长度变化。

为了计算复杂的锚固过程，用户可以在不同的荷载模式中指定不同的预应力荷载，并适当进行施加。

## 自重荷载

自重荷载统计了模型中所有单元的自重。对于钢束对象，自重是分散在该单元的长度方向上。自重的数值是等于重度  $w$  乘以横截面面积  $A$ 。

自重荷载一直是竖直向下方向，也就是全局-Z 方向，用户可以通过一个系数放大大自重，它将被使用在结构的所有的单元。

更多信息：

- 参见“第六章 材料属性”主题“重量密度”（第 56 页）主题对重度 $w$ 的解释。
- 参见本章主题“截面属性”（第 194 页）关于截面面积 $A$ 的解释。
- 参见“第十七章 荷载模式”主题“自重荷载”（第 202 页）。

## 重力荷载

重力荷载可以被施加在每个钢束来计算对象的自重。使用重力荷载，自重荷载可以被放大并且施加在任何方向。不同放大系数和方向可以被应用于每个单元。

如果所有的单元都被施加相等的并且相同的向下方向时，使用自重荷载更为简便。

更多信息：

- 参见本章主题“自重荷载”（第 196 页）对于钢束单元自重的解释。
- 参见“第十七章 荷载模式”主题“重力荷载”（第 202 页）。

## 温度荷载

温度荷载可以建立钢束中的温度应变。这个应变是由材料属性中的热膨胀系数和对象的温度变化产生相乘进行计算的。所有指定的温度荷载表示从无应力状态线性分析或从上次非线性分析的温度开始的温度改变。

温度变化是从钢束初始温度到荷载温度的变化值。

对于任何工况，用户可以指定温度变化区域在横截面上是均匀的并产生轴向应变。这个温度变化区域沿单元长度方向可以是均匀的，也可以是从某一个节点开始梯度变化的。

更多信息：

- 参见“第十七章 荷载模式”。

## 应变荷载

轴向应变荷载表示单位长度改变。正应变增加无约束单元的长度，或者在约束单元中造成压力。应变和温度荷载作用类似，区别只是一个比例系数，即温度膨胀系数。

应变荷载沿单元长度是恒定的，或从节点样式给定的节点值间进行线性插值。

更多信息：

- 参见主题“内力输出”（第 198 页）
- 参见“第十七章 荷载模式”（第 199 页）。

## 变形荷载

对应变荷载指定单位长度变形改变，变形荷载为在长度方向的总改变。变形荷载在程序内部转化为应变荷载，这样可以选择何种类型荷载更适合。通过简单分割单元长度，指定的轴向变形转换为轴向应变荷载。计算的应变荷载假定沿单元长度恒定。

更多信息：

- 参见“第十七章 荷载模式”（第 199 页）。

### 目标力荷载

目标力荷载是一个特殊的荷载类型，用户指定一个期望的轴力，变形荷载迭代施加以达到目标力。由于轴力可以沿单元长方向发生改变，用户必须指定期望荷载发生的相对位置。目标力荷载只在非线性静力分析和阶段施工工况起作用。如果指定到其他类型荷载工况，目标力荷载没有任何效果。

与其他类型荷载不同，目标力荷载并不增加。而是由户指定代表着框架单元在荷载工况结束或阶段施工完成后框架单元的轴力的总荷载。用于计算达到目标力的变形可以是正的、负的、或者零，这取决于单元在分析初始阶段的内力。当在一个包含目标力荷载的荷载模式中使用比例系数时，总目标力也会缩放。由于不同的比例系数造成变形增量也会发生改变。

更多信息参见：

- 参见“第十七章 荷载模式”主题“目标力荷载”（第 206 页）
- 参见“第二十三章 非线性静力分析”主题“目标力迭代”（第 271 页）

### 内力输出

**钢束内力**是轴力  $P$ ，由单元截面轴向应力积分而得的力。这些内力是：

- $P$ ，轴力
- $V_2$ ，在 1-2 平面的剪力
- $V_3$ ，在 1-3 平面的剪力
- $T$ ，轴向扭矩
- $M_2$ ，在 1-3 平面（关于 2 轴）的弯矩
- $M_3$ ，在 1-2 平面（关于 3 轴）的弯矩

这些内力和弯矩位于沿钢束单元长度的每一截面，且可作为分析结果的部分进行打印输出。内力是遵循钢束的自然坐标系统进行输出的。在 SAP2000 中，拉总是为正。

**重要提示！** 内力输出只对于钢束模拟为单元时才是有效的。

## 第十七章 荷载模式

**荷载模式**是作用于结构上的按指定方式空间分布的力、位移、温度或其它作用。荷载模式本身不能在结构上产生任何响应。只有在荷载工况中包含了荷载模式，才能得到荷载模式的作用结果。

### 基本主题

- 概述
- 荷载模式、荷载工况、荷载组合
- 定义荷载模式
- 坐标系和荷载分量
- 力荷载
- 约束位移荷载
- 弹簧位移荷载
- 自重荷载
- 跨间集中荷载
- 跨间分布荷载
- 预应力荷载
- 均布荷载
- 加速度荷载

### 高级主题

- 重力荷载
- 面压力荷载
- 孔隙压力荷载
- 温度荷载
- 旋转荷载
- 节点样式

### 概述

荷载模式可以包含下列类型荷载的任意组合：

- 作用于节点的集中力或弯矩
- 节点约束接地端的位移
- 节点弹簧接地端的位移
- 作用于所有单元类型的自重和（或）重力
- 作用于框架单元的集中或分布力与弯矩

- 作用于壳单元的分布力
- 作用于壳、平面、轴对称实体、实体单元的面压力
- 作用于平面、轴对称实体、实体单元的孔隙压力
- 作用于框架、壳、平面、轴对称实体、实体单元的热膨胀
- 作用于框架、壳、平面、轴对称实体、实体单元的预应力索的预应力荷载
- 作用于轴对称实体单元的离心力

为方便操作，最好将一个荷载类型定义为一个荷载模式，然后用荷载工况和组合来生成更复杂的荷载组合。

## 荷载模式、荷载工况、荷载组合

**荷载模式**是作用于结构上的按指定方式空间分布的力、位移、温度或其他作用。荷载模式本身不能在结构上产生任何响应。

只有在**荷载工况**中应用荷载模式，才能得到作用结果。荷载工况定义了荷载模式的作用方式（如：静力或动力）、结构的响应方式（如：线性或非线性）和分析的方法（如：模态分析法或直接积分法）。荷载工况可以是一个荷载模式或荷载的组合。

通过定义**荷载组合**（也称为**组合**），可以在分析完成之后将荷载工况的结果进行组合。组合是不同荷载工况的结果的总和和（或）包络。对于线性问题，算术求和型的组合有意义；对于非线性问题，最好将荷载在荷载工况中进行组合，然后只用组合来计算包络值。

当打印、绘制、显示结构对荷载的响应时，用户可以调用荷载工况和组合的结果，而不能直接调用荷载模式的结果。

进行设计时，只能用组合的结果。设计时，将自动生成组合，用户也可自行定义组合。如需要，用户可以定义只包括一种荷载工况的组合。

更多信息：

- 参见“第十八章 荷载工况”（第 209 页）。
- 参见“第十八章 荷载工况”主题“荷载组合”（第 215 页）。

## 定义荷载模式

用户可以定义任意多种的荷载模式，工况的名称由用户定义，各工况名不能相同。在各工况中，可以对任意多的节点或单元施加任意多种不同类型的荷载。

每一种工况具有一个设计类型，如恒载(DEAD)、风载(WIND)或地震荷载(QUAKE)。这确定了施加荷载的类型，当它应用于一个荷载工况的时候，设计算法知道如何处理荷载。

## 坐标系和荷载分量

某些类型的荷载，例如温度和压力，是与坐标系无关的标量。然而，力和位移是向量，其分量与其所在的坐标系有关。



向量荷载可以在任何固定的坐标系中指定。该固定的坐标系指定为 **csys**，如果 **csys** 为零（默认情况下如此），则用整体坐标系。否则 **csys** 指的是一个替代坐标系。

在一个固定坐标系中，力或平动的 **X**、**Y**、**Z** 分量分别指定为  $u_x$ 、 $u_y$ 、 $u_z$ 。弯矩或扭转的 **X**、**Y**、**Z** 分量分别指定为  $r_x$ 、 $r_y$ 、 $r_z$ 。

大多数向量荷载也可通过节点或单元局部坐标系来指定。与固定坐标系不同，节点或单元局部坐标系可以各不相同。

在一个局部坐标系中，力或平动的 1、2、3 分量分别定义为  $u_1$ 、 $u_2$ 、 $u_3$ ；弯矩或扭转的 1、2、3 分量分别定义为  $r_1$ 、 $r_2$ 、 $r_3$ 。

用户可以自行根据需要对作用于特定节点或单元的每一种类型的荷载各自定义坐标系。程序可以将这些荷载转换到一个单独的坐标系中，然后将他们求和并得到总荷载。

更多信息：

- 参见“第三章 坐标系”（第 7 页）。

## 大位移分析的影响

在大位移分析中，所有指定在节点或单元局部坐标系的荷载将会关于节点或单元进行旋转。在分析过程中，所有指定到固定坐标系的荷载不会改变方向。

对于线性分析且分析只考虑 **P-Δ** 几何非线性，在分析过程中，荷载的方向不会改变。

更多信息：

- 参见“第二十二章 几何非线性”（第 247 页）。

## 力荷载

力荷载施加集中力和弯矩到节点上。用户可以在任意一个固定坐标系 **csys** 中指定其分量  $u_x$ 、 $u_y$ 、 $u_z$ 、 $r_x$ 、 $r_y$ 、 $r_z$ ；在节点局部坐标系中指定其分量  $u_1$ 、 $u_2$ 、 $u_3$ 、 $r_1$ 、 $r_2$ 、 $r_3$ 。当转换到节点坐标系后，力的值可以叠加。

更多信息：

- 参见“第四章 节点和自由度”主题“力荷载”（第 27 页）。

## 约束位移荷载

约束位移荷载在节点受约束的自由度上施加指定的地面位移（平动或转动）。用户可以在任意一个固定坐标系 **csys** 中指定其分量  $u_x$ 、 $u_y$ 、 $u_z$ 、 $r_x$ 、 $r_y$ 、 $r_z$ ，在节点局部坐标系中指定其分量  $u_1$ 、 $u_2$ 、 $u_3$ 、 $r_1$ 、 $r_2$ 、 $r_3$ 。当转换到节点坐标系后，位移的值可以叠加。

更多信息：

- 参见“第四章 节点和自由度”主题“约束位移”（第 28 页）。

## 弹簧位移荷载

弹簧位移荷载在节点弹簧支座的接地端施加指定的位移（平动或转动）。用户可以在任意一个固定坐标系  $csys$  中指定其分量  $u_x$ 、 $u_y$ 、 $u_z$ 、 $r_x$ 、 $r_y$ 、 $r_z$ ，在节点局部坐标系中指定其分量  $u_1$ 、 $u_2$ 、 $u_3$ 、 $r_1$ 、 $r_2$ 、 $r_3$ 。当转换到节点坐标系后，位移的值可以叠加。

更多信息：

- 参见“第四章 节点和自由度”主题“弹簧位移”（第 29 页）。

## 自重荷载

自重荷载激发模型中所有对象的自重。自重荷载总是向下作用的，沿着整体坐标中的  $-Z$  方向。用户可以通过一个比例系数调整作用于整个结构的自重值。当一个构件的自重为零时，将不施加其自重荷载。

更多信息：

- 参见“第三章 坐标系”主题“向上和水平方向”（第 8 页）。
- 参见“第七章 框架单元”主题“自重荷载”（第 83 页）。
- 参见“第九章 索单元”主题“自重荷载”（第 106 页）。
- 参见“第十章 壳单元”主题“自重荷载”（第 128 页）。
- 参见“第十一章 平面单元”主题“自重荷载”（第 137 页）。
- 参见“第十二章 轴对称实体单元”主题“自重荷载”（第 144 页）。
- 参见“第十三章 实体单元”主题“自重荷载”（第 155 页）。
- 参见“第十四章 连接/支座单元——基础篇”主题“自重荷载”（第 171 页）。

## 重力荷载

重力荷载激活框架、壳、平面、轴对称实体、实体、连接/支座单元的自重。对于将要加载的单元，用户可以在任意固定坐标系  $csys$  中定义重力乘数  $u_x$ 、 $u_y$ 、 $u_z$ 。当转换到整体坐标系后，乘数值可以叠加。

每一个构件产生重力荷载，在  $csys$  坐标系中，重力荷载的三个分量等于其自重乘以系数  $u_x$ 、 $u_y$ 、 $u_z$ 。该荷载按比例分配到单元的各个节点上。例如，如果  $u_z = -2$ ，将会有两倍的自重作用于  $csys$  坐标系的负  $z$  方向上。当一个构件的自重为零时，将不施加其重力荷载。

自重荷载和重力荷载之间的区别是：

- 自重荷载在结构各构件的作用程度是均等的，并总在整体坐标系中的  $-Z$  方向。
- 重力荷载对结构中的不同构件可以有不同的作用大小和方向。

两者都是与单独构件的自重成正比。

更多信息：

- 参见“第七章 框架单元”主题“重力荷载”（第 83 页）。
- 参见“第九章 索单元”主题“重力荷载”（第 106 页）。
- 参见“第十章 壳单元”主题“重力荷载”（第 128 页）。

- 参见“第十一章 平面单元”主题“重力荷载”（第 137 页）。
- 参见“第十二章 轴对称实体单元”主题“重力荷载”（第 144 页）。
- 参见“第十三章 实体单元”主题“重力荷载”（第 155 页）。
- 参见“第十四章 连接/支座单元——基础篇”主题“重力荷载”（第 171 页）。

## 跨间集中荷载

跨间集中荷载在框架单元上的任意位置施加集中力和弯矩。用户可以在任意一个固定坐标系  $csys$  中指定其分量  $u_x$ 、 $u_y$ 、 $u_z$ 、 $r_x$ 、 $r_y$ 、 $r_z$ ，在框架单元局部坐标系中指定其分量  $u_1$ 、 $u_2$ 、 $u_3$ 、 $r_1$ 、 $r_2$ 、 $r_3$ 。当转换到框架单元局部坐标系后，力的值可以叠加。

更多信息：

- 参见“第七章 框架单元”主题“跨间集中荷载”主题（第 84 页）。

## 跨间分布荷载

跨间分布荷载在框架单元上的任意位置施加分布力和弯矩。用户可以在任意一个固定坐标系  $csys$  中指定其分量  $u_x$ 、 $u_y$ 、 $u_z$ 、 $r_x$ 、 $r_y$ 、 $r_z$ ，在框架单元局部坐标系中指定其分量  $u_1$ 、 $u_2$ 、 $u_3$ 、 $r_1$ 、 $r_2$ 、 $r_3$ 。当转换到框架单元局部坐标系后，力的值可以叠加。

更多信息：

- 参见“第七章 框架单元”主题“跨间分布荷载”（第 96 页）。
- 参见“第九章 索单元”主题“跨间分布荷载”（第 106 页）。

## 预应力荷载

预应力索是一种特别类型的对象，它可以嵌入到其他对象（框架、壳、平面、轴对称实体和实体单元）的内部，以提供先张和后张预应力。预应力索附着于其他对象并在之上施加荷载。

用户可以指定预应力索是否作为单独的单元在分析中模拟，还是仅仅作为荷载作用于其余部分的结构上。这会影响直接作用到结构之上的荷载类型。

更多信息：

- 参见“第十六章 钢束对象”主题“预应力荷载”（第 196 页）。

## 均布荷载

均布荷载在壳单元的中间面上施加均匀分布的力。用户可以在任意一个固定坐标系  $csys$  中指定其分量  $u_x$ 、 $u_y$ 、 $u_z$ ，在单元局部坐标系中指定其分量  $u_1$ 、 $u_2$ 、 $u_3$ 。当转换到单元局部坐标系后，力的值可以叠加。

更多信息：

- 参见“第十章 壳单元”主题“均布荷载”（第 128 页）。

## 面压力荷载

面压力荷载在壳、平面、轴对称实体、实体单元的任意外表面上施加外部压力。单元的各个面上的荷载是分别指定的。

用户可以指定一个在对象的面上均布的或通过节点模式插值得到的压力  $p$ ，可以方便地通过节点模式得到静水压力分布。压力值可以相互叠加。

更多信息：

- 参见“第十一章 平面单元”主题“表面压力荷载”（第 137 页）。
- 参见“第十二章 轴对称实体单元”主题“表面压力荷载”（第 144 页）。
- 参见“第十三章 实体单元”主题“表面压力荷载”（第 155 页）。
- 参见本章中的“节点样式”主题（第 206 页）。

## 孔隙压力荷载

孔隙压力荷载模拟固体媒质中的流体拖曳和浮力作用，例如水对土壤中的固体的作用。孔隙压力荷载施加于壳、轴对称实体和实体单元。

流体压力的标量值通过单元节点的节点模式得到，并在单元范围内插值。这些压力值可以通过流网分析得到，如图 63（第 204 页）所示。可以容易地通过节点模式得到静水压力分布。压力值可以相互叠加。

作用于单元上的合力是对整个单元内压力分布梯度的积分。该力被分配到对象的各个节点上。力总是由高压区域指向低压区域。

注意：尽管已指定了压力，事实上荷载是由 压力梯度 引起的。因此单元上的均匀分布压力场不会产生荷载。各单元之间的压力差也不会产生荷载。因此，重要的是在结构上孔隙压力场是连续分布的。

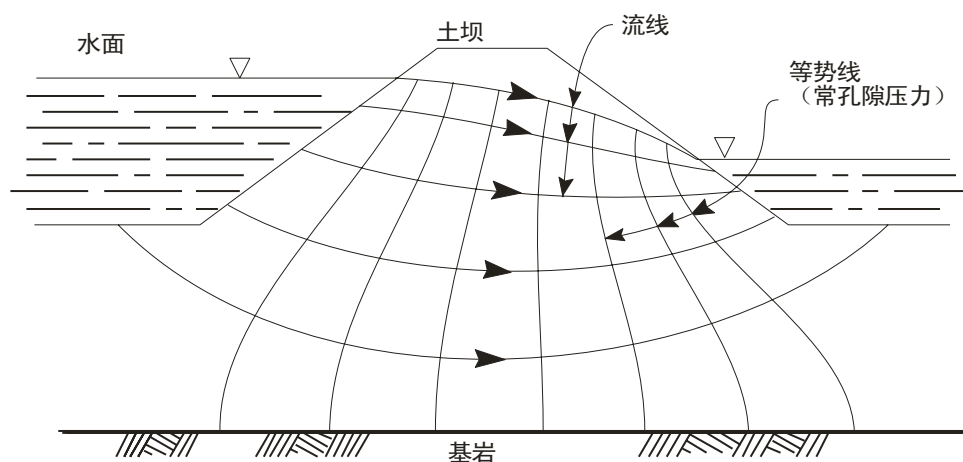


图 66 大坝流网分析获得孔隙压力

孔隙压力荷载产生的位移、应力和反力代表固体介质的响应，而不是流体和固体结构的组合响应。对于土，得到的应力是土力学（Terzaghi 和 Peck, 1967）中提到的“有效应力”。但是注意：土的总重量和质量密度应该用作材料属性。

更多信息：

- 参见“第十一章 平面单元”主题“孔隙压力荷载”（第 138 页）。
- 参见“第十二章 轴对称实体单元”主题“”（第 145 页）。
- 参见“第十三章 实体单元”主题“孔隙压力荷载”（第 156 页）。
- 参见本章主题“节点样式”（第 206 页）。

## 温度荷载

温度荷载在框架、壳、平面、轴对称实体和实体单元中产生热应变。这些热应变是材料热膨胀系数和单元温度变化的乘积。所有定义的温度工况可以代表从无应力状态的线性分析的温度变化，也可以是从以前的温度状态的温度变化的非线性分析。

荷载温度梯度也可以在框架单元的两个横向方向指定，或者在壳单元的厚度方向指定。这些梯度引起单元的弯曲应变。温度梯度的定义是每单位长度的温度线性变化。因此指定不同的温度给一个框架单元或一个壳单元，将把温度给细分沿着相应的截面高度，并且给这个温度梯度荷载一个标记。

各个荷载模式的荷载温度梯度可能不同。用户可以定义温度梯度， $t_2$  和（或） $t_3$ ，该温度值在构件范围内是均布的或者由节点模式来插值。温度梯度可以叠加。温度梯度的值将改变。

更多信息：

- 参见“第七章 框架单元”主题“温度荷载”（第 86 页）。
- 参见“第九章 索单元”主题“温度荷载”（第 107 页）。
- 参见“第十章 壳单元”主题“温度荷载”（第 129 页）。
- 参见“第十一章 平面单元”主题“温度荷载”（第 138 页）。
- 参见“第十二章 轴对称实体单元”主题“温度荷载”（第 145 页）。
- 参见“第十三章 实体单元”主题“温度荷载”（第 156 页）。
- 参见本章主题“节点样式”（第 206 页）。

## 应变荷载

应变荷载导致框架、索、壳、壳、平面和实体单元上产生均布应变。施加的应变荷载使未约束单元产生变形，使约束单元产生内力和应力。不同单元的应变类型也是不同的。

每个应变荷载沿单元长度可以是恒定的或从给定点插值（节点样式）得到。

更多信息：

- 参见“第七章 框架单元”主题“应变荷载”（第 86 页）
- 参见“第九章 索单元”主题“应变和变形荷载”（第 107 页）

- 参见“第七章 框架单元”主题“应变荷载”（第 86 页）
- 参见本章主题“节点样式”（第 206 页）

## 变形荷载

变形荷载是应变荷载的替代形式，通过指定单元总变形而非单位长度的变形。只有框架单元和索单元能够应用变形荷载。假定应变在单元长度上是固定的，不能使用节点样式。

更多信息：

- 参见“第七章 框架单元”主题“变形荷载”（第 89 页）
- 参见“第九章 索单元”主题“应变和变形荷载”（第 107 页）

## 目标力荷载

目标力荷载是一个特殊的荷载类型，用户可以指定一个期望的轴力，变形荷载迭代施加以达到目标力。由于轴力可以沿单元的长度方向发生改变，用户必须指定期望荷载发生的相对位置。目标力荷载只在非线性静力分析和阶段施工工况起作用。对于其他荷载工况，目标力荷载没有任何效果。

与其他类型荷载不同，目标力荷载并不增加。而是由用户指定代表着框架单元在荷载工况结束或阶段施工完成后框架单元的轴力的总荷载。用于计算达到目标力的变形可以是正的、负的、或者零，这取决于单元在分析初始阶段的内力。当在一个包含目标力荷载的荷载模式中使用比例系数时，总目标力也会缩放。由于不同的比例系数造成变形增量也会发生改变。

更多信息：

- 参见“第七章 框架单元”主题“目标力荷载”（第 89 页）
- 参见“第九章 索单元”主题“目标力荷载”（第 107 页）
- 参见“第二十三章 非线性静力分析”主题“目标力迭代”（第 271 页）

## 旋转荷载

旋转荷载为轴对称实体单元施加离心力。用户可以为每一个单元定义一个角速度  $r$ 。离心力与角速度的平方成正比。角速度可以叠加。作用于单元上的荷载由总角速度计算。

更多信息：

- 参见“第十二章 轴对称实体单元”主题“旋转荷载”（第 145 页）。

## 节点样式

节点模式是一个命名的包含一组标量数值的实体，每个数值对应结构上的一个节点。节点模式用来描述结构上压力和温度的变化情况。节点样式可以指定节点的偏移和壳单元的厚度覆盖。

对于描述数值的复杂空间分布，样式非常有效。它的使用是可选择的，对于简单问题并不需要。

因为模式为标量值，所以与坐标系无关。节点模式的定义本身不引起结构响应。模式必须应用到施加于结构的压力或温度的指定中。

对于复杂模式，其值应该由数据表程序或其他方法生成，然后由表格导入或用交互式表格编辑引入模型中。

在交互式用户界面中，模式值可以被指定到所选中的节点上。模式值在给定数据点处值为零，沿指定梯度方向线性分布。提供了一个选项，以允许只定义正值或负值，这对于定义静水压力分布有用处。可以在结构的同一个或不同节点处定义多个线性分布。

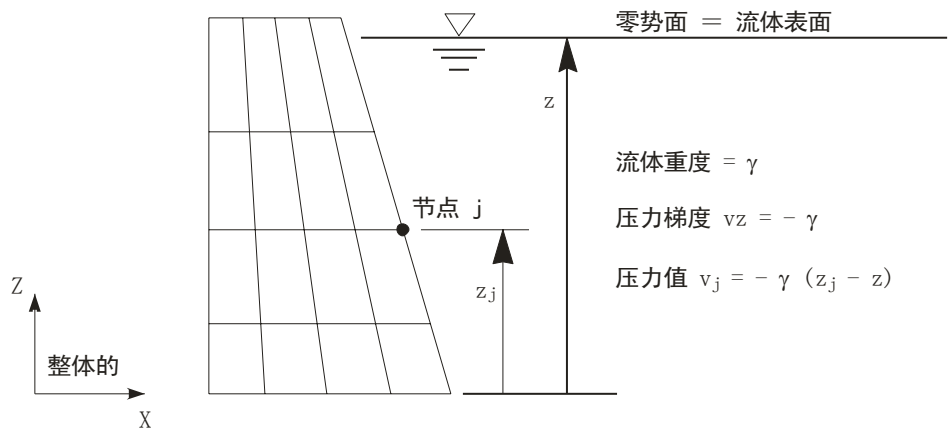


图67 水压力模式的例子

定义模式时，需要如下参数：

- 整体坐标系中的梯度分量， $A$ 、 $B$ 、 $C$
- 整体坐标系原点处的模式值  $D$
- 选择如下之一：
- 负值置零
- 正值置零
- 允许所有的正值和负值（这是默认值）

例如：分量  $A$  表明沿平行于整体坐标轴  $X$  轴方向上节点模式值的单位长度的变化。

对坐标为  $(x, y, z)$  的节点  $j$  定义的模式值  $v$  是：

$$v_j = Ax_j + By_j + Cz_j + D \quad (1)$$

如果已知数值点在整体坐标系中的坐标  $x$ 、 $y$ 、 $z$ ，该处模式值为零（即水的自由表面），那么

$$v_j = A(x_j - x) + B(y_j - y) + C(z_j - z) \quad (2)$$

由上式可以计算出：

$$D = - (Ax + By + Cz) \quad (3)$$

在绝大多数情况下，梯度平行于某个坐标轴，所以只需要式 2 中的一项。

以图 64（第 207 页）中水作用于坝的静水压力分布为例，整体坐标系中的 Z 为向上方向，压力梯度仅由作用于向下方向的流体自重密度产生。因此， $A=0$ ， $B=0$ ， $C=-62.4\text{lb/ft}^3$  或  $-9810\text{ N/m}^3$ 。

零压力数值点可以是水的自由表面上的任意一点。因此  $z$  应该设置为水的自由表面的高度， $D=-Cz$ 。对于静水压力，用户可以定义将负值省略，这样可以将高于自由表面的任意点处的压力值设为零。

## 加速度荷载

除了用户定义的荷载模式，程序自动计算在三个整体方向由单位平动加速度引起的作用于结构的三个加速度荷载和三个单位转动加速度引起的结构三个转动惯量。就像荷载模式一样，加速度荷载可以应用到荷载工况中。

加速度荷载由达朗贝尔 d'Alembert 原理确定，表示为  $m_x$ 、 $m_y$ 、 $m_z$ 、 $m_{rx}$ 、 $m_{ry}$ 、 $m_{rz}$ 。这些荷载用于反应谱(仅是瞬态)和时程工况中施加地面加速度，并可以用作 Ritz 向量分析的初始荷载。

这些荷载对于每一个节点和单元进行计算，并在整个结构中求和。节点的转化加速度荷载等于节点局部坐标系中的节点平动质量的负数。这些荷载可以转换到整体坐标系中。

所有单元（轴对称对象除外）的加速度荷载在各个方向相等，并等于单元质量值的负数。单元的加速度荷载不需要进行坐标转换。转动加速度对于每个轴是不同的。

对于轴对称单元，整体坐标系中与轴向方向对应的加速度荷载等于单元质量的负数，在径向和周向的加速度荷载值等于零，这是因为对应整体方向的平动不是轴对称的。相同的考虑对于转动加速度。

加速度荷载可以转换到任何坐标系中。在一个固定坐标系中（整体或替代坐标系），沿 X、Y、Z 轴正向的加速度分别称为  $U_X$ 、 $U_Y$ 、 $U_Z$ 。相应的绕 X、Y、Z 轴的转动加速度分别称为  $R_X$ 、 $R_Y$ 、 $R_Z$ 。

在定义用作反应谱或时程分析的局部坐标系中，沿局部坐标 1、2、3 轴的加速度荷载分别称为  $U_1$ 、 $U_2$ 、 $U_3$ 。相应的绕 1、2、3 轴的转动加速度分别称为  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$ 。旋转加速度可以施加在结构坐标系的原点，每一个加速度荷载在一个荷载工况中施加可以运用单独的坐标系。



## 第十八章 荷载工况

荷载工况定义了荷载工况的作用方式（如：静力或动力）、结构的反应方式（如：线性、非线性）和分析的方法（如：模态分析法或直接积分法）。

### 基本主题

- 概述
- 荷载工况
- 分析类型
- 分析顺序
- 运行荷载工况
- 线性和非线性荷载工况
- 线性静力分析
- 函数
- 荷载组合

### 高级主题

- 方程求解器
- 线性屈曲分析

### 概述

荷载工况定义了荷载如何施加到结构上，以及结构反应是如何计算的。用户可以定义任意多种命名的荷载工况。分析模型时，用户可以选择运行哪些工况。用户也可以有选择地删除任意的荷载工况的分析结果。

注意：荷载模式自身不能生成任何响应（位移、应力等），用户必须定义荷载工况来施加荷载。

有很多种荷载工况。从最广泛的意义上，分析类型可以划分为线性和非线性，这依赖于结构对荷载的响应方式。

线性分析的结果可以进行叠加，即可以在分析之后相加。线性分析的类型有：

- 静力分析
- 用特征向量或 Ritz 向量求解模态的模态分析
- 求解地震响应的反应谱分析
- 时程动力响应分析
- 屈曲模式分析
- 桥梁车辆活荷载的移动荷载分析

- 谐振稳态分析
- 功率谱密度分析

非线性分析的结果一般不能进行叠加。所有共同作用于结构的荷载应该直接在荷载工况中进行组合。非线性荷载工况可以链接起来实现复杂的加载次序。非线性分析的类型有：

- 非线性静力分析
- 非线性时程分析

命名的组合也可以定义为荷载工况结果的组合。这些结果可以按“加”和（或）“包络”的方式组合。对于非线性分析，相加组合的结果一般是不正确的。

## 荷载工况

执行每一种不同的分析称为一个**荷载工况**。对定义的每一种荷载工况，用户需要提供如下信息：

- **工况名称：**对所有类型的分析，每一种荷载工况有一个不同的名称。这些工况名称用于提取分析的结果（位移、应力等）、生成组合，有时也用于生成其他荷载工况。
- **分析类型：**表明分析的类型（静力、反应谱、屈曲等），以及该类型的选项（线性、非线性等）。
- **施加的荷载：**对于多数分析类型，用户可以指定施加在结构上的荷载模式。有可能需要更多数据，这由所定义的分析类型决定。

## 分析类型

存在多种不同的荷载工况。从最广泛意义上讲，分析类型可以分为线性和非线性，这取决于结构对荷载如何响应。参见本章主题“线性和非线性荷载工况”（第 212 页）。

线性分析的结果可以叠加，即可以在分析之后相加。线性分析的类型有：

- 静力分析
- 模态分析
- 反应谱分析
- 时程分析，模态叠加法和直接积分法
- 屈曲分析
- 移动荷载分析
- 稳态分析
- 功率谱密度分析

非线性分析的结果一般不能进行叠加。所有作用于结构的荷载应该在荷载工况中进行组合。非线性荷载工况可以链接起来以实现复杂加载次序。非线性分析的类型有：

- 非线性静力分析
- 非线性时程分析，模态叠加法和直接积分法

用户定义一个荷载工况之后，可以在任意时候改变其类型。当这样做时，程序会尽可能多地由旧类型传递参数到新类型。不能传递的参数将设置为默认值，用户可以修改。

更多信息：

- 参见本章中的“线性静力分析”主题（第 213 页）。
- 参见本章中的“线性屈曲分析”主题（第 214 页）。
- 参见“第十九章 模态分析”（第 219 页）。
- 参见“第二十章 反应谱分析”（第 231 页）。
- 参见“第二十一章 线性时程分析”（第 239 页）。
- 参见“第二十三章 非线性静力分析”（第 257 页）。
- 参见“第二十四章 非线性时程分析”（第 273 页）。
- 参见“第二十六章 桥梁分析”（第 293 页）。

## 分析顺序

在下列情况，一个荷载工况会依赖于另一个荷载工况：

- 模态叠加类型的荷载工况（反应谱或模态时程）用到由模态荷载工况得到的模态。
- 一个非线性荷载工况从另一个非线性工况结束状态开始。
- 一个线性荷载工况用到一个非线性荷载工况结束时计算的结构刚度。

一个依赖于其他工况的荷载工况称为**从属工况**，它所依赖的工况称为**先决工况**。

程序进行分析时，将总是按照正确的顺序进行，以保证从属工况在其所有的先决工况之后运行。

用户可以建立一个或多个荷载工况顺序，根据用户需要，可简单也可复杂。但是，每一个分析顺序必须由一个可以从零开始的荷载工况开始，不能有任何先决工况。

## 例题

作为一个普通的例子，用如下方式定义了非线性静力荷载工况：

- 名称是“PDELTA”
- 类型是非线性静力
- 施加的荷载为：比例系数为 1.0 的恒载工况（“DEAD”），加上比例系数为 0.25 的活载工况（“LIVE”），用于表示结构所受的典型自重荷载。
- 考虑到的唯一的非线性性能是荷载的  $P-\Delta$  效应。

不必对荷载工况“PDELTA”产生的响应感兴趣，感兴趣的是将用 PDELTA 工况分析结束时生成的刚度来进行一系列的线性分析。对所有感兴趣的荷载模式（恒、活、风、雪等）的线性静力工况、模态荷载工况和反应谱荷载工况，都将用到该刚度。

因为这些工况都由同一个刚度进行计算，他们的结果可以叠加，这使得用户可以很容易地生成基于设计目的、任意数量的组合。

## 运行荷载工况

用户定义结构模型和一个或多个荷载工况之后，必须明确地**运行**荷载工况，以得到用于显示、输出和设计的结果。

荷载工况被运行后，程序将基于对象的模型转换为有限元模型，然后进行计算，以得到结构对荷载工况中所施加荷载的反应。分析结果被存储起来以备后用。

默认情况下，用户每进行一次分析，模型中定义的所有荷载工况都被运行一次。但是，用户可以对此进行修改。对于每一个荷载工况，用户设置一个标志来指定在下次运行分析时是否被执行。这使得用户可以定义所需要的任意多种工况，而不需要每次都全部运行他们。对于有耗时较长的非线性分析的情况，这一点很有益处。

用户选择一个工况进行运行时，程序还会运行所有先决工况，而不管用户是否选中这些先决工况。

用户可以在不删除其他已经运行的荷载工况结果的条件下生成新的荷载工况。用户还可以修改已存在的荷载工况。但是，经修改的工况和其所有的从属工况的结果都将被删除。

程序执行分析时，程序自动确定工况的运行顺序，以保证先决工况在所有从属工况之前运行。如果先决工况没有完成分析，则他们相应的从属工况将不被运行。但是，程序仍将继续运行其他不依赖于未完成荷载工况结果的工况。

用户应检查分析日志文件（LOG）以查看分析中所报告的相关数据、警告和错误信息。用户还可以用交互式用户界面中的分析命令查看已经运行的工况概要，以及这些工况是否成功完成。

在可能的情况下，程序会重新利用先前运行荷载工况时求解得到的刚度矩阵。因此，用户每次运行分析时各工况的顺序可能不同。

更多信息：

- 参见本章的“分析顺序”主题（第 211 页）。

## 线性和非线性荷载工况

每一个荷载工况可以是线性或者非线性的。在 SAP2000 中，两者之间的区别非常明显，如下文所述。

所有的荷载工况类型都可以是线性的。只有静力分析和时程分析可能是非线性的。

### 结构属性

**线性：**结构属性（刚度、阻尼等）在分析中是恒定的。

**非线性：**结构属性可能随时间、变形和荷载而变化。实际发生多大的非线性与用户定义的属性、荷载大小以及用户指定的分析参数有关。

## 初始状态

**线性：**分析从零应力状态开始。它不包括由先前的分析得到的荷载，即使它用到了先前的非线性分析的刚度。

**非线性：**分析可以从一个先前的非线性分析继续，在这种情况下它包括来自于先前分析的所有荷载、变形、应力等。

## 结构响应和叠加

**线性：**所有的位移、应力、反力等直接与施加的荷载的大小成正比。不同线性分析的结果可以进行叠加。

**非线性：**因为结构属性可能发生变化，而且可能有初始非零应力状态，所以响应与荷载可能不成正比。因此，不同的非线性分析的结果一般不能叠加。

## 线性静力分析

结构的线性静力分析涉及到对如下系统的线性方程的求解：

$$\mathbf{KU} = \mathbf{R}$$

$\mathbf{K}$  为刚度矩阵， $\mathbf{R}$  为施加的荷载向量， $\mathbf{U}$  为求出的位移向量。参见 Bathe Wilson (1976)。

用户可以生成任意数量的线性静力荷载工况。对于每种工况，用户可以指定形成荷载向量  $\mathbf{R}$  的一个或多个荷载和（或）加速度荷载的组合。一般情况下，用户应定义一个比例系数为 1 的荷载模式。

用户每定义一个新的荷载模式，程序将自动生成一个对应的同名称的线性静力荷载工况。该荷载工况中施加了系数为 1 的荷载模式。如果用户删除或修改该荷载工况，将得不到分析结果，即使荷载模式仍存在。

对于一个新模型，程序自动生成一个施加结构自重荷载得默认荷载模式，名称为 DEAD。其对应的线性静力荷载工况也被称为 DEAD。

对于每一个线性静力荷载工况，用户可以指定程序采用整个结构在无应力状态下的刚度（默认情况），或者采用非线性荷载工况结束时的结构刚度。采用非线性荷载工况结束时的结构刚度的最常见的原因有：

- 为了包括初始 P- $\Delta$  分析得到的 P- $\Delta$  效应
  - 为了包括索结构的张拉强化效应
  - 为了考虑施工阶段中的部分模型
- 更多信息：
- 参见“第二十三章 非线性静力分析”（第 257 页）。

## 多步静力分析

一些特定的荷载情况是多步的，实际上意味着许多单独的空间荷载按照一定的顺序被应用，他们包括桥的活荷载和波浪荷载。

你可以应用多步静力荷载在一个多步静力荷载工况下。这种分析类型将进行一系列的独立的线性分析，这种荷载模式的每一步为：

$$\mathbf{K}\mathbf{u}_i = \mathbf{r}_i$$

其中  $\mathbf{r}_i$  为第  $i$  步的力， $\mathbf{u}_i$  为力作用下的位移。

你可以指定任意的线性荷载组合在相同的荷载工况下，每一种可以有独立的放大系数，他们将按照如下的方式相加：所有的多步荷载将被同步的，施加相同数量的荷载在相同的时间，所有的单步荷载模式（例如，恒载）在每一步都被施加。

荷载工况的步数将取所有的多步荷载模式中步数最大的。

虽然多步静力荷载模式代表一个时间系列的荷载，但是多部静力分析并不能包括动力效应。你可以将多部静力荷载工况转化为时程荷载工况，可以是线性的也可以是非线性的。

## 线性屈曲分析

线性屈曲分析寻找的是在一组特定荷载下由 P-Δ 效应引起的不稳定模式。屈曲分析涉及到对一般特征值问题的求解：

$$[\mathbf{K} - \lambda\mathbf{G}(\mathbf{R})]\mathbf{\Psi} = \mathbf{0}$$

这里  $\mathbf{K}$  为刚度矩阵， $\mathbf{G}(\mathbf{R})$  为荷载向量  $\mathbf{R}$  作用下的几何（P-Δ）刚度， $\lambda$  为特征值对角矩阵， $\mathbf{\Psi}$  为对应的特征向量（模态）矩阵。

每一个“特征值—特征向量对”称为结构的一个屈曲模式，这些模式按照被程序找到顺序从数字 1 到  $n$  命名。

特征值  $\lambda$  称为屈曲因子。在给定模式中，它必须乘以  $\mathbf{R}$  中的荷载才能引起屈曲。可将它视为安全系数：如果屈曲因子大于 1，给定的荷载必须增大以引起屈曲；如果它小于 1，荷载必须减小以防止屈曲。屈曲因子也可以为负值。这意味着当荷载反向时会发生屈曲。

用户可以生成任意数量的线性屈曲荷载工况。对于每种工况，用户可以指定形成荷载向量  $\mathbf{R}$  的一个或几个荷载模式和（或）加速度荷载的组合。用户还可以定义要找到的模式数量和收敛容差。强烈建议用户寻找超过一个的屈曲模式，因为前几个屈曲模式可能有非常小的屈曲因子。建议最少找到六个模态。

理解基于荷载的屈曲模式是重要的。结构中存在不只一组屈曲模式，这与与自然振动模式一样。用户必须对每一组所关心的荷载清楚地计算其屈曲。

对每一个线性屈曲荷载工况，用户可指定程序采用整个结构在无应力状态下的刚度矩阵（默认情况），或非线性荷载工况结束时的结构刚度。采用非线性荷载工况结束时的结构刚度的原因是：

- 为了包括初始  $P-\Delta$  分析得到的  $P-\Delta$  效应
  - 为了包括索结构的张拉硬化效应
  - 为了考虑施工阶段中的部分模型
- 更多信息：
- 参见“第二十三章 非线性静力分析”（第 257 页）。

## 函数

函数是一系列纵横坐标数据对，用于表示：

- 反应谱分析的伪-谱加速度—周期，或者
- 时程分析的荷载—时间
- 稳态分析的荷载—频率
- 功能谱密度分析的功能密度（每频率的荷载的平方）—频率

用户可以定义任意数量的函数，为每一个指定一个单独的标签。用户可以按比例调整函数所用的横坐标和（或）纵坐标值。

函数横坐标总是时间、周期或频率。必须按横坐标值增大的顺序来指定横—纵坐标对。

如果横坐标值之间的增量为恒定的，而且函数从横坐标零处开始，用户只需要指定横坐标增量  $dt$  和从横坐标零开始的连续函数值（纵坐标）。函数值定义为：

$$f_0, f_1, f_2, \dots, f_n$$

对应的横坐标是：

$$0, dt, 2dt, \dots, ndt$$

这里  $n+1$  为给定数值的个数。

如横坐标增量非恒定或函数不从横坐标零处开始，用户必须定义横坐标和函数值对：

$$t_0, f_0, t_1, f_1, t_2, f_2, \dots, t_n, f_n$$

这里  $n+1$  为给定数值对的个数。

## 荷载组合（组合）

组合是荷载工况结果的命名的组合。组合结果包括节点的所有位移、力和单元的内力或应力。

用户可以定义任意数量的组合，对每一个组合要定义一个不同的名称，而且名称不能与荷载工况名相同。组合可以组合荷载工况和其他组合的结果，循环的组合不能定义。

对每一个响应量或者组合，每个组合产生一对数值：最大值和最小值。对某些类型的组合，这两个值可能相同，如下所述。

### 起作用的工况

对每个反应量，参与分析的每个荷载工况可以为组合提供一个或两个值：

- 线性静力工况、模态分析或屈曲分析得到的单独模式、多步荷载工况中的单步，以及这些类型结果的加成的组合产生一个单独值。为了定义下述组合，该单独值可以视为两个相同的值。
- 反应谱工况提供两个值：最大值是计算的正值，最小值是最大值的负数。
- 多步荷载工况的包络结果提供两个值：最大值和最小值。
- 对移动荷载模式，这些值是分析参数允许的的车道上车辆荷载产生的最大和最小值。对某些类型的组合，两个值都会被用到。对其他类型的组合，只用的较大的绝对值。

每一个参与的荷载工况在计入组合时首先要乘以比例系数  $sf$ 。

### 组合的类型

有五种类型的组合。对于每个单独的响应量（力、应力或位移分量），这两个组合值按如下方式计算：

- 叠加型：组合的最大值是各个参与工况最大值的算术线性组合。同样地，组合的最小值是各个参与工况最小值的算术线性组合。
- 绝对值型：组合的最大值是各个参与工况绝对值的大值之和。组合的最小值是组合的最大值的负数。
- SRSS 型：组合的最大值为各个参与工况绝对值的大值的平方和的平方根。组合的最小值是组合的最大值的负数。
- 同符号组合：组合的最大值为每一个参与工况的正最大值的和（负的最大值将不被考虑），相应的组合最小值为每一个参与工况负的最小值之和（正的最小值将不被考虑）。
- 包络型：组合的最大值是各个参与工况最大值中的最大值。同样地，组合的最小值是各个参与工况的最小值中的最小值。

只有单值荷载工况的叠加型组合可以产生单值的结果，即：最大值和最小值相等。所有其他组合都将产生不同的最大值和最小值。

### 例子

例如：某特定节点的比例化之后的节点位移值，在线性静力工况 LL 下为 3.5，在反应谱工况 QUAKE 下为 2.0。假定这两个工况包括在叠加型组合 COMB1 和包络型组合 COMB2 中。该节点的位移结果计算如下：

- COMB1：最大值为  $3.5+2.0=5.5$ ，最小值为  $3.5-2.0=1.5$ 。
- COMB2：最大值为  $\max(3.5, 2.0)=3.5$ ，最小值为  $\min(3.5, -2.0)=-2.0$



再例如：假定线性静力工况 GRAV、WINDX 和 WINDY 为重力荷载和两个相互垂直的横向风荷载。而且运行了一个名称为 EQ 的反应谱分析。可以定义如下四个组合：

- WIND：两个风荷载 WINDX、WINDY 的 SRSS 类型组合。每个响应量生成的最大和最小值的绝对值相等，互为相反数。
- GRAVEQ：重力荷载 GRAV 和反应谱结果 EQ 的叠加型组合。该组合自动考虑地震荷载的正向和负向。
- GRAVWIN：重力荷载 GRAV 和风荷载组合 WIND 的叠加型组合。风荷载组合 WIND 已经考虑了荷载的正向和负向。
- SEVERE：产生两个叠加型组合 GRAVEQ 和 GRAVWIN 的最不利情况的包络型组合。假定某框架单元中比例化后在工况 GRAV、WINDX、WINDY 和 EQ 下的轴力分别为 10、5、3 和 7。对上述组合可得下列轴力结果：

- WIND：最大值 =  $\sqrt{5^2 + 3^2} = 5.8$ ，最小值 = -5.8
- GRAVEQ：最大值 =  $10 + 7 = 17$ ，最小值 =  $10 - 7 = 3$
- GRAVWIN：最大值 =  $10 + 5.8 = 15.8$ ，最小值 =  $10 - 5.8 = 4.2$
- SEVERE：最大值 =  $\max(17, 15.8) = 17$ ，最小值 =  $\min(3, 4.2) = 3$

同符号组合对移动荷载非常有效，例如，假设你有一个四跨的连续梁，你想知道单位荷载作用在什么位置将产生最大的反应：

- 定义四个单位荷载的工况，每一种作用在单独的每一跨。
- 定义相应的四种荷载工况，每一中分析一个单独的荷载模式。
- 定义一个影响线荷载组合，来组合四种分析的结果。这种荷载组合的效果，就是取任意一跨的荷载，任意两跨的荷载，任意三跨的荷载和四跨的荷载相加。影响线荷载组合可以加或者包络其他荷载或者组合。

由此可知，在组合不同的荷载工况的结果时，采用关于组合的组合提供了相当强的功能和相当大的灵活性。

## 注意事项

移动荷载模式通常不能相加，以避免多个加荷车道。移动荷载的叠加型组合只能在移动荷载内部定义。因此，建议在任何叠加型、绝对值型或 SRSS 型组合中，只包括一个移动荷载，而不管它是作为一个移动荷载直接引入还是通过另一个组合间接引入的。多个移动荷载可以包括在包络型组合中，既然他们不彼此相加。

非线性荷载工况通常不能相加在一起，因为非线性结果通常不能进行叠加。相反地，用户需要在非线性荷载工况中组合施加的荷载，以正确分析其组合效应。这可能需要定义很多种荷载工况而非组合。非线性荷载工况可以包括在任何包络型组合中，因为他们之间不进行叠加。

当组合用于设计时，处理的方法与这里介绍的用于输出目的的方法有所不同。例如，在一定情况下，时程中的每一步都需要考虑。类似地，移动荷载模式下同一位置对应的反应量在设计时会被用到。更多信息参见《ETABS 钢结构设计手册》和《ETABS 混凝土结构设计手册》。

## 方程求解器

一些 CSI 程序的版本包括可以使用高级方程求解器的选项。对于大型问题的求解，这些求解器比标准的求解器要快一倍或者两倍，并且占用少量的硬盘空间。

因为这两个求解器运用了不同的数值方法标准，由于数值方法的原因，对于一些敏感的问题两种求解器的计算结果有可能有稍微的差别。对于特别敏感的问题，比如非线性，时程相关的问题，这种差别将更明显。

所有的验证的例子都用两种求解器运行和检查了，在验证手册中对比结果是使用标准求解器做的。

高级求解器的技术所有权归CSI，他运用了一部分TAUCS求解器系列的代码。想得到更多的版权说明信息请参看 第二十七章 参考文献（第 319 页）。

## 得到集成后的刚度和质量矩阵

当你运用高级求解器时，你将被要求给出集成后刚度和质量矩阵文本文件。这个矩阵将被得到从一个单独的线性，模态，或者屈曲荷载工况中。为了得到非线性分析的刚度和质量矩阵，可以定义一个线性工况，使用从想要得到的非线性工况的最后状态的刚度和质量矩阵。

集成的刚度和质量矩阵在 5 个文件中被提供，它们和模型的文件名相同，具有下面的 5 种扩展名：

- **Extension.TXA**：这个文件中包括模型中的节点数和方程，并且描述了其他四个文件的各式和内容。
- **Extension.TXE**：这个文件给出了每一个节点的每一个自由度的方程数目，方程数目对于能起作用的自由度在刚度和质量矩阵中是有效的，对于约束的自由度是无效的，这样将计算对于线性的叠加对于有效的自由度，赋予 0 对于约束的和空自由度。
- **Extension.TXC**：这个文件中给出了定义的约束方程。
- **Extension.TXK**：这个文件给出了对称的半刚度矩阵。
- **Extension.TXM**：这个文件给出了对称的一半质量矩阵。

最后的这四个文件每一个都是从“**Note:**”开始。并且定义了数据表格，下面的数据提供了数据的边界，使其容易复制到其他文件编辑器中进行编辑。

## 第十九章 模态分析

模态分析用于确定结构的模态。这些模态对于理解结构的性能是很有帮助的。他们还是反应谱和模态时程荷载工况中的模态叠加的基础。

### 基本主题

- 概述
- 特征向量分析
- Ritz 向量分析
- 模态分析输出

### 概述

通过生成一个荷载工况并将其类型设置为“Modal”，即可定义一个模态分析。用户可以定义多个模态荷载工况，得到多组模态。

定义模态分析时，有两种类型的模态分析可供选择：

- **特征向量**分析确定系统的无阻尼自由振动模态和频率。这些自振模态是理解结构性能很好的工具。
- **Ritz 向量**分析寻求找到由特定荷载激励的模态。在基于模态叠加法的反应谱和时程分析中，Ritz 向量比特征向量提供更好的基础。

用户可以设定特征向量计算时同时计算静力修正模态。在 Ritz 向量中自动包含。静力修正模态对在刚性支座处获得精确反应非常重要。一般建议使用。

模态分析总是线性的。模态荷载工况可以基于整个结构无应力的刚度，或基于非线性荷载工况（非线性静力或非线性直接积分时程分析）结束时的刚度。

通过采用非线性荷载工况结束时的刚度，用户可以求出在  $P-\Delta$  或几何刚化条件、在不同施工阶段、或在大震中出现明显非线性偏移情况下的模态。

更多信息：

- 参见“第十八章 荷载工况”（第 209 页）。

### 特征向量分析

特征向量分析确定系统的无阻尼自由振动的模态和频率。这些自振模态是理解结构性能很好的工具。他们也可以作为反应谱或时程分析的基础，尽管对于这种分析推荐使用 Ritz 向量。

特征向量分析涉及到通用特征值问题的求解：

$$[\mathbf{K} - \Omega^2 \mathbf{M}] \Phi = \mathbf{0}$$

其中  $\mathbf{K}$  为刚度矩阵， $\mathbf{M}$  为对角质量矩阵， $\Omega^2$  是特征值的对角矩阵， $\Phi$  是相应的特征向量（模态）。

每个特征值—特征向量对被称为结构的一个固有模态。程序将找到的模态按数字 1 到  $n$  标定。

特征值是圆频率  $\omega$  的平方（除非使用了频率漂移，如下所示）。模态的圆频率  $f$ 、周期  $T$  与  $\omega$  的关系是：

$$T = \frac{1}{f} \text{ 和 } f = \frac{\omega}{2\pi}$$

用户可以按需要指定要求的模态数、收敛容差、频率范围。这些参数将在下面的子主题中描述。

### 模态数目

用户可以指定需要找到模态的最大和最少个数。

程序计算的模态数不会少于指定的最小模态数，除非模型中的质量自由度数小于指定的最小模态数。

程序不会计算超出最大模态数的模态。该数目包括了要求的所有静力修正模态。当质量自由度小于模态数、所有的参与目标都已满足、或者截断频域内的所有模态都已找到时，程序计算的模态数会少于所要求的模态数。

质量自由度是激活的具有平动质量和转动惯性质量矩的自由度。该质量可以直接指定给节点，也可来自于相连的对象。

只有实际找到了模态，其后的反应谱和模态时程荷载工况才可用。

更多信息：

- 参见“第四章 节点和自由度”主题“自由度”（第 18 页）。

### 频率范围

用户可以定义一个在其中寻找模态的有限的频率范围，需要定义如下参数：

- **偏移：**圆频率范围的中心，称为偏移频率。
- **截止：**圆频域的半径，称为截止频率。

程序只寻找频率  $f$  满足如下方程的模态：

$$|f - \text{shift}| \leq \text{cut}$$

默认  $\text{cut}=0$ ，不限制模态的频率范围。

模态是按照离偏移频率距离增加的顺序被找到的。当到达截止频率时，该寻找过程停止，此时会找到要求的模态个数，或者已达到质量自由度数。

一个稳定的结构会包括所有正的自振频率。进行地震分析和绝大多数其他动力分析时，一般只对低频率感兴趣。因此漂移频率的默认值为零是合适的，这样会计算出结构的低频模态。如果漂移频率不是零，可以进行反应谱和时程分析，但是无法进行静力、移动荷载分析。

如果动力荷载已知为高频，例如由振动机械产生，则取接近荷载频率范围中心的正的漂移频率最为有效。

卸载后不稳定的结构会有零频率的模态。这些模态对应的是支承不充分结构的刚体运动，或者结构中出现了机构。不可能计算这类结构的静力响应。但是，通过采用一个小的负漂移频率，就可以找到结构的低频模态，包括了不稳定模态的零频率。这需要提供一定质量，以被每一个不稳定模态来激发。

在  $P-\Delta$  荷载下结构屈曲会有一些零或负频率的模态。求解方程时，小于偏移频率的频率数目被确定并打印于日志文件中。如果用户采用的是零或负的漂移频率且程序找了一个负频率模态，则将停止分析，因为结果是没有意义的。如果用户采用的是正的漂移频率，程序允许出现负频率，但是，其后的静力和动力分析结果仍是没有意义的。

当采用漂移频率时，刚度矩阵通过减去质量和  $\omega_0^2$  的乘积进行修改，这里  $\omega_0 = 2\pi \text{ shift}$ 。如果漂移频率非常接近结构的自振频率，则解不稳定，会在方程求解时给出警告信息。此时需要采用略有不同的漂移频率重新进行分析。

模态的圆频率  $\omega$  由偏移的特征值  $\mu$  确定

$$\omega = \sqrt{\mu + \omega_0^2}$$

## 自动偏移

作为一个选项，可以使振型求解中自动调整速度和精度。这非常有用对于寻找大量的振型，对于大型的结构，或者有许多相近的振型的结构，这些相近的振型将被很容易的发现。

求解将从要求的偏移频率的中心开始，偏移默认从 0 开始，并且向右偏移（正方向）有时因为需要会调整收敛的比率。

如果没有截断的频率被定义（截断=0），自动偏移将只向右进行，这就意味着从初始偏移振型左边的振型将丢失。这将是问题对于一个稳定的结构初始偏移为 0。

如果截断频率被定义为（截断）0，自动偏移将向右寻找振型直到从偏移值到偏移值+截断所有的振型被发现，然后自动调整将重新返回到初始的偏移值继续向左寻找振型。另外自动偏移不会按照通常的规则从初始位置开始来寻找振型。

### 收敛容差

SAP2000 采用加速子空间迭代算法求解特征值—特征向量对。在求解阶段，程序在每一次迭代后打印近似特征值。当特征向量收敛时，他们将被从子空间中移除并引入新的近似向量。请参看 Wilson 和 Tetsuji（1983）一书，可获得此算法的更多细节。

为了控制求解过程，用户可以指定相对收敛容差 tol，其默认值为  $\text{tol}=10^{-5}$ 。当连续的特征值之间的相对变化小于  $2\text{tol}$  时，对特定模态的迭代将终止。即：

$$\frac{1}{2} \left| \frac{\mu_{i+1} - \mu_i}{\mu_{i+1}} \right| \leq \text{tol}$$

这里  $\mu$  为相对于漂移频率的特征值， $i$  和  $i+1$  表示连续的迭代数量。

在频率漂移为零的正常情况下，只要两个迭代之间的差别较小，则关于收敛的检验近似变为：

$$\left| \frac{T_{i+1} - T_i}{T_{i+1}} \right| \leq \text{tol} \text{ 或者 } \left| \frac{f_{i+1} - f_i}{f_{i+1}} \right| \leq \text{tol}$$

注意：特征向量的误差一般比特征值的误差大。整体坐标系中某模态的力平衡相对误差提供了特征向量误差的衡量方法。该误差可通过采用一个较小的 tol 来减小，代价是要花费更多的计算时间。

### 静力修正模态

*静力修正模态对在刚性支座处获得精确反应非常重要。一般建议使用。*

用户可以为任何加速度荷载或荷载模式指定程序进行静力修正模态计算。静力修正模态是指定荷载不被特征向量所代表部分的静力解。

当作用于加速度荷载时，静力修正模态即为质量丢失模态或残余质量模态。

静力修正模态本身没有明显的意义。他们一般用作在高频荷载下（对高频荷载，结构的响应是静态的）反应谱分析或模态时程分析的部分模态基础。尽管静力修正模态像特征向量一样，有模态和频率（周期），但它并非真正的特征向量。

用户可以指定哪个荷载模式和（或）加速度荷载进行静力修正模态计算。对每一个指定的荷载都计算其静力修正模态，直至被该荷载激活的所有特征向量都已被找到。静力修正模态数不利于荷载工况需要的最大模态数。

例如，考虑  $U_X$  方向的平动加速度荷载  $m_x$ 。定义模态  $n$  的参与系数为：

$$f_{xn} = \boldsymbol{\varphi}_n^T \mathbf{m}_x$$

$U_X$  方向的平动加速度荷载的静力修正荷载即为：

$$\mathbf{m}_{x0} = \mathbf{m}_x - \sum_{n=1}^{n-M} \mathbf{f}_{xn} \boldsymbol{\varphi}_n$$

静力修正模态向量  $\boldsymbol{\varphi}_{x0}$ ，为下式的解：

$$\mathbf{K} \boldsymbol{\varphi}_{x0} = \mathbf{m}_{x0}$$

如果  $\mathbf{m}_{x0}$  被求出为零，则代表  $U_X$  所需的所有模态已找到，且不需要计算残余质量模态。

其他加速度荷载或荷载模式的静力修正模态按类似方法定义。

对于每个静力修正模态给定了一个由标准 Rayleigh 商方法计算得到的频率。和特征向量一样，计算静力修正模态时，这些频率用于反应谱和时程分析。

静力修正模态的应用保证了选定的加速度荷载的静力参与系数为 100%。但是，静力修正模态一般不会产生 100% 的质量参与系数或动力荷载参与系数。只有真实的动力模态（特征向量或 Ritz 向量）可以将这些系数增至 100%。

更多信息

- 参见本章主题“模态分析输出”（第 226 页）。

## Ritz 向量分析

研究表明，对于承受动力荷载的结构，自由振动模态并非是模态叠加法最好的基础。已证明（Wilson, Yuan, 和 Dickens, 1982）：基于一个特定荷载相关的 Ritz 向量集的动力分析，比基于同样数量的自振模态，能得到更精确的结果。相关算法详见 Wilson（1985）一书（注：《结构静力与动力分析》一书中译本已由中国建筑出版社出版）。

Ritz 向量能够产生更精确结果的原因是它是考虑了动力荷载的空间分布而形成的，而直接使用自振模态时忽略了这一重要信息。

而且，Ritz 向量的算法包括了已证实的静力凝聚、Guyan 折减、高模态截断时的静力修正等数字技术的优点。

动力荷载向量的空间分布作为**初始向量荷载**来初始化分析过程。第一个 Ritz 向量是对应于初始荷载向量的静态位移向量，其余的向量由这样的循环关系确定：由先前求得的 Ritz 向量和质量矩阵的乘积作为下次静力求解的荷载向量。每一次静力求解称为一个**一代循环**。

当动力荷载由几个相互独立的空间分布组成时，他们中的每一个都可以作为初始荷载向量来生成一组 Ritz 向量。每一个一代循环产生与初始荷载向量一样多的 Ritz 向量。如果生成的 Ritz 向量是冗余的，或者没有激励任何质量自由度，将从其后的一代循环中删除该 Ritz 向量以及其对应的初始荷载向量。

采用标准特征解技术将生成的 Ritz 向量组正交化，得到了最终一组 Ritz 向量模态。每个 Ritz 向量模态包括一个模态和一个频率。完整的 Ritz 向量模态组可以作为表达结构动力位移的基础。

找到足够数量的 Ritz 向量模态后，其中的一些将与自振模态和频率很接近。但是，一般地，Ritz 向量模态不能像自振模态一样表达结构的内在特性。Ritz 向量模态是基于初始荷载向量的。

用户可以指定需要找到的模态数、用到的初始向量、每个初始向量的一代循环的数量。这些参数将在下列子主题中介绍。

### 模态数

用户可以指定需要模态数量的最大和最小值。

程序不会计算超过指定的最大模态数，程序可能会计算更少的模态，如果质量自由度较少、所有动力参与目标都满足，或者对所有荷载都达到了最大的循环数。

程序不会计算少于指定的最小模态数，除非模型中的质量自由度更少。

质量自由度是任意的活动具有平动质量和转动质量惯性矩的自由度。质量可以使直接指定给节点或来自于相连单元。

实际找到的模态只对后续的反应谱或模态时程分析有效。

更多信息：

- 参见“第四章 节点和自由度”的“自由度”主题。

### 初始荷载向量

用户可以定义任意数量的初始荷载向量。每一个荷载向量可以是如下的一种：

- 全局 X、Y、Z 方向的加速度
- 一种荷载模式
- 内置的非线性变形荷载，见下文。

对于反应谱分析，只需要加速度荷载。对于模态时程分析，每个荷载模式或模态时程分析中的加速度荷载都要有其对应的初始荷载向量。

如果要进行非线性模态时程分析，对每一个独立的非线性变形都需要一个额外的初始荷载向量。用户可以指定程序使用内置的非线性变形荷载，也可为此目的定义自己的荷载模式。



更多信息:

- 参见“第十五章 连接/支座单元——高级篇”主题“非线性变形荷载”（第 188 页）。  
如果用户定义了自己的初始荷载向量，需要对每一个非线性变形进行如下操作：
- 明确地定义一个包括激发期望非线性变形的自平衡力组的荷载模式。
- 将该荷载向量指定为初始荷载向量。  
这些荷载模式的数量等于模型中独立的非线性变形的数量。

如果有几个连接/支座单元共同作用，用户可以使用数量更少的初始荷载向量。例如，假定几个基础隔振的水平方向的运动是通过一个隔板耦合的，则只需要三个作用于隔板的荷载向量：两个相互垂直的水平荷载和一个绕竖直轴的弯矩。可能还需要独立的荷载模式来表示这些隔振器垂向运动或绕水平轴的旋转。

**强烈建议**在每个施加初始荷载向量的自由度处存在质量（或质量惯性矩）。对于加速度荷载这是自动的，因为荷载是由质量引起的。如果一个荷载模式或非线性变形荷载作用于无质量的自由度上，程序将给出警告。这样的初始荷载向量将产生不正确的 Ritz 向量，甚至不能产生 Ritz 向量。

一般地，使用的初始荷载向量越多，就需要越多的 Ritz 向量来覆盖同一个频域范围。因此不建议引入不需要的初始荷载向量。

在每个一代循环中，按照初始荷载向量指定的顺序来寻找 Ritz 向量。在最后一个一代循环中，只找到和要求达到模态数  $n$  一致的 Ritz 向量数。因此，需要首先指定最重要的 Ritz 向量，尤其是当初始荷载向量不比模态总数少很多时。

更多信息:

- 参见“第二十四章 非线性时程分析”主题“非线性模态时程分析(FNA)”（第 275 页）。
- 参见“第十八章 荷载工况”（第 209 页）。

## 一代循环数

用户可以定义一代循环数的最大值 `ncyc`，用于运行每个初始荷载向量。这使得用户可以由一个初始荷载向量得到更多的 Ritz 向量。默认情况下，每个初始荷载向量的一代循环数是不限制的，即直到找到要求的 Ritz 向量总数  $n$ 。

例如，假定要进行两个线性时程分析：

- （1）用荷载模式 DL 和 LL 将重力荷载拟静态地作用于结构上。
- （2）在三个整体方向作用地震荷载。

所要求的初始荷载向量为加速度荷载和荷载模式 DL 和 LL。第一个一代循环生成每个初始荷载向量的静力解。这是第一个时程对于 DL 和 LL 的全部要求，因此对于初始荷载向量要指定 `ncyc=1`。可能需要附加的模态用于表达地震荷载的动力响应，因此对这些初始荷载向量应指定循环为无数量限制。如果要求 12 个模态 ( $n=12$ )，作为初始荷载向量首

先要指定：对于 DL 和 LL 工况将各有一个，对于两个加速度荷载各有三个，对于指定为初始荷载向量的加速度荷载有四个。

对应于非线性变形荷载的初始荷载向量经常只需要有限数量的一代循环。很多这种类型的荷载只在一个很小的局部区域起作用，只激励对典型地震拟静力响应的高频自振模态。如果是这种情况，用户可以为这些初始荷载向量定义  $ncyc=1$  或  $2$ 。如果用户对局部区域的动力响应特别感兴趣，则需要定义更多的循环。

用户必须用自己的工程判断来确定对于每个初始荷载向量所需的 *Ritz* 模态数。没有一个可以应用所有情况的简单准则。

## 模态分析输出

模态的多种属性可作为分析结果。不管用户采用的是特征向量或 *Ritz* 向量分析，相应的信息是统一的，如下文所述。

### 周期和频率

对每个模态，输出下列时间特性：

- 周期  $T$ ，单位为时间
- 圆周频率  $f$ ，单位为单位时间的圆周数，它是  $T$  的倒数。
- 圆频率  $\omega$ ，单位为弧度每单位时间， $\omega=2\pi f$
- 特征值  $\omega^2$ ，单位为弧度每平方单位时间。

### 参与系数

模态参与系数是三个加速度荷载和模态的点积。模态  $n$  对应于全局 X、Y 和 Z 方向的加速度荷载的参与系数为：

$$f_{xn} = \boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{m}_x$$

$$f_{yn} = \boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{m}_y$$

$$f_{zn} = \boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{m}_z$$

这里， $\boldsymbol{\phi}_n$  是模态， $\mathbf{m}_x$ 、 $\mathbf{m}_y$ 、 $\mathbf{m}_z$  是单位加速度荷载。这些系数是由各个加速度引起的作用于模态的一般性荷载。

这些值之所以被称为“系数”，是因为他们与模态和单位加速度相关。根据质量矩阵进行各个模态的归一化，或系数化，可得：

$$\boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{M} \boldsymbol{\phi}_n = 1$$

参与系数的具体值和正负号并不重要。重要的是给定模态的三个系数的相对值。

## 质量参与系数

模态的质量参与系数提供了如何评价某个模态在每个整体方向计算加速度荷载响应的重要性。因此，它对于确定反应谱分析和地震时程分析的精度很有用处。质量参与系数不提供关于其他荷载作用下时程分析的精度信息。

模态  $n$  的对应于全局 X、Y、Z 的加速度荷载的质量参与系数如下式：

$$r_{xn} = \frac{(f_{xn})^2}{M_x}$$

$$r_{yn} = \frac{(f_{yn})^2}{M_y}$$

$$r_{zn} = \frac{(f_{zn})^2}{M_z}$$

这里  $f_{xn}$ 、 $f_{yn}$ 、 $f_{zn}$  是在前面的子主题讨论的参与系数； $M_x$ 、 $M_y$ 、 $M_z$  是作用于 X、Y、Z 向的总的无约束质量。质量参与系数用百分比表示。

所有模态（直至模态  $n$ ）的累积质量参与系数各自的值对模态  $n$  输出。这里提供了一个简单方法来估算对于地面加速度荷载，需要多少模态数才能达到给定水平的精度。

如果结构的所有特征模态都出现了，则三个加速度荷载中的每个质量参与系数都为 100%。但是，这不包括存在轴对称单元或某些约束类型情况，在这些情况中，对称条件会防止某些质量对平动加速度的响应。

## 静力和动力荷载参与系数

静力和动力荷载参与系数提供了如何评价所计算的模态对于表达时程分析响应的满足程度。下列各个空间荷载向量的这两种评估值分别打印到输出文件中：

- 三个单位加速度荷载
- 三个转动加速度荷载
- 模态荷载工况定义中指定的所有荷载模式
- 所有非线性变形荷载，如果他们在模态荷载工况定义中被指定

荷载模式和加速度荷载代表用户能明确地在模态时程分析中定义的空间荷载，而后者代表能够作用于非线性模态时程分析的荷载。荷载参与系数通过百分比表示。

更多信息：

- 参见“第十五章 连接/支座单元——高级篇”主题“非线性变形荷载”（第 188 页）。
- 参见“第十七章 荷载模式”（第 199 页）。
- 参见“第十七章 荷载模式”主题“加速度荷载”（第 208 页）。

- 参见“第二十一章 线性时程分析”主题“模态时程分析”（第 243 页）。
- 参见“第二十四章 非线性时程分析”主题“非线性模态时程分析(FNA)”（第 275 页）

### 静力荷载参与系数

静力荷载参与系数衡量计算的模态表达给定静力荷载响应的优劣程度。该衡量值最初由 Wilson（1997）提出。对应一个给定的空间荷载向量  $\mathbf{p}$ ，第  $n$  个模态的参与系数为：

$$f_n = \boldsymbol{\varphi}_n^T \mathbf{p}$$

这里， $\boldsymbol{\varphi}_n$  是模态  $n$  的模态形状（向量）。该系数是由荷载  $\mathbf{p}$  引起的作用于该模态的广义荷载。注意： $f_n$  就是当  $\mathbf{p}$  为单位加速度荷载之一时的一般参与系数。

该模态的静力荷载参与系数为：

$$r_n^s = \frac{\left(\frac{f_n}{\omega_n}\right)^2}{\mathbf{u}^T \mathbf{p}}$$

这里  $\mathbf{u}$  是  $\mathbf{Ku}=\mathbf{p}$  得到的静力解。该系数给出了在模态  $n$  中包含的总应变能（对特定静力解）的比例。注意：分母也可表示为  $\mathbf{u}^T \mathbf{Ku}$ 。

最后，所有计算模态的静力参与系数的累积和在输出文件中打印为：

$$R^s = \sum_{n=1}^N r_n^s = \frac{\sum_{n=1}^N \left(\frac{\boldsymbol{\varphi}_n^T \mathbf{p}}{\omega_n}\right)^2}{\mathbf{u}^T \mathbf{p}}$$

这里， $N$  为找到的模态数。该值给出了在  $N$  个模态捕捉到的总应变能（对特定静力解）的比例。

当采用拟静力时程分析求解静力解时，对于任何静力荷载和非线性分析时的所有非线性变形荷载， $R^s$  值应接近于 100%。

注意：当采用 Ritz 向量时，对于所有初始荷载向量， $R^s$  值总是 100%。当使用特征向量时，不是这种情况。事实上，如果荷载  $\mathbf{p}$  作用于任何无质量的自由度时，或者如果系统很敏感或病态，即使采用了所有可能的特征向量，也得不到 100% 的静力参与。这时强烈建议使用静态修正或 Ritz 模态。

### 动力荷载参与系数

动力荷载参与系数衡量计算的模态表达给定动力荷载响应的优劣程度。该衡量值是为 SAP2000 而提出的，它是质量参与系数概念的延伸。假定了荷载仅作用于有质量的自由度上。向量  $\mathbf{p}$  的任何部分作用于无质量自由度的不能通过该衡量值来表达，在下面的讨论中被忽略。

对于给定的空间荷载向量  $\mathbf{p}$ ，模态  $n$  的参与系数如下式所示：

$$f_n = \boldsymbol{\varphi}_n^T \mathbf{p}$$

这里， $\boldsymbol{\varphi}_n$  为模态  $n$  的模态形状。注意： $f_n$  就是当  $\mathbf{p}$  为单位加速度荷载之一时的一般参与系数。

该模态的动力参与系数由下式给出：

$$r_n^D = \frac{(f_n)^2}{\mathbf{a}^T \mathbf{p}}$$

这里  $\mathbf{a}$  为由  $\mathbf{M}\mathbf{a}=\mathbf{p}$  得到的加速度。因为  $\mathbf{M}$  为对角阵，加速度  $\mathbf{a}$  很容易计算。在无质量的自由度处， $\mathbf{a}$  和  $\mathbf{p}$  的值被取为零。注意：分母可以表示为  $\mathbf{a}^T \mathbf{M} \mathbf{a}$

最后，所有计算模态的动力参与系数的累积和在输出文件中打印为：

$$R^D = \sum_{n=1}^N r_n^D = \frac{\sum_{n=1}^N \left( \frac{\boldsymbol{\varphi}_n^T \mathbf{p}}{\omega_n} \right)^2}{\mathbf{a}^T \mathbf{p}}$$

这里， $N$  为找到的模态数。当  $\mathbf{p}$  为单位加速度荷载之一时， $r^D$  为一般质量参与系数。 $R^D$  为一般累积质量参与系数。

当  $R^D$  为 100% 时，计算的模态可以准确地表达任何随时间变化的空间荷载  $\mathbf{p}$  的解。如果  $R^D$  小于 100%，解的精度取决于时间函数放大荷载  $\mathbf{p}$  的频谱。一般地， $R^D$  小于 100% 时，将捕捉不到高频反应。

动力荷载参与系数只衡量模态如何捕捉  $\mathbf{p}$  的空间特性，而非其时间的特性。因此， $R^D$  只是一个用于描述是否已计算足够模态的数量。用户仍必须要检查对于不同数量模态的各个动力荷载引起的响应，来确定是否采用了足够的模态。



## 第二十章 反应谱分析

反应谱分析是一个统计类型的分析方法，用于确定在地震作用下可能的结构响应。

### 基本主题

- 概述
- 局部坐标系
- 反应谱曲线
- 模态阻尼
- 模态叠加
- 方向组合
- 反应谱分析输出

### 概述

与结构在地面运动作用下的响应相关的动力平衡方程为：

$$\mathbf{K}\mathbf{u}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) = \mathbf{m}_x\ddot{u}_{gx}(t) + \mathbf{m}_y\ddot{u}_{gy}(t) + \mathbf{m}_z\ddot{u}_{gz}(t)$$

其中  $\mathbf{K}$  为刚度矩阵， $\mathbf{C}$  为比例阻尼矩阵， $\mathbf{M}$  为对角质量阵， $\mathbf{u}$ 、 $\dot{\mathbf{u}}$ 、 $\ddot{\mathbf{u}}$  为相对于地面的相对位移、速度和加速度； $\mathbf{m}_x$ 、 $\mathbf{m}_y$ 、 $\mathbf{m}_z$  是单位加速度荷载， $\ddot{u}_{gx}$ 、 $\ddot{u}_{gy}$ 、 $\ddot{u}_{gz}$  是均匀地面加速度的分量。

反应谱分析寻找的是对这些方程的可能的最大响应，而非整个时程。每个方向上的地面加速度以数字化的反应谱曲线来给出，反应谱曲线是伪谱加速度响应与结构周期的关系曲线。

虽然加速度可以在三个方向上被指定，但是对于每一种响应量来说只会输出一个正值结果。这些响应量包括了位移、力和应力。每个计算结果代表了响应量可能的最大的统计量测。实际的反应预期值在这个正值到其负值区域内变化。

在两个不同的响应量之间没有相关性。对于在地震荷载中不能给出什么时候出现极值，或此时其他响应量为何值。

反应谱分析是通过模态叠加法来完成的（Wilson 和 Button, 1982）。模态可以通过特征值法或 Ritz 向量法来计算。推荐使用 Ritz 向量法，因为对同样数量的模态它可以得到更加精确的结果。用户必须定义一个模态荷载工况来进行计算模态，然后在反应谱工况中引用模态荷载工况。

如果需要并且计算了适当的模态，反应谱可以考虑高频非常刚的相应。当使用特征模态时，用户可以设置计算静态修正向量。此信息在 Ritz 模态对地动加速度自动考虑。在任一种情况下，必须保证在地动非常刚频率以下有足够的动力模态。

可以定义任意数量的反应谱荷载工况。每个工况可以应用不同的加速度谱，并且对结果可以进行不同组合。不同的工况还可以基于其他模态荷载工况计算出的不同模态集合。例如，这使用户可以考虑结构不同施工阶段的响应情况，或者比较特征向量法和 Ritz 向量法的结果。

## 局部坐标系

每一个反应谱都有用来定义地震加速度方向的**反应谱局部坐标系**。这一局部坐标系的轴线分别标为 1、2、3 轴。默认的情况下这些坐标轴分别与整体坐标轴 X、Y、Z 方向一致。

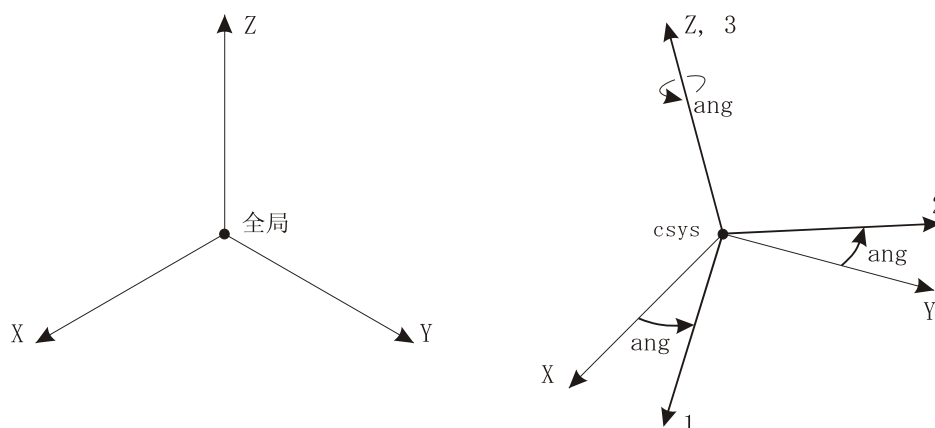


图 68 反应谱局部坐标系定义

用户可以通过以下指定来改变局部坐标系的方向：

- 一个固定局部坐标系 `csys`（默认为零，表明整体坐标系）
- 一个局部坐标系转角 `ang`（默认为零）

局部坐标 3 轴总是和整体坐标 `csys` 的 Z 轴一致。局部坐标轴 1 和 2 在坐标系转角 `ang` 为 0 时将与整体坐标 `csys` 的 X 和 Y 轴相一致。否则，转角 `ang` 是从 X 轴转到局部 1 轴的角度，当 Z 轴正向指向用户时，逆时针为正。参见图 65（第 232 页）。

## 反应谱曲线

指定方向上的反应谱曲线由伪谱加速度响应对结构周期的数字化点来定义。曲线的形状是用指定名称的函数来给出的。这个函数所有横坐标和纵坐标值必须是大于等于零的值。参见图 69（第 233 页）。

如果没有指定函数，将假定对所有周期有一个恒定单位加速度值。



函数一般假定相对重力是正则化的。用户可以定义一个系数  $sf$  来放大反应谱函数的纵坐标（伪谱加速度反应），通常需把以重力加速度形式给出的值转换为与模型其余部分一致的单位。此比例系数具有加速度单位，当改变单位时自动转换单位。

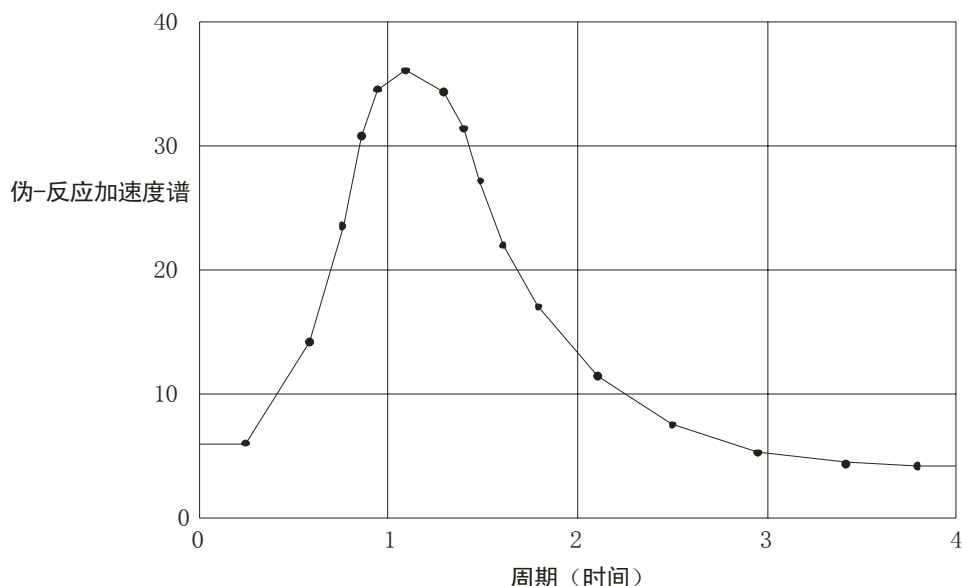


图 69 数字化反应谱曲线

如果反应谱曲线所跨越的周期范围没有覆盖结构模态周期，曲线将通过使用离这一周期最近点的加速度恒值扩展到更大或更小的周期值范围内。

更多信息：

- 参见本章中主题“反应谱曲线”（第 232 页）。

## 阻尼

反应谱曲线的选择应反映出所模拟结构中出现的阻尼。注意阻尼是反应谱曲线本身所固有的。作为荷载工况定义的一部分，用户必须指定阻尼值以便生成反应谱曲线。在分析时，反应谱曲线会自动将这个阻尼值调至模型的实际阻尼。

如果对反应谱函数和反应谱荷载工况都指定了零阻尼，则不进行比例调整。

## 模态阻尼

在反应谱分析时，结构中的阻尼有两个方面的影响：

- 它影响输入反应谱曲线的形状
- 对于反应谱指定的模态组合方式（CQC，GMC），它影响模态间统计耦联的大小。

结构中的阻尼是用非耦合模态阻尼来模拟。每个模态都由一个阻尼比  $d_{amp}$ ，它是临界阻尼的分数表示形式并且必须满足：

$$0 \leq d_{amp} < 1$$

模态阻尼具有三个不同的来源，他们将在以后的内容进行论述。这三个来源的阻尼叠加在一起。程序自动控制这三项之和小于 1。

### 来自荷载工况的模态阻尼

对于每个反应谱荷载工况，用户可以指定模态阻尼比为：

- 对所有模态是恒定值
- 周期或频率的线性插值。用户在一系列频率或周期的点上指定阻尼比，在指定点之间进行线性插值。在指定区域外，阻尼比将与最邻近的指定点值相同。
- 质量和刚度比例。这是模拟用于直接积分的比例阻尼，除了阻尼值不允许超过 1。

另外，用户可以任意指定阻尼覆盖项，他们是用于特定模态的特定阻尼代表值，他们将取代上面方法所确定的阻尼值。很少需要使用阻尼覆盖项。

### 来自材料的复合模态阻尼

已经被指定给材料的模态阻尼比（如果存在），将被自动转化为组合模态阻尼。模态间任何的交叉耦合将被忽略。这些模态阻尼值通常对每个模态都不同，取决于由不同材料构成的单元内每个模态产生的变形大小。

### 来自连接/支座单元的有效阻尼

线性有效阻尼系数（如果存在），已经被指定给连接/支座单元，将被自动转化为模态阻尼。模态间任何的交叉耦合将被忽略。这些有效模态阻尼值通常对于每个模态都不同，取决于每个模态在连接/支座单元内引起的变形的大小。

## 模态组合

对于指定方向上的加速度、最大位移、内力和应力是通过结构每个模态来计算得到。对于给定的加速度方向，使用下述方法，一个给定响应量的模态值可以组合生成一个单的正值结果。响应包含两部分：周期的和刚体的。通过指定代表地震荷载特性的控制频率来控制这两部分的贡献。

此外，可以选择用于计算周期响应的统计方法。如前所述，模态阻尼可以影响模态间的耦合，取决于对周期性模态组合的方法。

### 周期和刚体响应

除绝对值相加（Absolute Sum）方法外，对所有的模态组合方法，对一个给定方向荷载的模态响应包含两部分：周期和刚体。这里的区别是加载属性，不是结构的特性。指定两个频率  $f_1$  和  $f_2$ ，它定义了地面运动的刚性响应内容。他们必须满足  $f_1 \leq f_2$ 。

对结构模态频率小于  $f_1$ （长周期），则响应是完全周期的。对结构模态频率高于  $f_2$ （短周期），响应是刚体的。在频率  $f_1$  和  $f_2$  之间，响应进行插值。见 Gupta（1990）。

频率  $f_1$  和  $f_2$  是地震荷载输入的属性，而不是结构的属征。Gupta 定义  $f_1$  为：

$$f_1 = \frac{S_{A\max}}{2\pi S_{V\max}}$$

这里  $S_{A\max}$  是最大谱加速度， $S_{V\max}$  是考虑的地面运动的最大谱速度。 $f_1$  的默认值是 1。

Gupta 定义  $f_2$  为：

$$f_2 = \frac{1}{3}f_1 + \frac{2}{3}f_r$$

这里  $f_r$  是地震输入的刚性频率，即，超过这个频率谱加速本质上是恒量，并且等于在零周期（无穷大频率）的值。其他的定义  $f_2$  为：

$$f_2 = f_r$$

- 指定  $f_1$  和  $f_2$  时适用下列规则：
- 如果  $f_2=0$ ，不计算刚体响应，所有响应都是周期的，无论  $f_1$  取值如何。
- 否则，必须满足条件：  $0 \leq f_1 \leq f_2$  。
- 指定  $f_1=0$  与指定  $f_1=f_2$  相同

对任何给定响应量（位移、应力、力、等），周期响应  $R_p$  由下面描述的振型组合方法计算。刚体响应  $R_r$  总是计算为下列的代数和（完全耦合），其一为高于  $f_2$  频率的每个模态响应，其二为每个在  $f_1$  和  $f_2$  之间模态响应插值。

- 平方和平方根 SRSS， 由 Gupta（1990）和 NRC（2006）推荐，假设两部分是统计上独立的：

$$R = \sqrt{R_p^2 + R_r^2}$$

- 绝对值求和 Absolute Sum， 为了与过去的方法协调：

$$R = |R_p| + |R_r|$$

- 注意使用 SRSS 或 Absolute Sum 方法组合周期和刚体响应独立于周期振型组合或下面描述的方向组合方法。

## CQC 方法

完全平方根组合是由 Wilson, Der Kiureghian, 和 Bayo(1981)提出的。这种方法是模态组合默认的方法。

CQC 方法考虑了模态阻尼引起的邻近空间模态间的静态耦合。增加模态阻尼值可以增加邻近模态间的耦合。如果所有的模态阻尼均为零，这种方法将变为 SRSS 方法。

## GMC 方法

这个通用的模态组合技术是完全模态组合法，在 Gupta(1990)的公式 3.31 中描述。类似于 CQC 组合法，GMC 组合法考虑了模态阻尼引起的邻近空间模态间的静态耦合，使用了 Rosenblueth 修正系数，强地动持续时间设置为无限。此方法本质上与 CQC 方法一致。

增加模态阻尼值可以增加邻近模态间的耦合。如果对所有模态阻尼都设置为零，此方法降为 SRSS 方法。

### SRSS 方法

这种方法是通过求他们平方和的平方根来对模态进行组合的。这种方法不考虑模态间耦合问题，并且假定所有的模态响应都是静态独立的。模态阻尼不影响结果。

### 绝对值之和方法

这种方法是通过求他们的绝对值之和来对模态进行组合的。本质上所有的模态都被假定是完全相关的。这种方法通常是过分保守的。周期和刚体反应区别在此方法中不考虑。所有模态同等考虑。模态阻尼不影响结果。

### NRC 百分之十方法

NRC 百分之十组合法是由美国原子能委员会 *Regulatory Guide 1.92* 提出的。

这种方法假设了所有模态间是完全正的耦合，他们的频率间相差 10%或更小（相对于较小的那个频率而言）。模态阻尼不影响耦合。

### NRC 双倍和方法

NRC 双倍和组合法是由美国原子能委员会 *Regulatory Guide 1.92* 提出的。

双倍和组合法假定了所有模态间是正的耦合，具有依赖于阻尼（类似于 CQC 和 GMC 组合法）的相关系数，这些相关系数还依赖于地震持续的时间。用户需要用参数 TD 来指定地震持续时间作为荷载工况定义的一部分。

## 方向组合

对于结构中每一个位移、内力和应力量值，模态组合都将对应加速度每个方向生成一个单一的正值结果。对于一个给定的响应量，这些方向值组合生成一个单一的正值结果。使用两种方法组合方向反应平方和平方根 SRSS 和绝对值 Absolute Sum 求和。

### 平方和平方根 SRSS 方法

这种方法通过求平方和的平方根来组合方向结果。

$$R = \sqrt{R_1^2 + R_2^2 + R_3^2}$$

这里  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$  是每个方向的振型组合值。这一方法相对于坐标系来说是不变的，即，当给定的反应谱曲线相同时，结果不依赖所选择的局部坐标。这是方向组合中推荐的方法，也是程序默认的方法。

### 绝对值求和 Absolute Sum 方法

这种方法通过求各个方向的绝对值之和来组合方向结果。可以使用一个比例系数  $d_{\text{irr}}$  在不同方向相关反应间折减。

对简单绝对值求和，指定  $d_{\text{irr}}=1$

$$R = |R_1| + |R_2| + |R_3|$$

这种方法一般偏于过于保守。

指定  $0 < d_{\text{irr}} < 1$ ，通过求他们的比例绝对值之和来组合方向结果。这里，在每个方向上得到此方向响应绝对值与其他方向响应的  $d_{\text{irr}}$  倍之和，在所有方向上取最大值作为方向组合结果。

例如，如果  $d_{\text{irr}}=0.3$ ，对于一个给定的位移、内力或者应力，谱响应  $R$  是：

$$R = \max(\bar{R}_1, \bar{R}_2, \bar{R}_3)$$

这里

$$\bar{R}_1 = R_1 + 0.3(R_2 + R_3)$$

$$\bar{R}_2 = R_2 + 0.3(R_1 + R_3)$$

$$\bar{R}_3 = R_3 + 0.3(R_1 + R_2)$$

并且  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$  是每个方向上模态组合值。

这种方法所求得的结果将根据用户所选用的局部坐标系的不同而不同。使用  $d_{\text{irr}}=0.3$  得到的结果与 SRSS 方法（在每个方向上输入谱相同）具有可比性，但是这个结果可能是 8% 的不保守，或 4% 的过保守，这取决于坐标系。 $d_{\text{irr}}$  的值越大越趋向于保守的结果。

### 反应谱分析输出

可以获得每个反应谱荷载工况的分析结果信息，包括显示、打印、导出到 SAP2000 数据库表。这些特定的信息将在后面主题进行讨论。

### 阻尼和加速度

每个模态每个方向上的模态阻尼和地面加速度都将被给出。

每个模态的阻尼输出值是，荷载工况中指定的阻尼、连接/支座单元（如果存在）中有效阻尼值对模态阻尼的贡献、以及材料属性（如果存在）中指定的复合模态阻尼值之和。

每个模态下的加速度输出值是反应谱曲线放大 **sf** 和 **tf** 倍后在模态周期值位置插值得到的实际值。加速度值总是指向反应谱的局部坐标系。他们通过  $U_1$ 、 $U_2$ 、 $U_3$  的输出来标识。

### 模态放大

反应谱模态放大给出了模态的乘数，他们对每个加速度方向上结构的位移形状有贡献。对于一个给定的模态和给定方向的加速度，这是模态参与系数与反应谱加速度的乘积，再除以该模态的特征值  $\omega^2$ 。

针对反应谱荷载工况，此放大系数乘以任何模态响应量（位移、力、应力 等），得到此模态对相同响应量的贡献，

加速度方向总是参考反应谱分析的局部坐标轴。在输出中用  $U_1$ 、 $U_2$ 、 $U_3$  来表示。

更多信息：

- 参见前面的“阻尼”主题中反应谱加速度定义。
- 参见“第十九章 模态分析”主题“模态分析输出”一节中模态参与系数和特征值定义。

### 底部反力

底部支承反力是支座（约束和弹簧）上的合力与总弯矩（关于整体原点的）以抵抗反应谱作用产生的惯性力。

他们是针对每个单独得模态和每个荷载方向在不进行组合的情况下分别输出。然后，总的反应谱反力将在模态组合和方向组合后输出。

反力和弯矩总是参考反应谱分析的局部坐标系，他们在输出时用  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$ 、 $M_1$ 、 $M_2$ 、 $M_3$  进行标识。

**注意：**精确的基底反力当特征分析包含静态修正模态或使用 **Ritz** 向量时结果最好。当在结构支座除使用较大刚度并且模型敏感或病态时，特别有效。对多有模态时程分析建议使用静态修正模态或 **Ritz** 向量。

## 第二十一章 线性时程分析

时程分析是结构在随时间变化荷载的作用下进行逐步动力响应分析。此分析可以是线性或非线性的。此章对时程分析进行一般的描述，特别是线性时程分析。对于只应用于非线性时程分析的更多信息，见第二十四章 非线性时程分析（第 273 页）。

### 基本主题

- 概述

### 高级主题

- 加载
- 初始条件
- 时间步
- 模态时程分析
- 直接积分时程分析

### 概述

时程分析用来决定结构对于任意荷载的动力响应。要求解的动力平衡方程为：

$$\mathbf{K}\mathbf{u}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) = \mathbf{r}(t)$$

其中  $\mathbf{K}$  为刚度矩阵； $\mathbf{C}$  为阻尼矩阵； $\mathbf{M}$  为对角质量矩阵； $\mathbf{u}$ 、 $\dot{\mathbf{u}}$ 、 $\ddot{\mathbf{u}}$  为结构的位移、速度和加速度； $\mathbf{r}$  为所施加的荷载。若荷载包括地面加速度，则位移、速度和加速度是相对于此地面运动的。

可定义任意数量的时程荷载工况。每个时程工况所施加的荷载及分析类型可不同。

定义时程分析的类型有几个选项：

- 线性或非线性
- 模态或直接积分：这是两种不同的解法，每种各有利弊。在理想情况下，对于给定的问题两种解法将产生相同的结果。
- 瞬态的或周期的：瞬态分析考虑施加的荷载为一次事件，有起点和终点。周期分析考虑荷载无限重复，衰减掉所有瞬态响应。

周期分析只可用于线性时程分析。

本章描述了线性分析，非线性分析在“第二十四章 非线性时程分析”（第 273 页）中描述。然而，用户应先阅读本章内容。

## 荷载

施加于一个给定时程荷载工况的荷载  $\mathbf{r}(t)$ ，可以是空间和时间的任意函数。它可被写成一空间荷载向量  $\mathbf{p}_i$  乘以时间函数  $f_i(t)$  的有限和：

$$\mathbf{r}(t) = \sum_i f_i(t) \mathbf{p}_i \quad (1)$$

程序使用荷载模式及/或加速度荷载来代表空间荷载向量。时间函数可以是任意的时间或周期函数，如有风或海浪产生的荷载。

若使用加速度荷载，位移、速度和加速度均相对于地面计量。伴随加速度荷载  $\mathbf{m}_x$ 、 $\mathbf{m}_y$ 、 $\mathbf{m}_z$  的时间函数为均匀地面加速度  $\ddot{u}_{gx}$ 、 $\ddot{u}_{gy}$ 、 $\ddot{u}_{gz}$  的相应的分量。

### 定义空间荷载向量

对方程 1 中荷载之和中的一项，定义一个空间荷载向量  $\mathbf{p}_i$ ，用户可指定其一：

- 使用参数 load 的荷载模式的名称，或
- 使用参数 csys、ang、acc 的一个加速度荷载，其中：
  - csys 为一个固定的坐标系（默认值为零，代表整体坐标系）
  - ang 为坐标角（默认值为零）
  - acc 为如下定义的加速度局部坐标系中的加速度荷载（ $U_1$ 、 $U_2$ 、 $U_3$ ）

在荷载之和中的每个加速度荷载有其自己的局部坐标系，局部轴用 1、2、3 代表。局部 3 轴总是和坐标系 csys 的 Z 轴相同。若角 ang 为零，局部 1、2 轴和 csys 的 X、Y 轴重合。否则，ang 为从 X 轴至 1 轴的角度（当 +Z 指向用户时，逆时针方向度量）。如图 66 所示（第 241 页）。

反应谱局部轴总是标记为 1、2、3。在加载时整体加速度荷载  $\mathbf{m}_x$ 、 $\mathbf{m}_y$ 、 $\mathbf{m}_z$  被转换至局部坐标系。

一般建议（但不必须）对于所有施加于同一个给定时程荷载工况的加速度荷载使用同样的坐标系。

在荷载之和中，荷载模式和加速度荷载可混合。

更多信息：

- 参见“第十七章 荷载模式”（第 199 页）。
- 参见“第十七章 荷载模式”主题“加速度荷载”（第 208 页）。



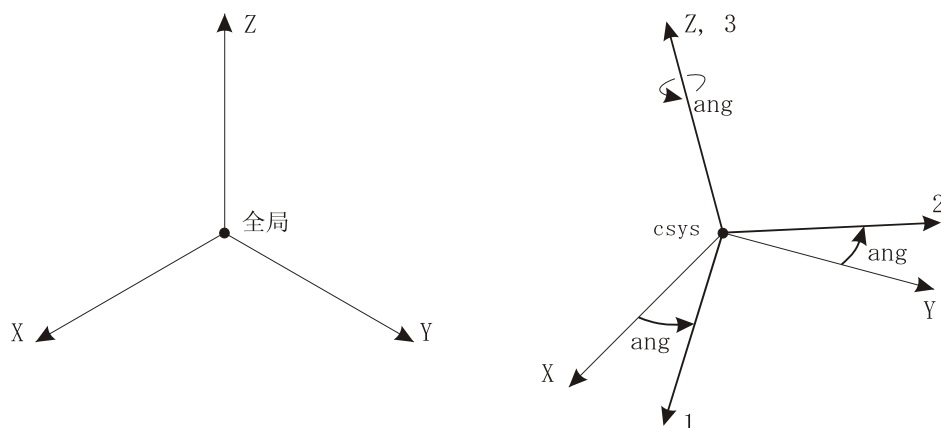


图70 时程加速度局部坐标系的定义

## 定义时间函数

对于式 1 中荷载之和的一个单项，定义时间函数  $f_i(t)$  时，用户可指定：

- 函数的标签，使用参数 **func**，定义时间变化的形状（默认值为零，代表内建的斜坡函数，定义如下）
- 比例系数 **sf**，函数纵坐标值的乘数（默认值为 1）
- 比例系数 **tf**，函数时间（横坐标）值的乘数（默认值为 1）
- 到达时间 **at**，函数开始作用于结构的时间（默认值为零）

时间函数  $f_i(t)$  与指定函数  $f(t)$  的关系为：

$$f_i(t) = sf \cdot f(t)$$

分析时间  $t$  与指定函数的时间比例  $t_0$  的关系为：

$$t = at + tf \cdot t_0$$

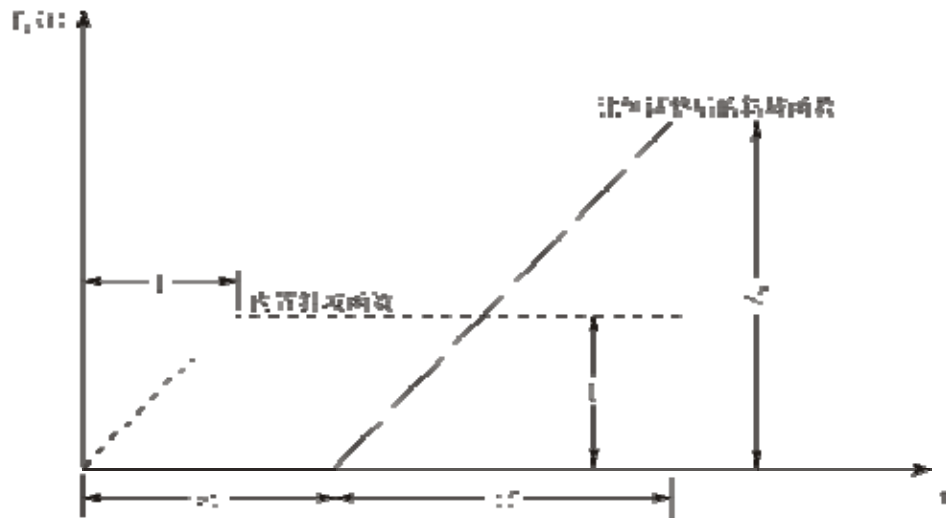


图 71 按比例调整前后的内建斜坡函数

若到达时间为正值，则函数  $f$  使用被延至分析开始之后。若到达时间为负值，则忽略函数  $f$  在  $t=-at/tf$  前的部分。

对于由初始时间  $t_0$  至最终时间  $t_n$  定义的函数  $f$ ，对于所有  $t < t_0$  的时间，函数值为零；对于所有  $t > t_n$  的时间，函数值为在  $t_n$  的恒定值。

若没有指定函数，或  $f=0$ ，则使用内建的斜坡函数。此函数从  $t=0$  的零值到  $t=1$  的单位值线性增加，对于此后的所有时间均为单位值。当和比例调整系数组合后，定义一个从  $t=at$  的零值到  $t=at+tf$  的  $sf$  值的线性增加函数，如图 67 所示（第 242 页）。此函数一般用于逐渐施加静力荷载，但也可用于建立三角形脉冲和更复杂的函数。

更多信息：

- 参见“第十八章 荷载工况”主题“函数”（第 215 页）。

## 初始条件

初始条件描述结构在一个时程分析开始时的状态。包括：

- 位移和速度
- 内力和应力
- 对于非线性单元的内部状态变量
- 结构的能量值
- 外部荷载

加速度不被认为是初始条件，而是从平衡方程中计算。

对于线性瞬态分析，总是假定零初始条件。

对于周期分析，程序总是自动调整在分析开始时的初始条件等于分析结束时的条件。

若用户使用从一个非线性分析结束时的刚度，则非线性单元（若有的话）被锁定为在非线性分析结束时的状态。例如，假定用户进行一个非线性分析，模型包括一个单拉框架单元（压极限设为零），且对一个线性时程分析使用此工况的刚度。在非线性分析结束时受拉的单元，在线性时程分析中将有完整的轴刚度，在非线性分析结束时受压的单元将有零刚度。这些刚度在线性时程分析过程中将被固定，无论荷载的方向如何。

## 时间步

时程分析在离散的时间步进行。用户可用参数 **nstep** 指定输出时间步的数目，用参数 **dt** 指定时间步的大小。

分析进行的时间跨度可用 **nstep\*dt** 指定。对于周期分析，周期性荷载函数的周期被假定等于此时间跨度。

在每一时间增量 **dt** 结束时计算出的响应，作为每一输出响应量的 **nstep+1** 个值。

为了准确的捕捉荷载的全部效应，在时间函数的每一输入时间步也计算响应，但不保存。这些时间步被称为荷载步。对于模态时程分析，这对于效率没有太大的影响。

对于直接积分时程分析，若荷载步变化，这会使刚度矩阵重新求解。例如，若输出时间步长为 0.01，输入时间步长为 0.005，程序将使用一个为 0.005 的恒定内部时间步长。然而，若输入时间步长为 0.075，则输入和输出步长不同步，且荷载步长将为：0.075, 0.025, 0.05, 0.05, 0.025, 0.075，等等。因此，一般建议选择整除输入时间步长的或被输入时间步长整除的输出步长。

## 模态时程分析

模态叠加提供了一个非常有效和准确的方法进行时程分析。使用模态方程的闭合形式积分来计算响应，假定时间函数  $f_i(t)$  在输入数据时间点间线性变化。因此，不会遇到数值不稳定的问题，且时间增量可以是任意的取样值，只要其足够细小就可捕捉最大的响应值。一般建议使用最高模态周期的十分之一；然而，若最高模态的贡献较小，则一个较大值可给出一个同样准确的取样。

所使用的模态在一个用户定义的模态荷载工况中计算。他们可以是无阻尼自由模态（特征向量）或依赖荷载的 Ritz 向量模态。

若使用所有的空间荷载向量  $\mathbf{p}_i$  作为 Ritz 向量分析的初始荷载向量，相比同样数量的特征向量，Ritz 向量总能产生更准确的结果。因为 Ritz 向量算法比特征向量算法快，对时程分析建议使用前者。

由用户决定程序计算的模态是否充足以代表施加荷载的时程响应。用户应检查：

- 计算出足够的模态
- 模态覆盖足够的频率范围

- 对于所施加的荷载模式和（或）加速度荷载，动力荷载（质量）参与质量系数是足够的
- 模态形状足够表示了所有期望的变形

**注意：**精确的基底反力当特征分析包含静态修正模态或使用 Ritz 向量时结果最好。当在结构支座除使用较大刚度并且模型敏感或病态时，特别有效。对多有模态时程分析建议使用静态修正模态或 Ritz 向量。

更多信息：

- 参见“第十九章 模态分析”（第 219 页）。

### 模态阻尼

结构中的阻尼用非耦合的模态阻尼来模拟。每一模态有一个阻尼比  $\xi$ ，用临界阻尼的分数计量，且要满足：

$$0 \leq \xi < 1$$

模态阻尼有三个来源，如下描述。从这些来源的阻尼被加在一起。程序自动确认总值小于 1。

#### 来自荷载工况的模态阻尼

对于每个模态时程荷载工况，用户可指定模态阻尼比，如下：

- 对于所有模态为恒定
- 用周期或频率线性插值。用户可指定在一系列频率或周期点的阻尼。在指定的点之间，阻尼被线性插值。在指定的范围外，阻尼比是最近指定点的值的恒定值。
- 质量和刚度比例。这模拟直接积分使用的比例阻尼，除了阻尼值不允许超过 1。

另外，用户可选择指定阻尼覆盖项。这些对于特定的模态使用指定的值将代替上面一种方法的阻尼。使用阻尼覆盖项较少见。

#### 来自材料的复合模态阻尼

对材料指定的模态阻尼比（如果存在），被自动转换为组合模态阻尼。忽略任何在模态间的交叉阻尼。这些模态阻尼值一般对每个模态不同，取决于每一模态对不同材料组成单元所引发变形的大小。

#### 来自连接/支座单元的有效阻尼

对连接/支座单元指定的线性有效阻尼系数（如果存在），其被自动转换为模态阻尼。忽略任何在模态间的交叉阻尼。这些模态阻尼值一般对每个模态都不同，取决于每一模态在连接/支座单元中引发变形的大小。

## 直接积分时程分析

在 SAP2000 中, 可使用不采用模态叠加的对完整运动方程的直接积分。虽然模态叠加一般更准确和有效, 但直接积分对线性问题提供了以下优点:

- 可考虑模态耦合的完全阻尼
  - 可激发大量模态的撞击和波传播问题可用直接积分更有效地求解。
- 对于非线性问题, 直接积分能够考虑比模态叠加更多类型的非线性。

直接积分结果对于时间步长十分敏感, 而对于模态叠加则不是这样。用户应该可用减小的时间步来运行直接积分分析, 直至步长足够小以至于结果不再受它影响。

特别地, 用户应检查刚性的和局部响应量。例如, 需要一个更小的时间步来得到一个刚性构件的轴力准确结果, 相对于结构顶部的水平位移。

## 时间积分参数

可使用不同的方法进行直接积分时程分析。因为这些在标准的教科书里有详细地描述, 此处将不再赘述, 只是建议用户使用默认的“Hilber-Hughes-Taylor  $\alpha$ ” (HHT) 方法, 除非用户对不同的方法有特别的偏好。

HHT 方法使用单个参数  $\alpha$ 。此参数可以在 0 和 -1/3 之间取值。

对于  $\alpha=0$ , 此方法和  $\gamma=0.5$  且  $\beta=0.25$  的 Newmark 法相同, 与平均加速度方法 (也称梯形规则) 相同。使用  $\alpha=0$  提供了可能方法的最高准确度, 但可能允许高频模态的过度振动, 即, 这些模态的周期与时间步长的阶次相同或更小。

对于  $\alpha$  越小的负值 (绝对值越大), 高频模态衰减得更严重。这不是物理阻尼, 因为它随着使用更小的时间步而减小。然而, 通常需要使用一个  $\alpha$  负值来促进非线性分析解的收敛。

要得到最好的结果, 使用最小的实际时间步, 且选择接近零的  $\alpha$ 。尝试不同的  $\alpha$  值和时间步大小, 来确保解不过分依赖这些参数。

## 阻尼

在直接积分时程分析中, 结构中的阻尼用完整的阻尼矩阵来模拟。和模态阻尼不同, 这允许考虑模态间的耦合。

直接积分阻尼有三个不同的来源, 如下描述。从这些来源的阻尼被加在一起。

### 来自荷载工况的比例阻尼

对于每个直接积分时程荷载工况, 用户可指定施加于整个结构的比例阻尼系数。使用用户指定的一个系数  $c_K$  来比例地调整刚度矩阵, 且使用另一个用户指定的系数  $c_M$  来按比

例调整质量矩阵，阻尼矩阵作为调整后的刚度矩阵与调整后的质量矩阵的线性组合来计算。

用户可直接指定这两个系数，或可通过指定在两个不同周期或频率的等效临界阻尼的分数来计算。

对结构中每个非线性单元，系数  $c_k$  乘以初始刚度矩阵，即单元在零初始条件的刚度，无论用于开始分析的非线性状态。此规则的例外是，如果当前非线性状态具有零刚度和零内力或应力（例如开裂的混凝土材料），则假定零阻尼。在正方向负方向加载时零初始刚度不同时，使用较大的刚度。

对索单元，阻尼矩阵与一个等价桁架（沿当前弦具有同样轴向刚度  $(AE/L)$ ）单元刚度矩阵成正比，这里  $L$  是未变形长度。

刚度比例阻尼和频率成线性比例，和结构中的变形相关。刚度比例阻尼可极大程度地衰减掉高频分量。

质量比例阻尼和周期成线性比例，其和结构的运动相关，好像结构在粘性液体中移动。质量比例阻尼可极大程度地衰减掉长周期分量。

### 来自材料的比例阻尼

用户可以对单独的材料指定刚度和质量比例阻尼系数。例如，用户对于土壤材料可使用比钢或混凝土大的系数。这些系数的解释和上面荷载工况阻尼是一样的。用户要明确不要在分析工况和材料中包含同样数量并重复计入阻尼。

### 来自连接/支座单元的有效阻尼

在阻尼矩阵中直接使用对连接/支座单元指定的线性有效阻尼系数，若有的话。

## 第二十二章 几何非线性

SAP2000 能够以  $P-\Delta$  效应或大变形/转动效应的形式考虑几何非线性。假定在单元内的应变较小。可在非线性静力和直接积分时程分析中基于逐步方法考虑几何非线性，且对于线性分析可将其集成在刚度矩阵内。

### 高级主题

- 概述
- 非线性荷载工况
- $P-\Delta$  效应
- 初始  $P-\Delta$  分析
- 大变形

### 概述

当作用在结构的荷载及其产生的变形足够小时，结构的荷载—变形关系是线性的。对于多数情况，SAP2000 分析假定这种线性的行为。这允许程序使用原始的（未变形的）结构几何形成平衡方程。

严格地讲，平衡方程实际应参考结构变形后的几何形状。

线性平衡方程独立于所施加的荷载和所产生的变形。因此不同静力和（或）动力分析的结果可以叠加（比例调整或相加），因此具有极高的计算效率。

若结构上的荷载较大和（或）所产生的变形较大，则荷载—变形行为可能为非线性。这种非线性的可确定的几种原因：

- **$P-\Delta$ （大应力）效应：**当结构中有较大应力（或力和弯矩），以初始的和变形后的几何写成的平衡方程可能差别很大，即使在变形很小时。
- **大变形效应：**当结构经历大变形（特别是大应变和转动）时，常规的工程应力和应变计量不再适用，且必须对变形后的几何写平衡方程。即使应力较小时也是此情况。
- **材料非线性：**当一种材料的应变超过其恰当的极限时，应力-应变关系不再是线性的。塑性材料的应变超过其屈服点后可表现出依赖经历的行为。材料非线性也会影响结构的荷载—变形性能，甚至是在初始几何的平衡方程依然有效时候。
- **其他效应：**其他来源的非线性也是可能的，包括非线性的荷载、边界条件和限制。

大应力和大变形效应称为几何（或运动）非线性，以区别于材料非线性。运动非线性也可被称为二阶几何效应。

本章讨论 SAP2000 用来分析的几何非线性效应。对于每个非线性静力和非线性直接积分时程分析，用户可选择考虑：

- 无几何非线性
- 只考虑 P- $\Delta$  效应
- 考虑大变形和 P- $\Delta$  效应

在 SAP2000 中的大变形效应只包括大的平动和转动效应。假定在所有单元内的应变较小。

在“第七章 框架单元”（第 63 页）、“第八章 框架铰属性”（第 91 页）和“第十四章 连接/支座单元——基础篇”（第 157 页）中讨论了材料非线性，因为假定小应变，材料非线性和几何非线性效应是独立的。

当进行了一个非线性分析后，其最终的刚度矩阵可以用于其后的线性分析。在非线性分析中考虑的任何几何非线性将影响线性结果。特别是，这可以用来将建筑结构中相对恒定的 P- $\Delta$  效应，或在索结构中的拉伸刚化效应包含于一系列可迭加的线性分析中。

更多信息：

- 参见“第十八章 荷载工况”（第 209 页）
- 参见“第二十三章 非线性静力分析”（第 257 页）
- 参见“第二十四章 非线性时程分析”（第 273 页）

## 非线性荷载工况

对于非线性静力和非线性直接积分时程分析，用户可选择所考虑的几何非线性类型：

- **无**：所有平衡方程针对结构未变形的形状考虑。
- **只有 P- $\Delta$** ：平衡方程考虑部分结构的变形形状。拉力趋向于抵抗单元的转动和使结构刚化，压力趋向于增加单元的转动和使结构失稳。这可能需要适当数量的迭代。
- **大位移**：所有平衡方程以结构变形的形状写成。这可能需要大量的迭代。虽然模拟了大位移和大转动效应，假定所有应变较小。包括了 P- $\Delta$  效应。

当从一个非线性分析延续到另一个非线性分析时，建议他们有同样的几何非线性设置。

应对经历显著变形的索结构使用大位移选项，且对于屈曲分析，特别对于 Snap-through 屈曲和屈曲后行为。在单元内部经历显著的相对转动的索（用框架单元模拟）和其他单元应被分割为较小的单元，来满足单元内应变和相对转动较小的要求。

对于大多数其它结构，P- $\Delta$  选项是足够的，特别是当材料非线性控制时。

若合理的话，建议首先进行没有几何非线性的分析，随后添加 P- $\Delta$  效应，及可能的大位移效应。

在非线性时程分析（FNA）中，不能使用几何非线性，除了可能被包含在用来产生模态的刚度矩阵内的固定效应。



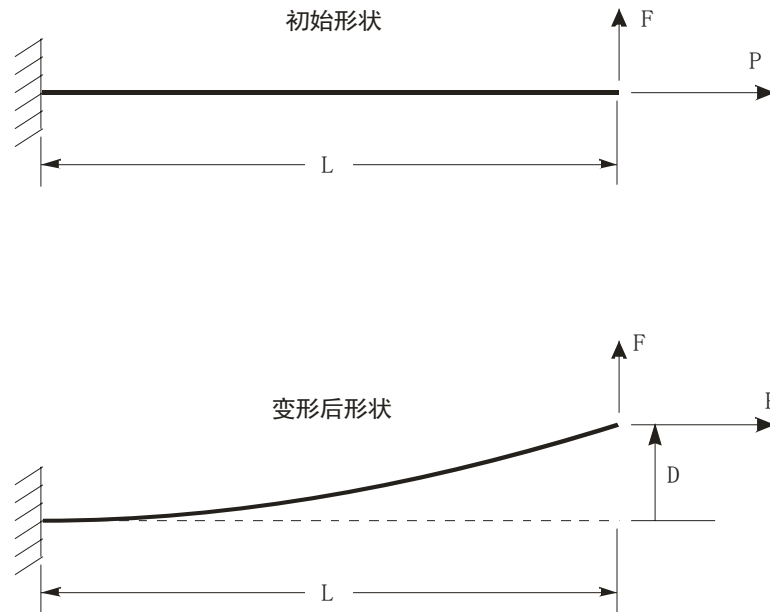


图 72 悬臂梁的几何形状例题

## P- $\Delta$ 效应

**P- $\Delta$  效应**特指较大直接拉或压应力作用于横向弯曲和剪切行为的非线性几何效应。压应力趋向于使结构构件在横向弯曲和剪切更柔，而拉应力趋向于使构件抵抗横向变形更刚。

此选项对于考虑重力荷载在房屋结构的横向刚度效应是十分有用的，如某些规范（ACI2002、AISC2003）所要求的。它还可用于某些索结构，如悬索桥、斜拉桥、索塔。也可有其他的应用。

P- $\Delta$ 效应的基本概念在如下的例题中说明。考虑一个承受轴向荷载 $P$ 和一个横向端部荷载 $F$ 的悬臂梁，如图 68（第 249 页）所示。在构件的内部轴力也等于 $P$ 。

若在初始形态（使用未变形几何）考虑平衡，在根部的弯矩为 $M=FL$ ，且在加载端线性地减少至零。若在变形形状考虑平衡方程，存在由横向端部位移 $\Delta$ 和轴力 $P$ 引发一个附加弯矩。此弯矩不再沿长度线性变化；变化依赖于变形形状。在根部的弯矩为 $M=FL-P\Delta$ 。多种工况的弯矩图见 图 69（第 250 页）。

注意：在变形形状中只考虑横向变形。由于长度变化引起的任何弯矩变化在此被忽略。

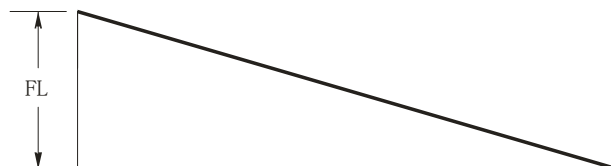
若梁受拉，则在根部和整个构件的弯矩将减小，因此横向弯曲挠度 $\Delta$ 也减小。这样构件对于横向荷载 $F$ 被有效地刚化。

相反，若梁受压，则整个构件的弯矩及横向弯曲挠度 $\Delta$ 将增大。构件对于荷载 $F$ 有效地变柔。

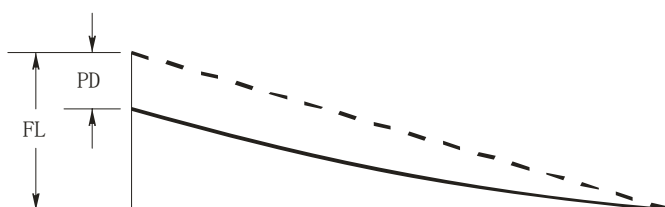
若压力足够大，则横向刚度趋于零，因此挠度  $\Delta$  趋于无穷；结构被称为屈曲。此情况下的  $P$  的理论值被称为梁的欧拉屈曲荷载；用  $P_{cr}$  来代表且用以下公式给出：

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{4L^2}$$

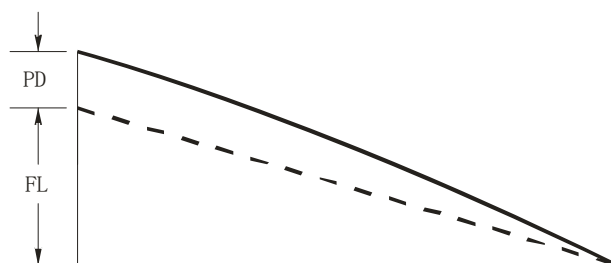
其中  $EI$  为梁截面的弯曲刚度。



在无 P-Delta 效应的初始形状的弯矩



有 P-Delta 效应的对于拉力 P 的弯矩



有 P-Delta 效应的对于 P 的弯矩

图 73 悬臂梁的弯矩图例题

轴力作用在横向挠度和刚度的准确 P- $\Delta$  效应是一个力  $P$  和屈曲荷载  $P_{cr}$  的比值的复杂函数。梁的实际变形及弯矩图的影响，在零轴力下的用三次函数、在拉力下用双曲函数、在压力下用三角函数来描述。

P- $\Delta$  效应可以存在于其他任意形式的梁内，如简支、两端固结等。P- $\Delta$  效应可局部地施加于单个的构件或整体地施加于整个结构系统。

关键特性是：作用在小横向挠度的一个大的轴力，产生了一个显著的弯矩，影响结构构件的性能。若挠度较小，则所产生的弯矩和挠度成比。

### 框架单元的 P-Δ 力

框架单元内的 P-Δ 效应实现在下面的子主题中描述。

#### 三次变形形状

P-Δ 效应沿着每个框架单元的长度积分，考虑单元内的挠度。基于此目的，在单元固定端间的横向变形形状，对于弯曲假设为三次，对于剪切假设为线性。刚性端的长度为端部刚度系数和端部偏移的乘积，且一般为零。

更多信息：

- 参见“第七章 框架单元”主题“端部偏移”（第 78 页）。  
对于下列情形，实际的变形形状可能与假定的三次/线性变形有不同：
- 有变截面属性的单元。对于此种情况，假定单元为等截面的，使用在单元长度的平均属性来计算 P-Δ 效应。
- 荷载沿单元长度作用。对于此种情况，使用等价固端力施加于单元端部的方法，来计算 P-Δ 变形形状。
- 有一较大的 P 力作用在单元。实际变形形状在大压力时使用三角函数，在大拉力时使用双曲函数。

除了某种端部约束时，一个临近屈曲荷载的压力  $P$  作用的情况，假定三次变形形状一般是一个好的近似。然而，通过分割结构构件为两个或更多的框架单元，可得到很好的结果。更多细节参见 *SAP2000 校验手册*。

#### 计算的 P-Δ 轴力

在每一框架单元内的 P-Δ 轴力从前一次迭代计算的轴向变形决定。为得到有意义的结果，使用这些单元的实际轴向刚度很重要。轴向刚度由定义截面面积的截面属性和弹性模量决定。使用太小的值将低估 P-Δ 效应。使用太大的值将使单元内的 P-Δ 力对于迭代过程很敏感。

有轴力释放的单元，或单元被一个束缚限制了轴向变形，将有零 P-Δ 轴力，因此没有 P-Δ 效应。

P-Δ 轴力还包括作用在单元内部的荷载。这些荷载包括自重和重力荷载、集中和分布跨间荷载、预应力荷载、温度荷载。

P-Δ 轴力被假定沿着每一框架单元的长度为恒定的。若 P-Δ 荷载组合包括使轴力变化的荷载，则使用平均荷载来计算 P-Δ 效应。若两端的轴力和单元内的平均轴力的差别不大，则这种近似一般是合理的。这对于房屋结构的柱子是常见的情况。若差异较大，则单元应

被分割至很多较小的框架单元，其 P-Δ 效应是重要的。对后面情况的一个例子是一个在自重作用下的旗杆。

更多信息：

- 参见“第七章 框架单元”主题“截面属性”（第 69 页）。
- 参见“第七章 框架单元”主题“端部释放”（第 80 页）。
- 参见“第五章 束缚和拼接”（第 35 页）。

### 预应力

当 P-Δ 荷载组合包括预应力时，则在钢束内的组合拉力趋向于使框架单元对于横向变形刚化。无论任意的轴向端部释放，这种情况都存在。框架单元内由于预应力的压力趋向于减小刚化效应，可能至零。

更多信息：

- 参见“第十六章 钢束对象”主题“预应力荷载”（第 196 页）。

### 直接指定的 P-Δ 轴力

用户可直接指定作用于框架单元的 P-Δ 力。这是一种过时的特性，可用来模拟拉力较大且已知的索结构。包括直接指定 P-Δ 轴力的分析不需要迭代。

**不建议使用此特性！**程序不检验用户指定的力与结构的其它部分是否平衡。直接指定的力将施加于所有分析且附加于在非线形分析中计算的 P-Δ 效应。

建议用户进行包含 P-Δ 或大变形效应的非线性分析。

若用户指定 P-Δ 力，用户应将其认为是像截面属性那样总是在影响单元的行为。

用户可对任意框架单元使用以下参数指定 P-Δ 力：

- P-Δ 轴力， $p$
- 一个固定的坐标系， $csys$ （默认值为零，代表整体坐标系）
- P-Δ 轴力在  $csys$  的 X 轴的投影  $p_x$
- P-Δ 轴力在  $csys$  的 Y 轴的投影  $p_y$
- P-Δ 轴力在  $csys$  的 Z 轴的投影  $p_z$

一般地，对于每个框架单元只指定参数  $p$ 、 $p_x$ 、 $p_y$ 、 $p_z$  其中的一个。若用户选择指定不止一个值，他们是叠加的：

$$p_0 = p + \frac{px}{c_x} + \frac{py}{c_y} + \frac{pz}{c_z}$$

其中  $p_0$  为 P-Δ 轴力，且  $c_x$ 、 $c_y$ 、 $c_z$  分别为框架单元局部 1 轴和坐标系  $csys$  的 X、Y、Z 轴夹角的余弦。为了避免被零除，用户不能指定在  $csys$  任意轴的投影垂直于单元的局部 1 轴。

使用  $P-\Delta$  轴力的投影是方便的。例如，当指定在一个悬索桥的主缆内的拉力时，因为水平的拉力分量一般对于所有的单元是相同的。

当直接指定  $P-\Delta$  轴力时，包含结构内所有显著的力很重要。程序对于指定的  $P-\Delta$  轴力不检验平衡。例如，在悬索桥内索拉力被锚固承担，且只考虑在主索内（和可能的塔）的  $P-\Delta$  效应一般是足够的。另一方面，在斜拉桥的索拉力被桥面板和塔承担，一般需要考虑在所有三个分量的  $P-\Delta$  效应。

### 连接/支座单元的 $P-\Delta$ 力

只对具有轴向（ $U_1$ ）自由度有刚度可产生轴力的连接单元考虑  $P-\Delta$  效应。横向位移在  $U_2$  或  $U_3$  方向产生一个弯矩，等于轴力  $U_2$  或  $U_3$  乘以挠度（ $\delta$ ）。

总的  $P-\Delta$  弯矩被分配至节点，它是下述之和：

- 在两端的相等其反向的剪力，产生由于单元长度的弯矩
- 在端部 I 的弯矩
- 在端部 J 的弯矩

剪力作用在与剪切位移（ $\delta$ ）相同的方向，弯矩分别作用于垂直弯曲轴。

对于每个剪切位移方向，用户可指定三个相应的分数来代表总的  $P-\Delta$  在上面三个弯矩间如何被分配。他们的和为 1。

对于零长度的单元，忽略对于剪力所指定的分数，剩下的两个分数按比例调整至其和为 1。若两个分数都为零，则设置为 0.5。

为了确定所指定的分数，用户可考虑用连接/支座单元来模拟装置的物理特性。长支撑或连接对象一般使用剪力。短隔振器一般只使用弯矩。摩擦摆隔振器一般使用所有的弯矩在盘侧，而非滑动器一侧。

### 其他单元

对于框架和连接/支座以外的单元，在每一单元内的应力，首先从前一次迭代计算的位移来决定。这些应力用单元等参形函数的导数沿此单元进行积分，来计算一个代表  $P-\Delta$  效应的标准几何刚度矩阵，附加到单元的原始弹性刚度矩阵。此公式在单元的每个节点只产生力，没有弯矩。

对壳单元，如只模拟板弯曲作用，将不产生任何  $P-\Delta$  效应，因为不产生面内应力。

### 初始 $P-\Delta$ 分析

对于多数应用，考虑结构在一组荷载（一般为重力）下的  $P-\Delta$  效应是足够的，所有使用这套  $P-\Delta$  荷载产生的刚度矩阵的分析为线性。这使得所有分析结果对于设计是可以叠加。

为此，定义一个非线性静力荷载工况，使其至少有以下特性：

- 设置名称，如“PDELTA”
- 从零初始条件开始
- 施加将产生 P- $\Delta$  效应的荷载模式，一般为恒载和一部分活载
- 对于几何非线性，选择 P- $\Delta$  效应

其他参数包括保存的步数、每一步允许的迭代数和收敛容差。若 P- $\Delta$  效应是合理的小，默认值是足够的。在此我们没有考虑阶段施工，虽然是可以加上的。

我们称对于此种非线性静力工况为**初始 P- $\Delta$  分析**。用户可以随后定义或指定其他线性荷载工况，使其使用工况 PDELTA 的刚度：

- 线性静力分析
- 模态荷载工况，如 “PDMODES”
- 线性直接积分时程分析
- 移动荷载分析

其他线性荷载工况可基于从工况 PDMODES 的模态定义：

- 反应谱工况
- 模态时程荷载工况

所有这些工况的结果是可以叠加的。因为他们是线性的且基于相同的刚度矩阵。

用户可定义一个屈曲荷载工况，施加与 PDELTA 工况相同的荷载，且从零条件开始（不是从工况 PDELTA）。所产生的屈曲系数将给用户一个指示，指示产生 P- $\Delta$  效应的荷载距离屈曲有多远。

下面是关于 P- $\Delta$  分析选项实际使用的附加指南。例题见《SAP2000 校验手册》。

## 房屋结构

对于多数房屋结构，特别是高层建筑，最关心的 P- $\Delta$  效应发生在柱子中，由于重力产生（包括恒载和活载）。柱轴力为压力，使结构对于横向荷载更柔。

建筑规范（ACI2002、AISC2003）一般认定两种类型的 P- $\Delta$  效应：第一种由于整体的侧移，第二种由于构件两端间的变形。经常的第一种效应是重要的；可通过考虑在一层的总竖向荷载来相当准确地计算，总竖向荷载由重力荷载产生且不受横向荷载影响。后一种效应只在非常柔的柱或单曲率弯曲（不是一般情况）的柱中显著；这需要考虑构件内由于重力和横向荷载产生的轴力。

SAP2000 可在分析中考虑这两种情况的 P- $\Delta$  效应。然而，建议在 SAP2000 分析中考虑前一种情况，后一种情况在设计中用所用规范的弯矩增大系数（White 和 Hajjar1991）来考虑。这是 SAP2000 对于钢框架和混凝土框架的设计处理器的设置。

由于结构侧移的  $P-\Delta$  效应可被准确和有效的考虑,即使用单个框架单元模拟每一柱子,通过在初始  $P-\Delta$  分析中使用带有分项系数的恒载和活载。初始  $P-\Delta$  分析应快速地收敛,一般需要少数的迭代。

例如,假定建筑规范要求在设计中考虑以下荷载组合:

- (1) 1.4 恒载
- (2) 1.2 恒载+1.6 活载
- (3) 1.2 恒载+0.5 活载+1.3 风荷载
- (4) 1.2 恒载+0.5 活载-1.3 风荷载
- (5) 0.9 恒载+1.3 风荷载
- (6) 0.9 恒载+1.3 风荷载

对于此种情况,由于结构整体侧移引发的  $P-\Delta$  效应一般可被考虑,保守地,通过在初始  $P-\Delta$  分析中指定荷载组合为 1.2 倍的恒载加上 0.5 倍的活载。这将准确地考虑组合 3 和 4 中的此种效应,也将保守地考虑在组合 5 和 6 中的效应。此种  $P-\Delta$  效应一般在组合 1 和 2 中是不重要的,因为没有横向荷载。

只有对于上面每种组合运行单独的非线性分析,由于构件端部间的变形引发的  $P-\Delta$  效应才可被准确地分析。对于上面例题需要六个工况。并且,每个柱子至少使用两个框架单元。因此,建议使用 SAP2000 设计特性来考虑这种效应。

## 索结构

$P-\Delta$  对于悬索桥、斜拉桥,和其他索结构的刚度贡献十分重要。索的横向刚度几乎完全由于拉力,因为他们在无应力状态下是十分柔的。

在很多的索结构中,索内拉力主要来自重力荷载,且相对地不被其他荷载影响。若是这种情况,定义一个施加实际恒载和活载组合的初始  $P-\Delta$  荷载工况是适当的。对于  $P-\Delta$  荷载组合使用实际值是十分重要的,因为索的横向刚度大致和  $P-\Delta$  轴力成正比。

$P-\Delta$  效应是从任何索单元的非线性分析中继承来的。如果你关心塔楼或者斜拉桥的桥面, $P-\Delta$  效应应该在整个结构的分析中考虑。

因为收敛对于刚化比柔化结构慢,非线性  $P-\Delta$  分析可能需要很多的迭代。二十次或者更多的迭代是很常见的。

## 索塔

在索塔及类似结构,索受由机械方法产生的大拉力(减少索长度)。这些结构可用上面对于索桥讨论的同样方法分析。

可使用预应边和变形荷载来产生所需的缩短。 $P-\Delta$  荷载组合应包括此荷载，也应可包含其他引发索内显著轴力的荷载，如重力和风荷载。需要几次分析来决定温度变化的量，以产生期望的索拉伸量。

## 大位移

大位移分析考虑结构在变形后形状下的平衡。考虑大位移和转动，但假定小应变。这意味着若单元的位置或方向变化，对结构的影响是考虑的。然而，若单元形状或大小变化显著，此影响被忽略。

程序使用一个更新的拉格朗日公式追踪单元的位置。对于框架、壳、连接/支座单元，假定在步间的转动位移变化较小，更新转动自由度。对于  $P-\Delta$  分析，这可能需要使用较小的步长。大位移分析结果的准确性应使用更小的步长重新分析来检查，并对比结果。

大位移分析比  $P-\Delta$  分析对于收敛容差更加敏感。用户应通过重新运行使用更小收敛容差的分析来比较其结果。

## 应用

大位移分析对于一部分索结构或膜结构是很适合的。索结构可以用框架单元来模拟，膜结构用完全壳单元（用户也可使用平面应力单元）模拟。确认将索或膜分割至足够小的单元，以致每一单元内的相对转动较小。

悬链索单元不需要大位移分析，对于大部分设有索的结构， $P-\Delta$  分析是足够的，除非你想得到结构的足够的变形或者扭转关于结构的支撑系统或者被索支撑的系统。

对于 Snap-through 屈曲问题，可考虑使用大位移分析。对于非线性分析，这一般需要使用位移控制来施加荷载。使用非线性直接积分时程分析可获得更符合实际的解。

## 初始大位移分析

本章中主题“初始 $P-\Delta$ 分析”（第 253 页）中的讨论对于初始大变形分析同样适用。使用同样的方法定义初始非线性静力工况，选择大位移效应而非 $P-\Delta$ 效应，且确认收敛容差足够小。此工况可作为所有线性分析的基础使用。



## 第二十三章 非线性静力分析

非线性静力分析可用于广泛的目的，包括：分析结构的材料和几何非线性；对于后续的线性分析形成  $P-\Delta$  刚度矩阵；考察具有时间相关材料属性的阶段（增量）施工加载；进行索分析；进行静力 Pushover 分析；以及更多。

虽然此章的大部分是高级的，对于  $P-\Delta$  分析和模拟单拉支撑和索的非线性静力分析的基本知识是必要的。

### 基本主题

- 概述
- 非线性
- 重要考虑因素
- 加载
- 初始条件
- 输出步

### 高级主题

- 荷载施加控制
- 阶段施工
- 非线性解控制
- 铰卸载方法
- 静力 Pushover 分析

### 概述

非线性静力分析可用于多种目的：

- 进行初始  $P-\Delta$  或大位移分析，来获得后续可叠加线性分析使用的刚度
- 进行阶段（增量，分段）施工分析，包括材料的时间相关效应，如龄期、徐变和收缩。
- 分析具有只拉支撑的结构
- 分析索结构
- 进行静力 Pushover 分析
- 进行 Snap-through 屈曲分析
- 对于非线性直接积分时程分析建立初始条件
- 对于其他考虑材料或几何非线性行为的静力分析

可定义任意数量的非线性静力荷载工况。每个工况可包括一个或多个上面的特性。在一个非线性静力分析中，刚度和荷载可能依赖于位移，这需要一个平衡方程的迭代解法。

## 非线性

在 SAP2000 中，可以有以下类型的非线性：

- 材料非线性
  - 在连接/支座单元内的多种类型的非线性属性
  - 框架单元内的拉和（或）压限值
  - 框架单元内的塑性铰
- 几何非线性
  - $P-\Delta$  效应
  - 大位移效应
- 阶段施工
  - 结构改变
  - 龄期、徐变和收缩

所有在模型中定义的材料非线性将在非线性静力荷载工况中考虑。

用户可选择考虑几何非线性的类型：

- 无
- $P-\Delta$  效应
- 大位移效应

若用户从前一个非线性分析继续，则强烈建议用户对于现在的工况选择和前一工况相同的几何非线性参数。

更多信息：

- 参见“第二十二章 几何非线性”（第 247 页）。

阶段施工可作为一个选项。即使独立的阶段是线性的，结构从一个阶段到下一阶段被考虑为非线性。

## 重要考虑因素

非线性静力分析需要时间和耐心。每一非线性问题是不同的。用户需要一定的时间来学习对每一新问题最好的方法。

从一个简单的模型开始逐渐建立。确认模型在线性静力荷载和模态分析下按期望来表现。不是在所有地方用非线性属性开始，而是从用户最期望的非线性开始，逐步增加他们。

若用户使用框架铰，以主要构件的承载力不失效模型开始；用户随后改变铰模型或重新设计结构。

可能的话，进行没有几何非线性的初始分析。随后加上  $P-\Delta$  效应，以及可能的大变形和其它。以适度的位移目标和有限的步数开始，目的是尽快的进行分析以便从模型得到经

验。当用户对于某个模型的信心增强时，用户可进一步向前推进，并且考虑更极端的非线性行为。

数学上讲，非线性静力分析不总保证一个单独解。动力分析的真实惯性效应限制着结构遵循的路径。但对于静力分析不是这样，特别对于失稳结构中由于材料或几何非线性而失去强度的情况。若非线性静力分析仍然难以继续，将其转变成一个直接积分时程分析，且拟静力地施加荷载（非常慢）。

属性或荷载的微小变化可能引发较大的非线性反应。出于此原因，用户考虑多种不同的荷载模式，且进行对于结构属性变化的敏感性分析，这是十分重要的。

## 加载

用户可施加任意荷载模式组合、加速度荷载和模态荷载。

模态荷载是用于 Pushover 分析的特定类型的荷载。它是在节点的力的模式，与特定模态形状、圆频率平方 ( $\omega^2$ )、分配至节点质量的乘积成正比。

指定的荷载组合被同时施加。一般地，荷载从零增加至完全指定的量。对于特殊目的（如 Pushover 或 Snap-through 屈曲），用户可选择使用监控结构所产生的位移来控制加载。

更多信息：

- 参见本章主题“荷载施加控制”（第 259 页）。

## 荷载施加控制

用户可选择一个荷载控制的或位移控制的非线性静力分析。对于两种选项，作用在结构的荷载模式由指定的荷载组合决定。只有比例是不同的。

一般地，用户选择荷载控制。在物理意义上讲，这是很常见的。

位移控制对于特定的目的是属于高级特性。

### 荷载控制

当用户知道所施加的荷载量，且期望结构能够承担此荷载时，选择荷载控制。例如，施加重力荷载，因为其被自然控制。

在荷载控制下，所有荷载从零增加至完全指定的量。

### 位移控制

当用户知道所期望的结构位移，但不知道施加多少荷载时，选择位移控制。这对于在分析过程中可能失去承载力而失稳的结构，是十分有用的。标准的应用包括静力 Pushover 或 Snap-through 屈曲分析。

当使用位移控制时，用户必须选择一个位移分量来监控。这可以是节点的单个自由度，或一个用户以前定义的广义位移。

更多信息

- 参见“第四章 节点和自由度”主题“广义位移”（第 30 页）。

用户必须指定分析中的位移目标。程序将试图施加达到此位移的荷载。荷载量在分析中可被增加或减少。

确认选择一个在加载过程中单调增加的位移分量。若这不可能，则用户可能需要将分析分成两个或更多的顺序工况，在不同的工况中改变所监控的位移。下面描述的共轭位移的控制会自动为用户解决这个问题。

**重要注释：**使用位移控制和在结构施加位移荷载是**不同的**！位移控制只用来计量从所施加荷载产生的某一点位移，来调整荷载量，以试图达到某种**计量的**位移值。结构总的位移形状由于加载形式的不同而不同，即使控制的是同一位移。

### 共轭位移控制

若分析收敛困难，用户可选择使程序使用共轭位移控制。共轭位移控制是结构中所有位移的加权平均值，每个位移自由度按施加其上的荷载加权。换种说法，这是所施加荷载作的功。

当监测到结构的变形模式发生重要改变时，例如出现铰屈服或者卸载。共轭位移控制方法会自动调整，找到一个单调增加位移分量来进行控制。此项仅适用于带有铰或大变形的框架单元模型。

若用户选择使用共轭位移来进行荷载控制，其将被使用来决定是否荷载应被增加或减少。所指定的监控位移将用来设置位移目标，即结构应移动多远。然而此目标可能不十分准确。

## 初始条件

初始条件描述了在分析开始时的结构状态，包括：

- 位移和速度
- 内力和应力
- 非线性单元的内部状态变量
- 结构的能量值
- 外部荷载

对于静力分析，速度总为零。

对于非线性分析，用可指定在分析开始时的初始条件。用户有两个选项：

- 零初始条件：结构的位移和速度为零，所有单元无应力，且无非线性变形的历史。

- 从前一个非线性分析继续：继承前一个分析结束时的位移、速度、应力、荷载、能量和非线性状态历史。

非线性静力工况和非线性直接积分时程工况可以在任意的组合进行链接，即，两种类型分析互相兼容。强烈建议用户对于现在的工况选择和前一工况同样的几何非线性参数。

当从前一个工况继续时，对现在工况指定的所有施加的荷载是增量的，即，他们被加在已经在前一工况存在的荷载之上。

非线性静力工况不能和非线性模态时程分析（FNA）链接在一起。

## 输出步

一般地，对于非线性静力分析只保存最终状态。这是在施加全部荷载后的结果。

用户可选择为保存及时的结果，来观察结构在加载过程的响应。这对于需要产生承载力曲线的 Pushover 分析十分重要。

若用户只对保存最终结果感兴趣，可忽略本主题的以下部分。

## 保存多个步数

若用户选择保存多个步数，分析开始时（第 0 步）的状态和一些中间的状态将被保存，从术语的角度来讲，保存 5 步意味着保存 6 个状态（第 0 到 5 步）：步是增量，状态是结果。

保存步的数量由以下参数决定：

- 最少被保存的步
- 最多被保存的步
- 只保存正增量

这些在下面具体描述。

## 最少和最多保存步数

最少和最多保存步数提供了对分析中实际保存的步数的控制。若最小保存的步数太小，则用户可能没有足够的点来完整的代表 Pushover 曲线。若最小和最多保存的步数太多，则分析可能占用大量的磁盘空间，且可能消耗过多的时间来显示结果。

程序如下自动地决定保存步的间距。最大的步长等于总的力目标或总的位移目标除以指定的最少保存步。程序以在此增量的保存步开始。若一显著的事件在小于此增量的步长发生，则程序也保存此步，且使用最大增量从此继续。例如，假定最少保存步数和最多保存步数分别被设置为 20 和 30，且目标被设置为 10ft 的位移。保存步的最大增量为  $10/20=0.5\text{ft}$ 。这样，数据在 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5ft 被保存。假定一显著事件在 2.7ft 发生。则在 2.7ft 也保存数据，且从此继续在 3.2, 3.7, 4.2, 4.7, 5.2, 5.7, 6.2, 6.7, 7.2, 7.7, 8.2, 8.7, 9.2, 9.7 和 10.0ft 保存。

最大保存步数控制着显著事件（需要保存数据）的数目。程序总能在指定的最多保存步数内达到力或位移目标，但是，为此将不得不省略在后面事件的保存步数。例如，最少保存步数被设置为 20，最多保存步数被设置为 21，且 Pushover 位移为 10ft。最大位移增量为  $10/20=0.5\text{ft}$ 。这样，在 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5ft 保存数据。假定一显著情况在 2.7ft 发生，则在 2.7ft 也保存数据，且从此继续在 3.2 和 3.7ft 保存。假定另一显著情况在 3.9ft 发生，程序将不保存在 3.9ft 的数据，因为若保存，其将不能限制最大增量为 0.5ft 且仍然以不超过 21 步完成完整的 Pushover。注意若第二个显著情况在 4.1ft 发生，而非 3.9ft，则程序将能够保存此步且仍然满足对最大增量和最多步数的指定标准。

### 只保存正增量

此选项主要对在位移控制下的 Pushover 分析有意义。在极端非线性情况，特别是当框架铰卸载时，当结构试图从一失效构件重新分配力时，Pushover 曲线可能在监测位移上显示负增量。

用户可选择是否要只保存有正增量的步。负增量经常使 Pushover 曲线看起来令人糊涂。但是，观察这些曲线可提供分析和结构性能的内幕。

对于多数情况，除了收敛困难的分析，用户可选择只保存正增量。

## 非线性解控制

指定的施加荷载组合被增量的施加，使用尽可能多的步来满足平衡方程和产生所需保存的输出步数。

在每个时间步求解非线性方程。这可能需要重新形成和重新求解刚度矩阵，进行迭代直至解收敛。若不能实现收敛，则程序将步分割为更小的步再次运行。

用户可使用几个参数来控制迭代和子步过程。这些在下面描述。我们建议你用默认的参数值进行分析，除非你要做一个复杂结构的分析这样可以增加最大叠代数和最大空步数。

如果结构收敛困难，你可以试着调整一下叠代控制的参数。然而你也要考虑一下是否要修改一下结构的模型。导致不稳定的原因往往是由于支撑的不足、屈曲和过大的刚度。如果有丧失强度，确定它丧失强度是否是必须的并且负的刚度是取不到的。

### 最大总步数

这是分析中允许的最多步数。它可以包含保存的步和结果未被保存的中间子步。设置此值的目的是给用户对分析时间的控制。

以一个较小值开始，得到分析所用时间的认识。如果用户的分析在最大总步数里没有达到它的目标荷载或位移，用户能以比较大数目的步数再一次运行它，运行一次非线性静力分析的时间大致和总步数成正比。

## 最大空（零）步数

在非性求解过程中，空（零）步发生于：

- 一个框架铰试图卸载
- 一个事件（屈服、卸载等）引发另一事件
- 迭代不收敛和尝试了一较小的步

过多的空步数可能表示，由于灾难性的失效或数值敏感而导致求解停止。

用户可设置最多空（零）步数，这样若收敛困难，求解将结束。若用户不希望分析由于空步而结束，则设置此值等于最多总步数。

## 每步最大迭代数

迭代用来确保在分析的每一步达到平衡。在程序试图使用一个较小的子步前，用户可控制在每步允许的迭代数目。在多数情况默认值为 10 是适用的，尽管对于索结构推荐使用 25 到 100 次的迭代数目。

## 迭代收敛容差

迭代用来确保在分析的每一步建立平衡。用户可设置相对收敛容差，来比较作用在结构上的力值和它的误差。

对于大变形问题，用户可能需要使用比其他非线性类型小得多的收敛容差值，以得到好的结果。尝试减小此值，直至用户得到一致的结果。

## 事件到事件的叠代控制

非线性解算法对于框架铰使用“事件到事件”的策略。若用户模型中有大量的铰，则这会产生大量的求解步。事件凝聚容差用来将事件聚合在一起，从而减少求解时间。

当一个铰屈服或移至力一位移（弯矩—转动）曲线的另一段时，触发一个事件。若其他的铰接近经历自己的事件时，在事件容差内，他们将被视为好象他们到达了事件。这会引引起在力（弯矩）水平的小量误差，在这些水平发生屈服或节段的改变。

指定一个较小的事件容差将增加分析的准确性，代价是需要更多的计算时间。

你可以完全不用事件到事件的叠代方法，这样程序的分析叠代将在框架的铰上进行。如果模型中含有大量的铰这种放法对于分析是有帮助的，这种方法是不推荐用的，除非你希望结构构件有突然的强度损失。

## 铰卸载方法

此选项主要用于框架铰属性的 Pushover 分析，这个过程表现出突然的承载力下降。

当一个铰卸载时，程序必须找到去除铰所承担的荷载的方法，且可能重新分配至结构的其它部分。铰卸载发生在当应力—应变（力—变形或弯矩—转动）曲线表现出承载力的突降时，如经常假定从点 C 到点 D，或从点 E 到点 F（完全破坏）。

沿负斜率卸载在静力分析中可能是不稳定的，且不一定保证唯一解。在动力分析（和实际情况）中，惯性提供稳定性和唯一解。

对于静力分析，需要特殊的方法来解决这类不稳定问题。不同的方法对于不同的问题可能效果更好。不同的方法对于同样的问题可能产生不同的结果。SAP2000 提供了 3 种不同的解法来解决此类铰卸载问题，如下描述。

若所有的应力—应变斜率为正或零，不使用这些方法，除非铰经过点 E 且破坏。由几何效应引发的失稳不用这些方法处理。

**注意：**若在一个非线性时程分析中需要，SAP2000 将使用“施加—局部—重分配”的方法。

### 卸载整个结构

当一个铰达到应力—应变曲线的负斜率部分时，程序继续尝试着去增加施加的荷载。如果这样造成了增加应变（减少应力），则分析继续进行。如果应变试图反转，程序改为将整个结构上的荷载反转，直到铰完全被卸载到应力—应变曲线上的下个段。在此点，程序回复增加结构上的荷载。结构的其它部分现在可能捡起从卸载的铰去除的荷载。

卸载铰的荷载是否反转，取决于卸载铰的相对柔性同与该铰一起作用的结构的其他部分相比较。这是非常与问题相关的，但是它被程序自动检测。

此方法是在三个可用方法中最有效率的，而且通常是用户应该尝试的第一方法。如果铰卸载不需要对应用到结构中的荷载做大的减少，它通常工作得很好。如果两个铰竞相卸载，它将会失败（即，一个铰需要应用的荷载增加时而另一个要求荷载减少）。在这种情况下，分析将会停止并出现信息“找不到一个解”，这时用户应该试一试另外两个方法。

这个方法使用一个适度数目的空步数。

### 应用局部重分配

这个方法与卸载整个截面方法类似，但它不是卸载整个的结构，只是含有铰的单元被卸载。当一个铰在应力—应变曲线的负斜率部分上，而且应用荷载引起应变反转时，程序将使用暂时的、局部的、自平衡的内部荷载以卸载此单元。这将引起铰卸载。一旦铰卸载，暂时的荷载被反转，将移除的荷载传递到相邻单元。这个方法是想要模仿局部惯性力如何可以稳定一个快速卸载单元。



这个方法通常是三个可用方法中有效的，但是通常比第一个方法需要更多的步数，包括许多非常小的步以及许多空步。空步数上的限制应该通常被设定在允许总步数的 40%与 70%之间。

如果在同一个单元中两个铰竞相卸载，此方法将会失败（即，一个铰需要临时荷载增加时而另一个要求荷载减少）。在这种情况下，分析将会停止并出现信息“找不到一个解”，用户分割单元使铰被分开之后，可再试一次。检查 LOG 文件以查看哪些单元有问题。最简单的实现方法为通过指定框架覆盖项，选择在铰位置处进行自动的二次划分。

### 使用割线刚度重新开始

这个方法与其他两种十分不同。每当铰达到应力—应变曲线的负斜率部分，已经变为非线性的所有铰使用割线刚度属性来重定形，并且分析重新开始。

每个铰的割线刚度由应力应变曲线上从点 O 到点 X 的割线确定，这里：点 O 是在荷载工况（通常含由于重力荷载的应力）开始的应力应变点；点 X 是应力应变曲线上的当前点，如果斜率是零或正的，或是在应力—应变曲线的负斜率段的底部端点。

当荷载从分析的开始被重新施加时，每个铰沿着割线移动直到它达到点 X，在此之后该铰使用给定的应力—应变曲线继续。

这个方法与 FEMA273 指导方针建议的类似，当把 Pushover 分析视作大小增加的循环荷载而并非单调静力来推时，这是有意义的。

这个方法是在三个方法中效率最低的，需要增加的步数以目标位移的平方来增加。它又是最棒的（极少可能失败），如果重力荷载不太大。当一个铰的应力在重力荷载之下足够大而且从 O 到 X 的斜率是负值时，这个方法可能失败。另一方面，这个方法也可给出由于铰是以很小（几乎水平）负斜率而导致另外两种方法失败的解。

## 静力 Pushover 分析

非线性静力 Pushover 分析是一个特定的过程，用于地震荷载的基于性能的设计。

SAP2000 提供了 Pushover 分析需要的下列工具：

- 离散的、用户定义的框架铰的材料非线性。铰属性是考虑 Pushover 分析来生成的。默认铰属性基于 FEMA-356 准则来提供。见“第八章 框架铰属性”（第 91 页）。
- 非线性静力分析过程特别设计来处理在 Pushover 分析中常见的框架铰承载力的突然降低。见本章主题“铰卸载方法”（第 318 页）。
- 非线性静力分析过程允许位移控制，这样不稳定的结构可被推至期望的位移目标。见本章主题“荷载施加控制”（第 259 页）。
- 在交互式用户界面，产生和绘制 Pushover 曲线，包括在谱坐标中的需求和能力曲线。更多信息见交互式用户界面中的在线帮助工具。

- 在交互式用户界面，绘制和输出在Pushover分析的每一步的每个铰的状态。更多信息见“第八章 框架铰属性”（第 91 页）和交互式用户界面内的在线帮助工具。

除了这些特别的特性，可使用程序的全部非线性，包括非线性连接/支座性能、几何非线性和阶段施工。另外，用户并不被限于静力非线性分析：用户还可进行完整的非线性时程分析。

以下是使用 SAP2000 进行非线性静力分析的一般步骤：

1. 像其他任意分析一样，建立一个模型。
2. 定义框架铰属性并指定其给框架/索单元。
3. 定义钢或混凝土设计可能需要的任意荷载模式和静力与动力荷载工况，特别是使用默认铰时。
4. 运行设计需要的分析。
5. 若任何混凝土铰属性是基于程序计算的默认值时，用户必须进行混凝土设计，这样确定配筋。
6. 若任何钢铰基于程序对于自动选择框架界面计算的默认值，用户必须进行钢设计且接受程序选择的截面。
7. 定义 Pushover 分析所需的荷载模式，包括：
  - 重力荷载和其他可能在施加横向地震荷载前作用在结构的荷载。用户可能在前面对于设计已经定义了这些荷载模式。
  - 用来推结构的横向荷载。若用户准备使用加速度荷载或模态荷载，用户不需要任何新的荷载模式，虽然模态荷载需要用户定义一个模态荷载工况。
8. 定义 Pushover 分析使用的非线性静力荷载工况，包括：
  - 一系列的一个或多个使用荷载控制的从零开始施加重力和其他固定荷载的工况。这些工况包括阶段施工和几何非线性。
  - 从此系列开始并施加横向 Pushover 荷载的一个或多个 Pushover 工况。这些荷载应使用位移控制。被检测的位移通常位于结构的顶部，将用来绘制 Pushover 曲线。
9. 运行 Pushover 荷载工况。
10. 查看 Pushover 结果：绘制 Pushover 曲线、显示铰状态的变形形状、力和弯矩图形，且打印或显示用户需要的结果。
11. 按需要修改模型并重复。

用户应考虑几种不同的横向 Pushover 工况来代表可能在动力加载时发生的不同顺序的响应，这是很重要的。特别地，用户应在 X 和 Y 两个方向推结构，且可能在两者间有角度。对于非对称结构，在正和负方向推结构可能产生不同的结果。当在一给定的方向推结构时，用户可考虑水平荷载在竖向的不同分布，如在此方向的第 1 和第 2 模态。

## 阶段施工

阶段施工是一个特殊类型的非线性静力分析，程序需要单独的附加模块来实现此功能。

阶段施工允许用户定义一个阶段序列，在里面用户能够增加和去除部分结构、选择性地施加荷载到结构的一部分、以及考虑诸如龄期、徐变和收缩的时间相关的材料性能。阶段施工也被称为逐步施工、顺序施工，或分段施工。

通常，程序在使用所有荷载工况中对整个结构进行分析。如果用户不想进行阶段施工分析，用户可省略此主题其余的部分。

阶段施工被认为是一种非线性静力分析类型，因为在分析过程中结构会发生变化。然而，对材料和几何非线性的考虑是可选择的。因为阶段施工一种非线性静力分析类型，所以它可能是其他非线性静力分析和非线性直接积分时程荷载工况序列的一部分，它也可能被用作线性分析的刚度基础。

如果用户从一个阶段施工分析继续进行非线性分析，或者利用其刚度进行线性分析，只有阶段分析结束时所建立的结构会被使用。

### 阶段

对于每个非线性阶段荷载工况，用户可以定义一个阶段序列。分析按照定义的顺序来执行。在一个荷载工况中，用户可以指定任意数量的阶段。阶段施工也可以从一个荷载工况持续到另一个荷载工况。

对于每个阶段，用户需指定：

- 持续时间，以天为单位。它用于时间相关效应的分析。如果你不想在给定阶段考虑时间相关效应，设置持续时间为零。
- 任意数量的、需要添加到结构中的对象组，或者不添加（None）。如果考虑时间相关效应的话，可以在添加时指定对象的龄期。
- 任意数量的、需要从结构中删除的对象组，或者不删除（None）。
- 任意数量的、被指定荷载模式加载的对象组，或者不加载（None）。用户可以指定组内的所有对象（All）都被加载，或者只对本阶段添加到结构中的对象（Added）进行加载。
- 属性修正命名集可以指定到任意数量的框架或壳对象。更多信息参见“第七章 框架单元”和“第十章 壳单元”。
- 端部释放命名集可以指定到任意数量的框架对象。更多信息参见“第七章 框架单元”。
- 截面属性可以对任意数量框架、壳、钢束对象进行改变。

对象可以通过组或者单独进行指定。大多情况下，利用组对对象进行编辑是非常方便的，因而在对阶段施工荷载工况进行分析时，第一步根据需要建立合适的组，具体参见“第二章 对象和单元”中主题“组”（第6页）。注意程序默认包含一个“ALL”的组对

象，该组对象包含所有建立的对象。当一种操作只适用于一些对象类型时，只有组中这些类型对象会受影响。

当用户指定阶段施工时，分析开始于前一个荷载工况建立的结构。如果用户从零开始，开始时结构没有对象。

每个阶段按照定义好的阶段次序来进行分析，一个阶段分析包括两部分：

(1) 结构和荷载的改变被分析，这是瞬时发生的，即，分析可以使逐步的，但从材料的观点看来不存在时间占用。

(2) 如果指定了非零的持续时间，时间相关的材料效应将被分析。在这段时间，结构不改变，施加的荷载保持不变。然而，会发生内部应力重分布。

阶段的瞬时部分 (1) 按如下分析（也适用于只包含单个对象的组）：

- 当添加一组时，只有在组内的新对象（不是在结构中已存在的对象）被添加。对于添加的每一非节点对象，所有连接至此对象的节点被添加，即使他们没有明确地被包含在组里。
  - 删除组时，只有实际存在于结构的对象被删除。当对象被去除时，其刚度、质量、荷载和内力被从结构中去除，且用相等的力替代。这些力在分析过程中线性减少至零。当所有连接的对象被去除时，所有被自动添加的节点将被去除。
  - 如果改变了截面属性，按下述方式处理。
- 如果定义了指定命名集，进行相应处理
- 在分析过程中，所有指定的荷载将会线性增加。指定在组内 *Load Objects* 的荷载只作用在实际存在于结构中的对象，或者是在此阶段被添加的对象。指定在组内 *Load Object Added* 的荷载只施加到本阶段增加的对象。

如果一个对象包含在一个以上的被添加或被移除的组内，对象只能被添加或被去除一次。它是被添加还是被去除，取决于按用户指定顺序哪个操作最后发生。例如，如果一个对象被包括在 3 个用来添加的组内和 1 个用来去除的组内，该阶段中最后指定的操作为去除组，则对象将被去除。改变截面属性的操作与移除和添加相似，程序将按照用户指定的操作顺序执行添加或者删除。更多信息参见下文。。

如果一个对象被包括在多于一个将被加载的组内，对象会多次加载。

荷载应用必须通过荷载控制，不允许位移控制。

### 修改截面属性

修改截面属性主要是用于模拟同一结构的多种形态。可以通过改变新加的、无应力对象的属性实现。用户也可以改变有应力对象的截面属性，用户必须准确知道修改截面特性对结构分析带来的影响，这样才保证实现预期的结果。

对象的截面属性修改过程如下：

- 如果对象已经存在，属性被移除并替换为等价力，保证结构不发生变形。
- 重新添加对象并赋予新的截面属性，但此时无应力及其他外荷载作用（尽管在删除对象前可能作用在该对象上）。即使结构中以前并没有该对象，仍然将其添加到结构中。
- 如果存在等效力，反向施加到对象上，这时对象将变形并造成结构产生变形。

由于之前的荷载已经被丢弃，用户通常要在截面特性发生变化时，重新给对象施加自重。

这种操作实质上是去掉有应力对象，用一个无应力对象替代。在模拟删除无应力对象时，用户可以在改变截面属性之前对该对象施加力进行卸载。

修改截面属性是一个非常有用的分析手段。然而，对象在显示、输出及设计时程序将按初始截面属性处理。

## 输出步

输出步的说明与本章前面描述主题“输出步”（第 269 页）类似，除了用户可以对每个阶段的两部分单独地控制用来保存的步的数量：

（1）在结构改变和施加瞬时荷载期间，保存多少步

（2）在对龄期、徐变和收缩的时间相关分析期间，保存多少步对每个阶段这两个部分所要求的步数在荷载工况内的所有阶段相同。

**重要！**用于时间相关分析的时间步是基于保存步数的。对于由徐变和收缩可能产生大量应力重分布的非静定结构，使用足够小的时间步是重要的，特别是对结构的初期可能产生大变化。用户可以用增加保存步数量来重新运行分析，直到用户对收敛结果满意。

## 例题

我们来建立一个简单桥模型。定义 5 组：“BENTS”、“DECK1”、“DECK2”、“SHORING”和“APPURTS”。结构可以是线性的或非线性的，混凝土材料假定为时间相关属性。

同时定义三个荷载模式：

- “GRAVITY”，施加恒荷载
- “TENSION”，施加后拉索荷载

- “EQUIPMENT”，施加桥面板上的临时施工设备重量定义一个称为“BUILD”的阶段施工荷载工况，从零开始，且有以下阶段：
  1. (a) 添加具有 10 天龄期的组“BENT”。
    - (b) 施加荷载“GRAVITY”到组“ALL”内增加的单元。
    - (c) 不需要考虑时间相关效应——可以假设这些在头 10 天已经发生。
  2. (a) 添加具有 10 天龄期的组“SHORING”。
    - (b) 施加荷载“GRAVITY”到组“ALL”内增加的单元。
    - (c) 对于支撑不需要考虑时间相关效应。
  3. (a) 添加具有 0 天龄期（湿混凝土）的组“DECK1”。
    - (b) 施加荷载“GRAVITY”到组“ALL”内增加的单元。
    - (c) 施加荷载“EQUIPMENT”到组“DECK1”内所有的单元。
    - (d) 对于龄期、徐变和收缩，允许 3 天的持续时间。
  4. (a) 添加具有 0 天龄期（湿混凝土）的组“DECK2”。
    - (b) 施加荷载“GRAVITY”到组“ALL”内增加的单元。
    - (c) 施加荷载“EQUIPMENT”到组“DECK1”内所有的单元（使用-1.0 的比例系数）。
    - (d) 施加荷载“EQUIPMENT”到组“DECK2”内所有的单元。
    - (e) 对于龄期、徐变和收缩，允许 3 天的持续时间。
  5. (a) 从组“DECK2”中的所有单元去除荷载“EQUIPMENT”（使用-1.0 的比例系数）。
  6. (a) 去除组“SHORING”。
    - (b) 对于龄期、徐变和收缩，允许 3 天的持续时间。
  7. (a) 添加具有 10 天龄期的组“APPURTS”。
    - (b) 对于龄期、徐变和收缩，允许 30 天的持续时间。
  8. (a) 对于龄期、徐变和收缩，允许 300 天的持续时间。
  9. (a) 对于龄期、徐变和收缩，允许 3000 天的持续时间。

添加几个具有增加时间长度的阶段在最后，其原因是为了得到在增长时间步长的长期效应，既然输出步数对所有的阶段都相同。

工况“BUILD”现在能够用来定义任何数量的线性分析的刚度矩阵，包括模态、反应谱、移动荷载，以及其他类型。为改进的目的，用户也可以用一个对于地震荷载的非线性直接积分时程分析，或甚至更多可能包含 Pushover 分析或更多阶段施工的非线性静力工况来继续工况“BUILD”。

## 目标力迭代

当包含目标力荷载的荷载模式应用在静力非线性荷载工况中时，程序迭代变形荷载以达到目标力。在阶段施工分析中，迭代发生在有目标力荷载存在的阶段中。

当单元被指定了目标力荷载后，试验变形荷载将被应用到此单元上，在完全非线性分析（或者阶段施工）中执行。在分析的最后，假定达到了平衡的容差，目标单元上的荷载与期望值进行比较。计算相对容差：所有单元的目标力与实际力的差去除两者较大值的均方根。如果此误差大于用户指定的相对容差，修正变形荷载，再次执行非线性分析（阶段施工），直到误差小于相对容差，或者达到最大迭代次数。

作为静力非线性工况的一部分，用户通过指定下列参数来控制目标力迭代：

- 相对收敛容差：此项为用户能够接受的目标力的误差。由于目标荷载代表用户期望值，而不是像平衡方程一样的必须要求。推荐使用较大值例如从 0.01 到 0.10。
- 最大迭代次数：对于一些结构要求较多的迭代次数。但是每次迭代都要花费一定的时间。要以一个适度值开始，例如 5 到 10，若需要再增加次数。
- 如果不收敛是否继续分析：由于达到目标力并不是必须要求，有时甚至是不可能的。如果没有达到目标力，用户可以选择继续进行分析。

当单元被指定了目标力荷载后，试验变形荷载将被应用到此单元上，在完全非线性分析（或者阶段施工）中执行。在分析的最后，假定达到了平衡的容差，目标单元上的荷载与期望值进行比较。计算相对容差：所有单元的目标力与实际力的差去除两者较大值的均方根。如果此误差大于用户指定的相对容差，修正变形荷载，再次执行非线性分析（阶段施工），直到误差小于相对容差，或者达到最大迭代次数。

用户应对其期望的目标力迭代值选取一个切合实际的值。用户不能在一个静定结构中指定目标力，如桁架结构。如果指定目标力荷载的单元与非常柔的支撑相连，或者与其他指定了目标力的单元相连，收敛速度会很慢。较刚的静不定结构会得到一个较好的结果。

目标力荷载可以和其他荷载共同作用到结构上。然而，为了使结构分析更容易收敛，最好单独施加目标力荷载并且作为一个荷载工况。

更多信息：

- 参见“第七章 框架单元”主题“目标力荷载”（第 89 页）
- 参见“第九章 索单元”主题“目标力荷载”（第 107 页）
- 参见“第十七章 荷载模式”主题“目标力荷载”（第 206 页）





## 第二十四章 非线性时程分析

时程分析是结构对于可能随时间变化的荷载所作出的动力响应的逐步分析。分析可以是线性或非线性的。本章描述了只应用于非线性时程分析的概念。用户应该首先阅读“第二十一章 线性时程分析”（第 239 页），其描述了对于所有时程分析适用的概念。

### 高级主题

- 概述
- 非线性
- 加载
- 初始条件
- 时间步
- 非线性模态时程分析（FNA）
- 非线性直接积分时程分析

### 概述

时程分析用来确定结构对于任意荷载的动力响应。需要解的动力平衡方程为：

$$\mathbf{K}\mathbf{u}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) = \mathbf{r}(t)$$

其中  $\mathbf{K}$  为刚度矩阵； $\mathbf{C}$  为阻尼矩阵； $\mathbf{M}$  为对角质量矩阵； $\mathbf{u}$ 、 $\dot{\mathbf{u}}$ 、 $\ddot{\mathbf{u}}$  为结构的位移、速度和加速度； $\mathbf{r}$  为所施加的荷载。若荷载包括地面加速度，则位移、速度和加速度是相对于此地面运动的。

可定义任意数量的时程荷载工况。每个时程工况所施加的荷载及所使用的分析类型可不同。

确定时程分析的类型有几个选项：

- 线性或非线性
- 模态和（或）直接积分：这是两种不同的解法，各有利弊。在理想情况下，对于给定的问题两种解法将产生相同的结果。
- 瞬时的或周期的：瞬时分析考虑施加的荷载为一次事件，有起点和终点。周期分析考虑荷载无限重复，且衰减掉所有瞬时的响应。

在非线性分析中，刚度、阻尼和荷载均可根据位移、速度和时间进行定义。这需要对运动方程的迭代求解。

在阅读关于非线性分析的本章前，用户应先阅读描述了适用于所有时程分析概念的“第二十一章 线性时程分析”（第 239 页）。

## 非线性

在 SAP2000 中有以下类型的非线性：

- 材料非线性
  - 在连接/支座单元中不同类型的非线性
  - 在框架单元中的拉和（或）压极限
  - 框架单元内的塑性铰
- 几何非线性
  - P- $\Delta$  效应
  - 大变形效应

对于非线性直接积分时程分析，可考虑所有可能的非线性。

对于非线性模态时程分析，只包括连接/支座单元的非线性行为。若此分析所使用的模态是从一非线性分析的结尾得到，则所有其他类型的非线性被锁定至在那个非线性分析结束时的状态。

## 加载

对于非线性时程分析的加载与线性时程分析所使用的是相同的。

更多信息：

- 参见“第二十一章 线性时程分析”主题“荷载”（第 240 页）。

## 初始条件

初始条件描述结构在一个时程分析开始时的状态，包括：

- 位移和速度
- 内力和应力
- 非线性单元的内部状态变量
- 结构的能量值
- 外部荷载

加速度不被认为是初始条件，而是从平衡方程中计算。

对于非线性分析，用户可指定在分析开始时的初始条件。用户有两个选项：

- 零初始条件：结构的位移和速度为零，所有单元无应力，且无非线性变形的历史。
- 从前一个非线性分析继续：前面一个分析的位移、速度、应力、荷载、能量，和非线性状态历史被继承。

当从前一个非线性工况继续时，有一些限制：

- 非线性静力时程工况和非线性直接积分时程工况可以在任意的组合中链接，即两种类型分析互相兼容。

- 非线性模态时程分析 (FNA) 工况只可从其他 FNA 工况继续, 这些工况使用从相同的模态荷载工况得到的模态。

当从前一个工况继续时, 对现在工况指定的所有施加的荷载是增量的, 即他们被加在前一工况已存在的荷载之上。

当进行一个非线性时程分析时, 如对于地震荷载, 经常需要从一个非线性静力状态开始, 如由于重力荷载。对于非线性直接积分时程分析, 用户可从一个非线性静力荷载工况继续。但因为 FNA 分析只可从其他 FNA 分析继续, 需要特别考虑如何用 FNA 来模拟静力加载。

更多信息:

- 参见主题“非线性模态时程分析(FNA)” (第 275 页)。  
注意, 线性时程分析总是从零初始条件开始。

## 时间步

输出时间步的选择对于线性和非线性时程分析是相同的。

更多信息:

- 参见“第二十一章 线性时程分析”主题“时间步” (第 243 页)。  
和线性分析一样, 非线性分析将在每一输出时间步内部求解运动方程。另外, 用户可指定一个小于输出时间步的最大子步长, 来减少非线性迭代数量, 且增加直接积分分析的准确度。当察觉到收敛较慢时, 程序也可自动选择较小的子步长。

## 非线性模态时程分析(FNA)

在 SAP2000 中的非线性时程分析方法是由 Wilson (Ibrahimbegovic 和 Wilson, 1989; Wilson, 1993) 开发的快速非线性分析 (FNA) 的延伸。此方法十分有效, 且针对主要是线弹性的结构使用而设计, 但结构中可以有有限数量预定义的非线性单元。对于 FNA 方法, 所有的非线性只限于连接单元。随后将简略介绍此方法。

线弹性结构的动力平衡方程如下, 具有承受任意荷载的预定义非线性连接单元:

$$\mathbf{K}_L \mathbf{u}(t) + \mathbf{C} \dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{r}_N(t) = \mathbf{r}(t)$$

其中  $\mathbf{K}_L$  为线弹性单元 (除了连接单元的所有单元) 的刚度矩阵;  $\mathbf{C}$  为对角质量矩阵;  $\mathbf{r}_N$  为连接单元的从非线性自由度而来的力向量;  $\mathbf{u}$ 、 $\dot{\mathbf{u}}$ 、 $\ddot{\mathbf{u}}$  为相对于地面的相对位移、速度和加速度;  $\mathbf{r}$  为施加荷载向量。对于  $\mathbf{r}$  的定义, 见“第二十一章 线性时程分析”主题“荷载” (第 240 页)。

## 初始条件

对于初始条件的一般性讨论见本章主题“初始条件” (第 274 页)。

因为 FNA 分析只可从其他 FNA 分析继续，需要特别考虑如何用 FNA 来模拟在动力分析前作用在结构的静力荷载。

使用 FNA 来进行静力分析实际上很简单。荷载在大阻尼下被拟静态（非常慢）地施加。定义一个拟静态的 FNA 分析：

- 定义一个斜坡类型的时程函数，在相对结构第一周期较长（如 10 倍）的时间段上，从 0 到 1 线性增加，且在相等的时间段上保持恒定。称此函数为“RAMPQS”
  - 定义一个非线性模态时程（FNA）工况：
  - 称此工况为“HISTQS”
  - 从 0 或其他 FNA 工况开始
  - 使用函数“RAMPQS”施加期望的荷载模式
  - 使用几个或用户需要的多个时间步，但确认总时间至少为函数“RAMPQS”上坡时间的两倍
  - 使用高模态阻尼，如 0.99
- 用户可使用工况“HISTQS”作为其他 FNA 工况的初始条件。

对于某些连接/支座单元，特别是缝、钩和摩擦类型，其属性强烈依赖于作用在单元的总的力或位移，此方法对于非线性分析是特别有效的。

### 连接/支座有效刚度

出于分析目的，对于非线性单元的每一自由度，定义一个**线性有效刚度**。在非线性自由度的有效刚度是任意的，但一般在零和此自由度的最大非线性刚度间变化。

平衡方程可以重写如下：

$$\mathbf{K}\mathbf{u}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) = \mathbf{r}(t) - [\mathbf{p}_N(t) - \mathbf{K}_N\mathbf{u}(t)]$$

其中  $\mathbf{K}=\mathbf{K}_L+\mathbf{K}_N$ ， $\mathbf{K}_L$  为所有线性单元和连接/支座单元线性自由度的刚度， $\mathbf{K}_N$  为所有非线性自由度的线性有效刚度。

更多信息：

- 参见“第十四章 连接/支座单元——基础篇”（第 157 页）。

### 模态叠加

使用完整的刚度矩阵  $\mathbf{K}$  和质量矩阵  $\mathbf{M}$  进行模态分析。*强烈建议使用 Ritz 向量方法进行模态分析。*

使用标准的技术，以模态形式的平衡方程如下：

$$\mathbf{\Omega}^2\mathbf{a}(t) + \mathbf{\Lambda}\dot{\mathbf{a}}(t) + \mathbf{I}\ddot{\mathbf{a}}(t) = \mathbf{q}(t) - \mathbf{q}_N(t)$$

其中  $\Omega^2$  是结构频率平方的对角矩阵，由下式给出：

$$\Omega^2 = \Phi^T \mathbf{K} \Phi$$

$\Lambda$  是模态阻尼矩阵，假设是对角的：

$$\Lambda = \Phi^T \mathbf{C} \Phi$$

$\mathbf{I}$  为单位矩阵，满足：

$$\mathbf{I} = \Phi^T \mathbf{M} \Phi$$

$\mathbf{q}(t)$  为所施加的模态荷载向量：

$$\mathbf{q}(t) = \Phi^T \mathbf{r}(t)$$

$\mathbf{q}_N(t)$  为来自非线性单元的模态力：

$$\mathbf{q}_N(t) = \Phi^T [\mathbf{r}_N(t) - \mathbf{K}_N \mathbf{u}(t)]$$

$\mathbf{a}(t)$  为模态位移振幅向量：

$$\mathbf{u}(t) = \Phi \mathbf{a}(t)$$

$\Phi$  为模态形状矩阵。

应当注意，与线性动力分析不同，上面模态方程是耦合的。一般地，非线性力  $\mathbf{q}_N(t)$  将耦合模态，因为他们是模态位移  $\mathbf{a}(t)$  的函数。

这些模态方程的解依赖于能够用模态力  $\mathbf{q}_N(t)$  充分代表非线性力，这个理解是非常重要的。这不是自动的，需要以下的特别的考虑：

- 在所有非线性自由度应有质量和（或）质量惯性矩。
- 除非使用特征向量能够找到所有可能的结构模态，否则应使用 Ritz 向量方法来确定模态。
- 对于每一独立的非线性自由度，Ritz 初始向量应包括一个非线性变形荷载。
- 应寻求足够数量的 Ritz 向量，来完全捕捉非线性单元内的变形。

更多信息：

- 参见“第十九章 模态分析”主题“Ritz向量分析”（第 223 页）。
- 参见“第十四章 连接/支座单元——基础篇”（第 157 页）。

### 模态阻尼

与线性模态时程分析一样，用非耦合模态阻尼来模拟结构中的阻尼。每一模态有一个阻尼比  $\xi$ ，用临界阻尼的分数计量且需满足：

$$0 \leq \xi < 1$$

模态阻尼有 2 个不同的来源，如下描述。从这些来源的阻尼被加在一起。程序自动确认此和小于 1。

**重要注释：**对于线性模态时程分析，也使用了在连接/支座单元的线性有效阻尼。然而，其在非线性时程分析中没有被使用。

### 来自荷载工况的模态阻尼

对于每个非线性模态时程荷载工况，用户可指定模态阻尼比为：

- 对于所有模态是恒定的
- 用周期或频率线性插值。用户可指定在一系列频率或周期点的阻尼。在指定的点间阻尼被线性插值。在指定的范围外，阻尼比为恒定的并与最近的指定点的值相同。
- 质量和刚度比例。这种模拟直接积分使用的比例阻尼，但阻尼值不允许超过 1。

另外，用户可选择指定阻尼覆盖项。这些指定的值将代替上面一种方法的阻尼，对于特定的模态使用。使用阻尼覆盖项较少见。

要重视的是，模态阻尼的假定是相对于总刚度矩阵  $\mathbf{K}$  的，其包括了来自非线性单元的有效刚度。若使用非零模态阻尼，则对于这些单元指定的有效刚度是重要的。选择有效刚度时，应保证被指定了这些阻尼的模态是真实的。

一般建议使用单元的初始刚度为有效刚度，或使用从期望最大位移值测试得到的割线刚度。初始开缝和钩单元及所有阻尼器单元一般应被指定零有效刚度。

### 来自材料的复合模态阻尼

若有对材料指定的模态阻尼比，被自动转换为复合模态阻尼。忽略在模态间的任何交叉阻尼。这些模态阻尼值一般对每个模态都不同，取决于每一模态对由不同材料组成单元引发的变形。

### 迭代求解

非线性模态方程在每一时间步被迭代求解。程序假定方程的右侧在一个时间步内线性变化，在每一迭代中使用准确的、闭合形式的积分来求解这些方程。继续这些迭代直至收敛。对于每一次迭代，使用线性搜索来测定最适合的位移。首先采用常刚度迭代，如果失败，使用牛顿-拉普森迭代。如果仍然不能收敛，程序再次将时间步长分割成更小的子步进行求解。*线性搜索的算法法则的应用为程序的新特点，可能会导致分析结果和以前版本计算的结果有微小的变化。*

用户可使用几个参数来控制迭代过程。一般地，建议使用默认值，因为这将解决多数问题。若不能收敛，得到不准确的结果，或求解时间太长，改变这些控制参数可能会改善。然而，用户应首先检查已经指定了合理的荷载和属性，且得到正确的模态，最好使用 Ritz 向量方法。

如果结构收敛困难，你可以试着调整一下叠代控制的参数。然而你也要考虑一下是否需要修改一下结构的模型。导致不稳定的原因往往是由于支撑的不足、屈曲和过大的刚度。如果有丧失强度，确定它丧失强度是否是必须的并且负的刚度是取不到的。

可控制迭代和子步分割的参数如下：

- 相对力的收敛容差， $ftol$
  - 相对能量的收敛容差， $etol$
  - 最大允许子步长， $dtmax$
  - 最小允许子步长， $dtmin$
  - 对于小子步允许的最多力迭代数， $itmax$
  - 对于大子步允许的最多力迭代数， $itmin$
  - 收敛系数， $cf$
- 这些参数在迭代中使用，子步算法描述如下。

### 力收敛检验

每一长度为  $dt$  的时间步被分割至达到收敛所需要的子步。在每一子步，求解被迭代，直至模态方程右侧的变化（以右侧的分数表示）小于力容差  $ftol$ 。若在允许的迭代数目中此情况不发生，则二等分子步，重新进行迭代。

$ftol$  的默认值为  $10^{-5}$ 。必须满足  $ftol > 0$ 。

### 能量收敛检验

若在允许的迭代步数内力收敛，则对由非线性力作的功和模态平衡方程中其他力作的功进行比较。若差异（以总功的分数表示）大于能量容差  $etol$ ，则二等分子步，重新进行迭代。

此能量检验从本质上计量非线性力在时间步上的变化与线性有多近。其对于检查线性行为的突然变化特别有用，如缝的开和闭，或屈服和滑移的开始。设置  $etol$  大于 1 将关闭此能量检验。

$etol$  的默认值为  $10^{-5}$ 。必须满足  $etol > 0$ 。

### 最大和最小子步长

当子步同时满足力和能量收敛标准时，接受子步的结果，使用前一个子步长度的两倍来尝试下一个子步。子步大小不超过  $dtmax$ 。

当因为没有满足力或能量收敛而二等分子步时，所产生的子步大小不被设置为小于  $dtmin$ 。若失败的子步大小已经是  $dtmin$ ，则对于现在时程分析中余下时间步的结果被设置为零，且给出一个警告信息。

$dtmax$  的默认值为  $dt$ 。 $dtmin$  的默认值为  $dtmax \cdot 10^{-9}$ ，其必须满足  $0 < dtmin \leq dtmax \leq dt$ 。

### 最大迭代数目

对于力迭代允许的最大数在  $itmin$  和  $itmax$  间变化。一个给定子步的实际迭代数由程序自动选择，来达到在迭代和子步分割间的平衡。对于较小的子步，迭代数目趋向于较大。

$itmin$  和  $itmax$  的默认值分别为 2 和 100。其必须满足  $2 \leq itmin \leq itmax$ 。

### 收敛系数

可通过设置收敛系数  $cf$  为一个小于 1 的值，来使用力迭代的松弛 (Under-relaxation)。较小的值增加迭代的稳定性，但需要更多的迭代来实现收敛。这一般只在具有非线性阻尼指数的阻尼器类单元存在时需要。指定  $cf$  值大于 1 将减少对于某些问题的迭代数量，但可能引发迭代的失稳，因此不建议。

$cf$  的默认值为 1。其必须满足  $cf > 0$ 。

### 静态周期

一般地，所有模态作为动态来处理。在每一时间步，动态模态的响应包括两部分：

- 强迫响应，直接与模态荷载成正比
- 瞬时响应，是振动的，且依赖于在时间步开始时结构的位移和速度。

用户可选择指定高频（短周期）模态被看作静态的，这样他们在荷载作用下没有任何瞬时响应。这通过指定一个静态周期  $tstat$  来实现，这样所有周期小于  $tstat$  的模态被考虑为静态模态。 $tstat$  的默认值为零，意味所有模态是动态的。

虽然  $tstat$  可用于任何非线性时程分析，其最主要用于拟静力分析。若对于一个分析，默认的迭代参数无效，则用户可使用下面的参数作为一个起始点：

- $tstat$  大于结构最长的周期
- $itmax = itmin \geq 1000$
- $dtmax = dtmin = dt$
- $ftol \leq 10^{-6}$
- $cf = 0.1$

这使得所有模态被看作静态的，且使用迭代而非子步分割来求解。达到收敛的参数选择是很依赖于问题本身，且用户对于每一不同的模型应尝试寻找最佳值。

### 非线性直接积分时程分析

在 SAP2000 中，可使用不采用模态叠加的对完整运动方程的直接积分。虽然模态叠加一般更准确和有效，但直接积分对线性问题提供了以下的优点：

- 可考虑模态耦合的完全阻尼
- 对于产生大量模态的撞击和波传播问题，可用直接积分更有效地求解。
- SAP2000 中的所有非线性可以被包含在非线性直接积分时程分析中。



直接积分结果对于时间步长十分敏感，而对于模态叠加则不是这样。用户总可用减小的时间步来运行直接积分分析，直至步的大小使结果不再变化。

### 时间积分参数

关于时间积分参数的信息见主题“非线性直接积分时程分析”（第 245 页）。与和线性分析同样的考虑也适用于此。

若用户的非线性分析收敛有困难，可使用  $\alpha=-1/3$  的 HHT 方法来得到一个初始解，然后使用减小的步长和  $\alpha$  值重新运行分析，来得到更准确的结果。

### 非线性

所有已在模型中定义的材料非线性将在非线性直接积分时程分析中考虑。

用户可选择所考虑的几何非线性的类型：

- 无
- P- $\Delta$  效应
- 大变形效应

若用户从前一个非线性分析继续，则强烈建议用户对于现在工况选择和前一个工况相同的几何非线性参数。

更多信息：

- 参见“第二十二章 几何非线性”（第 247 页）。

### 初始条件

对于初始条件的一般讨论见本章主题“初始条件”（第 260 页）。

用户可从一个非线性静力分析或另一个非线性直接积分时程分析继续一个非线性直接积分时程分析。强烈建议用户对于现在工况选择和前一个工况相同的几何非线性参数。

### 阻尼

在直接积分时程分析中，结构中的阻尼用完整的阻尼矩阵来模拟。和模态阻尼不同，这允许考虑模态间的耦合。

直接积分阻尼有两个不同的来源，如下描述。从这些来源的阻尼被加在一起。

**重要注释：**对于线性直接积分时程分析，连接/支座单元的线性有效阻尼也被使用。然而，在非线性直接积分时程分析中没有使用。

### 来自荷载工况的比例阻尼

对于每个直接积分时程荷载工况，用户可指定施加于整个结构的比例阻尼系数。使用用户指定的一个系数  $c_K$  来比例调整刚度矩阵，使用另一个用户指定的系数  $c_M$  来比例调整质量矩阵，阻尼矩阵作为两个调整后的矩阵的线性组合来计算。

用户可直接指定这两个系数，或可通过指定在两个不同周期或频率的等效临界阻尼的分数来计算。

对结构中每个非线性单元，系数  $c_K$  乘以初始刚度矩阵，即单元在零初始条件的刚度，无论用于开始分析的非线性状态。此规则的例外是，如果当前非线性状态具有零刚度和零内力或应力（例如开裂的混凝土材料），则假定零阻尼。在正方向负方向加载时零初始刚度不同时，使用较大的刚度。

对索单元，阻尼矩阵与一个等价桁架（沿当前弦具有同样轴向刚度  $(AE/L)$ ）单元刚度矩阵成正比，这里  $L$  是未变形长度。

刚度比例阻尼和频率成线性比例，和结构中的变形相关。刚度比例阻尼可极大程度的衰减掉高频分量。

刚度比例阻尼使用结构在每一时间步当前的、切线刚度。这样一个屈服的单元比一个弹性的单元有更小的阻尼。类似地，只有在缝单元闭合时，其才有刚度比例阻尼。

质量比例阻尼和周期成线性比例，好像结构在粘性液体中移动，其和结构的运动相关。质量比例阻尼可极大程度的衰减掉长周期分量。

### 来自材料的比例阻尼

用户可以对单独的材料指定刚度和质量比例阻尼系数。例如，用户对于土壤材料可使用比钢或混凝土大的系数。这些系数的解释和上面荷载工况阻尼中的是一样的。用户应确认不要在荷载工况和材料中都包含相同的阻尼以免重复计入。

### 迭代求解

非线性方程在每一时间步用迭代求解。这可能需要重新形成和重新求解刚度和阻尼矩阵。继续这些迭代直至解收敛。

对于每一次迭代，使用线性搜索来测定最适合的位移。首先采用常刚度迭代，如果失败，使用牛顿-拉普森迭代。如果仍然不能收敛，程序再次将时间步长分割成更小的子步进行求解。*线性搜索的计算法则的应用为程序的新特点，可能会导致分析结果和以前版本计算的结果有微小的变化。*

如果结构收敛困难，你可以试着调整一下叠代控制的参数。然而你也要考虑一下是否要修改一下结构的模型。导致不稳定的原因往往是由于支撑的不足、屈曲和过大的刚度。如果有较丧失强度，确定它丧失强度是否是必须的并且负的刚度是取不到的。

用户可使用几个参数来控制迭代和子步分割过程。这些在下面描述。

### 最大子步长

分析总在每一输出步和每个定义了输入时程函数的时间步停止。另外用户可以对积分设置步长的上限。例如，假定用户的输出时间步为 0.005，用户的输入时间步也定义为 0.005 秒。若用户设置最大的子步长为 0.001，程序将在内部对于每个保存的输出时间步取 5 个积分子步。若迭代收敛需要，程序将自动的使用均等较小子步。

直接积分方法的准确性对于积分时间步十分敏感，特别对于刚性（高频）响应。用户应试图减小最大子步长，直至得到一致的结果。用户可以固定输出步长，来防止存储过量的数据。

### 最小子步长

当非线性迭代不能在指定的最多迭代步数内收敛时，程序自动减小现有步长且重新尝试。用户可限制程序使用的最小子步长。若程序试图减小步长至小于此界限，则程序将停止并显示收敛失败。

### 每步最大迭代数

使用迭代来确保在分析的每一步建立平衡。在每一步中常数刚度叠代首先尝试，如果不收敛，牛顿辛普森方法将被使用，如果两种方法都不收敛，程序自动减小现有步长且重新尝试。

你可以为常数刚度和牛顿辛普森方法分别指定叠代的数量。不设置任何参数为零。设置参数为零将由程序自动指定叠代数量和叠代方法。常刚度法比牛顿辛普森方法收敛速度快，但是牛顿辛普森方法将更容易收敛，特别对于索和几何非线性分析。默认的参数在大多数情况下都有效。

### 迭代收敛容差

使用迭代来确保在分析的每一步建立平衡。用户可设置相对收敛容差，用来比较力误差量和作用在结构的力值。

对于大位移问题，用户可能需要使用比其他类型非线性显著较小的收敛容差值，来得到好结果。尝试减小值，直至用户得到一致的结果。

### 线性搜索控制

每一次叠代，程序将线性的搜索下一步对结构施加的最优的位移，这将增加每一步的计算时间，但是会使总的循环数减小，得到更好的收敛性。运用线性搜索的算法是程序的新特性，会使程序的计算结果和以前的版本有细微的差别。

你可以控制下面的参数：

- 每步的最大搜索次数：运用这个参数来限制每一步搜索的次数，通常设置 5-40 的范围，如果设置 0 将取消线性搜索。

- 线性搜索相对容差：分析向下连续的进行直到最小的容差找到，最大线性搜索数目达到，或者容差相对的变化小于我们这里设置的值。通常设置的范围为 0.02 到 0.5。这个值不能太小，因为他的目的就是为了改变下一次循环。
- 线性搜索步系数：对于每一次线性搜索，分析向下连续的进行并且步长被线性搜索步系数折减，直到最小的容差找到，最大线性搜索数目达到，或者收敛容差满足。如果减小步长没有减小误差，步长将按照程序原来的步长。这个系数一般大于 1.0，但是通常不会大于 2。

## 第二十五章 频域分析

频域分析基于对结构在简谐变化荷载下动力反应的分析。当前有两种类型的频域分析：确定性稳态分析和概率功率谱密度分析。

### 高级主题

- 概述
- 简谐运动
- 频域
- 阻尼
- 荷载
- 频率步
- 稳态分析
- 功率谱密度分析

### 概述

频域分析基于对结构在简谐变化荷载下动力反应的分析。该分析是在一个或多个频率处进行的。在各频率处，荷载随时间按正弦或余弦函数变化。有两种类型的频域分析可以使用：稳态分析和功率谱密度分析。稳态分析计算各个所要求的频率下的确定性响应。荷载可能具有作用于不同相位角的分量。这些相位角可以由计算得到并可以被显示出来。

功率谱密度分析基于荷载的概率谱。该分析计算各个响应分量的概率谱。此外，给出各个响应分量的单个概率期望值，该值是概率谱的平方均值方根（RMS）。该荷载可能有作用在不同相位角的分量。但是对概率响应不保留相位信息。

可以指定滞回和粘滞阻尼。如果定义了连接或支撑单元的频率相关属性，在分析中可以考虑。所有的分析都是在复数域中完成。

### 简谐运动

简谐荷载的形式为  $\mathbf{r}(t) = \mathbf{p}_0 \cos(\omega t) + \mathbf{p}_{90} \sin(\omega t)$ ，这里  $\omega$  是激励的圆频率。假定荷载在所有时间总是存在，因此响应的瞬时部分将会消失。换言之，达到了稳定状态。空间分布的荷载包括两个部分：相位内分量  $\mathbf{p}_0$ ，和 90 度相位外分量  $\mathbf{p}_{90}$ 。荷载的空间分布不是随时间变化的函数。

结构的平衡方程可表示为如下形式：

$$\mathbf{K}\mathbf{u}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) = \mathbf{r}(t) = \mathbf{p}_0 \cos(\omega t) + \mathbf{p}_{90} \sin(\omega t)$$

这里， $\mathbf{K}$  是刚度矩阵， $\mathbf{C}$  是粘滞阻尼矩阵， $\mathbf{M}$  是对角质量阵， $\mathbf{u}$ 、 $\dot{\mathbf{u}}$ 、 $\ddot{\mathbf{u}}$  为节点位移、速度和加速度。

## 频域

该方程用复数形式表达更为简单。荷载表示为：

$$\bar{\mathbf{r}}(t) = \bar{\mathbf{p}} \exp(i\omega t) = \bar{\mathbf{p}}(\cos(\omega t) + i \sin(\omega t))$$

这里的上划线表示复数量。实余弦项表示相位内分量。虚正弦项表示 90 度相位外分量。

该方程的稳态激励解要求节点位移为同一形式：

$$\bar{\mathbf{u}}(t) = \bar{\mathbf{a}} \exp(i\omega t) = \bar{\mathbf{a}}(\cos(\omega t) + i \sin(\omega t))$$

将其代入运动方程，得到：

$$[\mathbf{K} + i\omega\mathbf{C} - \omega^2\mathbf{M}]\bar{\mathbf{a}} = \bar{\mathbf{p}}$$

可以定义一个复数阻抗矩阵：

$$\bar{\mathbf{K}} = \mathbf{K} - \omega^2\mathbf{M} + i\omega\mathbf{C}$$

这里实部表示刚度和惯性效应。虚部表示阻尼效应。注意实部可以为零或负值。运动方程可以写为：

$$\bar{\mathbf{K}}(\omega)\bar{\mathbf{a}}(\omega) = \bar{\mathbf{p}}(\omega)$$

这里，要强调的是阻抗矩阵、荷载、位移都是频率的函数。

阻抗矩阵是频率函数，并不仅仅因为惯性和阻尼项，而且是因为允许频率相关的连接和支撑单元。因此，

$$\bar{\mathbf{K}}(\omega) = \mathbf{K}(\omega) - \omega^2\mathbf{M} + i\omega\mathbf{C}(\omega)$$

更多信息：

- 参见“第十五章 连接/支座单元——高级篇”主题“基于频域的连接/支座属性”（第 190 页）。

## 阻尼

一般而言，要为频域问题指定滞回（基于位移的）阻尼矩阵  $\mathbf{D}$ ，而不是粘滞（基于速度的）阻尼矩阵  $\mathbf{C}$ 。他们的关系为：

$$\mathbf{D} = \omega\mathbf{C}$$

顺便指出, 从该定义可知, 当  $\omega=0$  时 (静态情况), 滞回阻尼  $\mathbf{D}$  的非零值会导致粘滞阻尼  $\mathbf{C}$  的不定值。由此联想到滞回阻尼的非因果关系, 如 Makris 和 Zhang(2000)所述。但是, 这种情况一般会被忽略。

滞回阻尼可以指定为频率的函数, 即:  $\mathbf{D} = \mathbf{D}(\omega)$

而且当  $\omega=0$  对该值没有限制。使用滞回阻尼时, 复数阻抗矩阵变为:

$$\bar{\mathbf{K}}(\omega) = \mathbf{K}(\omega) - \omega^2 \mathbf{M} + i\mathbf{D}(\omega)$$

## 阻尼的来源

在频域分析中, 阻尼矩阵  $\mathbf{D}$  具有如下所述的四个不同来源。从这些来源得到的阻尼被相加在一起。

### 由荷载工况得到的滞回阻尼

对于各个稳态或功率谱目的荷载工况, 用户可以指定作为一个整体应用到整个结构的比例阻尼系数。将刚度矩阵乘以系数  $d_K$ , 质量矩阵乘以第二个系数  $d_M$ , 并进行线性组合计算得到阻尼矩阵。对于绝大多数实际情况,  $d_M=0$ , 只用到  $d_K$ 。

用户可以对所有频率指定这些系数为常数, 他们也可以是用户在不同频率处指定的数值之间的插值。因此阻尼矩阵成为:

$$\mathbf{D}(\omega) = d_K(\omega)\mathbf{K} + d_M(\omega)\mathbf{M}$$

这里用到的刚度矩阵包括所有单元, 除了具有频率相关属性的连接或支撑单元。

如果用户指定  $d_M=0$ ,  $d_K(\omega)$  随频率线性增加, 则将等同于粘滞阻尼。

用户可以通过设置  $d_M=0$  和  $d_K(\omega) = 2d(\omega)$ , 来估计模态阻尼。这些  $d(\omega)$  为模态阻尼比。例如, 如果用户一般对所有模态使用一个常数 5%, 则等价的滞回阻尼值为常数  $d_K(\omega) = 0.10$ 。对各个模态, 这会在共振处近似地引起相同水平的响应。

### 由材料得到的滞回阻尼

用户可以为不同材料指定刚度和质量比例阻尼系数。例如, 用户可能需要对土壤使用比钢或混凝土更大的系数。这些系数的含义如前面的荷载工况阻尼所述。要确定没有在荷载工况和材料中重复考虑这些阻尼。

### 从频率相关的连接/支撑单元得到的滞回阻尼

对于指定了频率相关属性的连接/支撑单元, 会将频率相关滞回阻尼值添加到到所用的阻尼矩阵。

### 由连接/支撑单元得到的粘滞阻尼

对于未指定频率相关属性的连接/支撑单元，会将线性有效阻尼值乘以频率 $\omega$ 加到阻尼矩阵。不管是否会指定非线性阻尼系数，都会使用线性有效阻尼。

## 荷载

在给定稳态或功率谱密度分析中施加的荷载 $\bar{\mathbf{p}}(\omega)$ 可以是一个空间和频率的任意函数。他们可以写为空间荷载向量 $\mathbf{p}_j$ 乘以频率函数 $f_j(\omega)$ 的有限组合。如方程 2 所示：

$$\bar{\mathbf{p}}(\omega) = \sum_j s_j f_j(\omega) \mathbf{p}_j e^{i\theta_j} = \sum_j s_j f_j(\omega) \mathbf{p}_j (\cos \theta_j + i \sin \theta_j)$$

这里 $s_j$ 是比例系数， $\theta_j$ 是荷载 $\mathbf{p}_j$ 施加的相位角。程序使用荷载模式和（或）集散地荷载来表示空间荷载向量 $\mathbf{p}_j$ 。如下文所述。

这里用到的频率函数取决于分析类型。

更多信息：

- 参见本章主题“稳态分析”（第 289 页）和“功率谱密度分析”（第 291 页）。  
如果使用了加速度荷载，位移、速度和加速度将都针对地面进行量测。与加速度荷载 $\mathbf{m}_x$ 、 $\mathbf{m}_y$ 和 $\mathbf{m}_z$ 相关的频率函数是均匀地面加速度 $\ddot{u}_{gx}$ 、 $\ddot{u}_{gy}$ 、 $\ddot{u}_{gz}$ 的相应分量。

更多信息：

- 参见“第十八章 荷载工况”主题“函数”（第 215 页）。

### 定义空间荷载向量

要为方程 2 的荷载总值的一项定义空间分布的荷载向量， $\mathbf{p}_j$ ，用户可以指定如下的任一个：

- 使用荷载参数的荷载模式标签，或
- 使用 `csys`、`ang`、`acc` 参数的一个加速度荷载，这里，
  - `csys` 是一个固定坐标系统（默认为零，表示全局坐标系统）。
  - `ang` 是一个坐标角（默认为零）
  - `acc` 是下面定义的局部坐标系中的加速度荷载( $U_1$ 、 $U_2$ 、 $U_3$ )。

荷载中的每个加速度荷载具有其自身的加速度局部坐标系，这些局部坐标系具有标示为 1、2、3 的局部轴。

局部 3 轴总是与`csys`坐标系的Z轴相同。如果角度`ang`为零，局部 1 和 2 轴与坐标系`csys`的X和Y轴相同。否则，`ang`为从X到局部 1 轴的角度，当+Z轴指向用户时，该角度是逆时针量测的。在图 66（第 241 页）中进行了阐述。

加速度局部轴总是称为 1、2、3。全局加速度荷载 $\mathbf{m}_x$ 、 $\mathbf{m}_y$ 、 $\mathbf{m}_z$ 被转换到荷载局部坐标系。

一般建议（而不要求）对一个给定荷载工况中的所有加速度荷载使用同一个坐标系统。



荷载模式和加速度荷载可以在总的荷载同时使用。

更多信息：

- 参见“第十七章 荷载模式”（第 199 页）。
- 参见“第十七章 荷载模式”主题“加速度荷载”（第 208 页）。

## 频率步

频域分析是在离散的频率步上完成的。对于一个稳态或功率谱密度荷载工况，用户可以要求得到如下频率处的响应：

- 一个所需的均匀间距的频率范围。这是通过指定第一频率  $f_1 \geq 0$ ，和最终的频率  $f_2 \geq f_1$ ，以及增量步  $n > 0$ 。将得到下面的频率组：

$$f_1, f_1 + \Delta f, f_1 + 2\Delta f, \dots, f_2,$$

这里  $\Delta f = (f_2 - f_1)/n$ 。

- 指定模态荷载工况计算得到的所有频率（不是必须选的）。只会使用位于频率范围  $f_1$  到  $f_2$  的频率。更多信息见“第十九章 模态分析”（第 219 页）。
- 由指定模态荷载工况所得频率的指定部分偏移（不是必须选的）。例如，如果用户指定了 0.01 和 -0.02 的部分偏移。对于每个由模态荷载工况得到的频率  $f$ ，将在  $1.01f$  和  $0.98f$  处进行频域分析。
- 任意数量直接指定的频率  $f$ （不是必须选的）。只会使用位于频率范围  $f_1$  到  $f_2$  的频率。频率可以按 Hz 指定（圆周/秒）或 RPM（圆周/分钟）。他们将被程序转换为圆频率  $\omega$ 。

对于捕捉结构的共振行为，使用模态频率及其部分偏移是很重要的。均匀间隔的频率组会很容易略过一个给定频率范围的最重要响应。当用户关心可能引起结构在一定频率的明显响应的敏感设备时，频率的直接指定会很重要。

## 稳态分析

稳态分析求解结构在一个或多个频率处对如下形式的荷载的响应：

$$\bar{p}(\omega) = \sum_j s_j f_j(\omega) p_j e^{i\theta_j} = \sum_j s_j f_j(\omega) p_j (\cos \theta_j + i \sin \theta_j)$$

更多信息：

- 参见本章主题“荷载”（第 288 页）。频率函数  $f_j(\omega)$  由用户定义的稳态函数直接得到。它代表由  $s_j$  比例化之前的荷载幅值。

更多信息：

- 参见“第十八章 荷载工况”主题“函数”（第 215 页）。

如果用户对结构自身的响应特性感兴趣，可以使用一个定值函数，例如  $f_j(\omega)=1$ 。对于由旋转机械引起的荷载，可以使用  $f_j(\omega)=\omega^2$ 。

### 例题

假定有一个带旋转飞轮的机械，旋转飞轮具有偏心质量。质量为  $m$ ，质心的偏心量为  $e$ ，飞轮绕平行于全局 Y 轴的轴旋转。该机械放置在一个结构上。我们要考察的是以 0 到 30Hz（180RPM）之间任意速度旋转的机械在结构上引起的问题响应。

由偏心质量引起的作用于旋转中心的力幅值为  $em\omega^2$ 。该力在 X-Z 平面内旋转。要定义该荷载，我们需要下列项：

- 一个荷载模式，称为“ECCX”，该工况在表示飞轮中心的施加一个+X 方向单位荷载。
- 另一个荷载模式，称为“ECCZ”，该工况在同一点施加一个+Z 方向的单位荷载。
- 一个稳态函数，称为“FSQUARED”，按  $f_j(\omega)=\omega^2$  变化。
- 一个模态荷载工况，称为“MODAL”，它计算从 0 到 30Hz 的全部自振频率。可以是特征或 Ritz 向量；如果是 Ritz 向量，使用两个荷载模式“ECCX”和“ECCZ”作为初始荷载向量。

然后定义一个具有如下特性的稳态荷载工况：

- 施加的荷载包括如下两个部分：
  - 荷载模式“ECCX”，函数“FSQUARED”，一个等于  $em$  的比例系数，和一个  $0^\circ$  的相位角。

— 荷载模式“ECCZ”，函数“FSQUARED”，一个等于  $em$  的比例系数，和一个  $90^\circ$  的相位角。

- 由 0 到 30Hz 的频率范围，有 15 个增量步（每 2Hz 一个）。
- 荷载工况“MODAL”的模态频率处的附加频率。
- 如下的模态荷载工况“MODAL”的模态频率部分偏移处的附加频率：+0.01,-0.01, +0.02, -0.02, +0.03, -0.03, +0.05, -0.05。
- 刚度比例滞后阻尼，系数为  $d_k=0.04$ ，对应于 2% 的模态阻尼（对于小的振动是适当的）。分析之后，可以绘制任意所要求的频率和任意相位角的变形形状和力/应力响应。例如，在相位角  $0^\circ$  的响应基本是表示水平荷载加上一个竖向荷载引起的阻尼分量。可以绘制任意所要求的频率处的响应幅值，这里的幅值是实部（ $0^\circ$ ）和虚部（ $90^\circ$ ）响应分量的平方和的平方根。

还有可能绘制出作为频率函数的任意响应量，得到一个频率谱。这可以对任意相位角的分量，或对响应幅值进行。

## 功率谱密度分析

功率谱密度 (PSD) 分析与稳态分析在考察结构在一个频域上的结构稳定行为方面是相似的。但是, 该荷载被认为是在分析频域上按概率分布的, 响应也是如此。该概率响应可以在频域上积分以确定一个单个期望值。这会是有帮助的, 例如对于疲劳设计的情况。

PSD 荷载工况考虑如下形式的 *相关荷载*:

$$\bar{p}(\omega) = \sum_j s_j f_j(\omega) p_j e^{i\theta_j} = \sum_j s_j f_j(\omega) p_j (\cos \theta_j + i \sin \theta_j)$$

更多信息:

- 参见本章主题“荷载”(第 288 页)。

该总和中所用的频率函数  $f_j(\omega)$  是用户定义的功率谱密度函数的 **平方根**。为解释得更清楚, PSD 函数被指定为荷载平方除以单位频率。为计入相关荷载的数值, 使用了这些函数的平方根。一般的, 会期望对所有的相关荷载项使用同一个 PSD 函数, 但这不是必须的。注意, 使用比例系数  $s_j=2$  与 PSD 函数乘以比例系数 4 相同。

更多信息:

- 参见“第十八章 荷载工况”主题“函数”(第 215 页)。

对应于任意响应量 (位于、力、应力等) 的 PSD 曲线是计算响应幅值的平方, 在各个要求的频率步进行绘制。一个给定响应量的 PSD 曲线下方面积的平方根是该量的概率期望值。它总是一个正值。因为 PSD 曲线表示响应的平方, 该面积的大部分位于结构共振频率附近。为了保证精度, 在结构自振周期附近的频率步处捕获响应是非常重要的。

## 例题

考虑本章中“稳态分析”主题 (第 289 页) 所用的同一个例子。假定设备在 95% 的时间内的运转频率为 20 到 25Hz, 在 5% 的时间内, 以其他频率运转, 运转频率位于 0 到 30Hz 之间。对该问题, 这两种分析方法定义的唯一区别在于函数。现在我们使用一个 PSD 函数, 称为“FPOWER”, 定义方式如下:

$$f_j(\omega) = \omega^4 \begin{cases} 0.05/25\text{Hz}, & 0 \leq \omega < 20\text{Hz} \\ 0.95/5\text{Hz}, & 20 \leq \omega < 25\text{Hz} \\ 0.05/25\text{Hz}, & 25 \leq \omega < 30\text{Hz} \end{cases}$$

注意  $\omega^2$  项又被平方了。但是, 在 PSD 荷载工况定义中, 比例系数将仍是  $e.m$  (未被平方), 因为它本身未被包括在 PSD 函数中。两个荷载“ECCX”和“ECCZ”, 必须组合在同一个荷载工况中, 因为他们之间明确相关。但是, 如果再在结构上放置一个具有独立函数的机械, 将需要在一个单独的 PSD 荷载工况中进行分析, 并将两个工况以 SRSS 组合方式进行组合。



## 第二十六章 桥梁分析

“桥梁分析”可以用来计算桥梁结构上车道的影响线/面，及分析这些结构在车辆活荷载作用下的响应。

### 高级主题

- 概述
- Sap2000 桥梁模块
- 桥梁分析过程
- 车道
- 影响线和影响面
- 汽车活荷载
- 一般车辆
- 车辆反应组成
- 标准车辆
- 车辆等级
- 移动荷载荷载工况
- 移动荷载反应控制
- 过程分析
- 计算考虑因素

### 概述

桥梁分析可用来确定桥梁结构由车辆活荷载重量产生的响应。提供了强大功能及灵活性，用来确定在复杂结构上由多车道荷载产生的最大和最小位移及内力，例如公路立交桥。车辆活荷载效应可与其他静力和动力荷载进行组合，并生成响应包络图。

桥梁分析模型可以通过 SAP2000 桥梁建模模块创建；也可以采用框架单元、壳单元、实体单元或连接单元手工建模；或者是采用这两种方法结合建模。上部结构可以采用框架单元的简单样条曲线模型来模拟，也可以通过三维的壳单元或实体单元来更详细地模拟。

车道被定义在上部结构，代表活荷载作用位置。车道可以具有自己的宽度并能够沿任意直线或曲线路径绘制。这些车道不必是平行或长度相同，这样可考虑复杂的交通方式。程序自动进行上部结构车道加载。程序计算并显示由每一车道荷载产生的所有响应量的传统的影响线/面。

用户可从一系列标准公路和铁路车辆来选择车辆活荷载，或创建自己的车辆活荷载。车辆通过车辆类别进行分组，以便管理每个车辆类别的最不利荷载。

能够考虑两种动力分析：

- 基于影响线的包络分析：车辆沿着桥梁的每个车道进行双向移动。根据影响面，车辆被自动放置在沿车道纵向或横向最不利的位置上，荷载在这些位置上能够使整个结构产生最大或最小响应量。每辆车可以作用在每条车道，也可以被限制在几条车道上。通过不同的车辆布载，程序能够自动确定整个结构的最大/最小响应量。对应每个最大/最小极限响应量的其他响应量也同样会被计算。
- 过程分析：任意数量的汽车可以同时行驶在车道上，并且每辆汽车可以具有自己的开始时间，位置，行驶方向和速度。可以进行过程的静力和时程分析，如果需要还可以考虑非线性的影响。

对大多数设计而言，基于移动荷载荷载工况的包络分析是最合适的。对特殊的研究和超常规的车辆，过程分析方法是非常有价值的。

### 重要须知：

*SAP2000 桥梁模块要用到本章的很多内容。如果用户没有桥梁模块，仍然可以进行桥梁分析，但是存在如下局限：*

- 桥梁荷载只能施加在框架单元上。因此采用框架单元建模是最合适的，尽管也可以通过虚框架将荷载施加在壳或实体单元桥面上。
- 车道通过参考框架单元定义，同样荷载也是作用在这些单元上。车道可以参考框架单元指定偏心。
- 车道和车辆的宽度影响体现不出来。
- 只能绘制影响线，不能绘制影响面。
- 基于影响线的移动荷载分析可用，但是过程分析不可用。

## SAP2000 桥梁模块

SAP2000 桥梁模块提供了强大的建模功能，能够建立简单的或复杂的桥梁模型。桥梁通过一组参数化的高级对象来模拟：轴线，桥墩（墩支座），桥台（端支座），桥截面，预应力等等。

这些对象进一步组合为一个超级对象“桥对象”。典型的一个桥对象模拟整座桥梁，如果机构需要组合或划分，一个模型也可以设置多个桥对象。

在 SAP2000 桥梁模块中桥梁向导能够指引整个建模过程，在桥梁向导内每步都有帮助文档。

有一点需要指出，参数化的模型是独立于离散为单元的模型的。用户可以将模型转化为框架单元，壳单元或是实体单元，并且还可以选择单元划分的尺寸。用户可以随时进行单元的离散，但不会影响到参数化模型。当改变单元离散时以前生成的单元模型会自动被删除，新的单元模型会被创建。

用户可以在桥梁模块之外增加额外单元来模拟桥梁的某些特性。这些单元不受前面所建的桥对象的影响，但是如果用户改变了桥的几何尺寸，这些单元可能需要进行移动或是修改。

用户可以改变有桥对象生成的单元模型的属性也可以指定额外荷载，这些改变当在同样位置生成新模型时会被保留下来。但是，对桥梁模型的几何或离散所作的改变可能不会被保留，因此最好重新生成的模型进行检查，必要时应重新设置更改。

## 桥梁分析过程

活荷载分为两种类型：基于影响线的包络分析和全部相应值的过程分析。这两种分析的基本步骤要求如下：

对这两个分析：

- 利用桥梁模块或 SAP2000 标准的建模技术建立一个结构模型。
- 在车辆行驶的位置定义车道。
- 定义作用在车道上的车辆，代表活荷载。

对基于影响线的分析：

- 定义用于包络的一辆车或多辆车组成的车辆组。
- 定义移动荷载荷载工况，以便指出哪些车辆组作用在哪些车道上，以此形成包络反应。
- 指定移动荷载作用下桥梁反应的对应输出项，并设置其他与影响线分析相关的参数。
- 分析完成后，用户可以查看结构中任何单元反应的影响线和包络值。

对过程分析：

- 定义类型为“Bridge Live”的荷载模式，定义哪些车行驶在哪些车道上，以及相应的速度，出发点。
- 在多步静力荷载工况中应用“Bridge Live”荷载模式，如果要进行动力分析可以采用时程荷载工况。
- 分析完成后，用户可以查看结构中任何单元的过程反应和包络反应。也可以通动画来展示加载过程中动力和静力结果，但是不能绘制影响线。

这两种荷载工况可以在同一个模型中存在。用户可以添加其他的荷载模式和荷载工况，并且结果还可以和其他桥梁分析的结果进行组合。

## 车道

车辆活荷载被考虑为作用在沿桥梁道路横向布置的车道上。可选择车道数量及其横向布置来满足适当规范的要求。对于有一条道路的简单桥梁，车道一般平行且均匀布置，并沿桥梁通长。

对于复杂结构，如立交桥，可考虑多条道路；这些道路可合并或分开。车道不一定是平行或等长的。道路上车道数量可沿长度变化并适当合并。在同一条路上布置多种样式的车道可以检测车辆不同横向布置的效果。

### 中心线和方向

车道是参照参考线定义的，参考线可以是任意一条桥轴线也可以是框架线单元。车道的横向位置通过指定相对于参考线的偏心距来确定。车道具有“行驶”方向，即从参考线上定义车道的起点指向终点。

### 偏心

沿道路的宽度方向，每条车道通常参照相同的参考线，但是一般具有不同的偏心距。对于同一条车道，其偏心距也可能延长度方向变化。

车道偏心的正负号定义如下：在车道自左向右的桥梁立面视图，位于道路单元前面的车道偏心为正值。换个说法，对在道路上沿车道方向行驶的司机，位于道路单元右侧的车道有正的偏心值。（注意这里的正负号规定与桥梁模块之前的 SAP2000 老版本是相反的）。检查偏心的最好方法是通过图形察看。

在框架单元模型中，偏心的主要用途是确定车道板的轴向扭转及下部结构的横向弯曲；次效应在复杂结构中可体现出来。在壳单元或实体单元模型中，偏心距用来确定荷载施加在桥面板上的位置。

### 宽度

用户可以为每条车道指定宽度，宽度可以是常数也可沿车道长度变化。当车道宽度大于汽车宽度时，汽车的每个轮轴或其分布荷载会沿横向移动到最大影响位置处。如果车道宽度小于汽车宽度，汽车中心布置，其宽度减小到与车道同宽。

### 内部和外部边界

某些 AASHTO 车辆的轮轴荷载与车道边缘的距离有最小限值。最小限值可以不同，这主要取决于车道的哪条边是道路的边界或取决于是否在道路内部。对于每一根车道，无论是内车道还是外车道，默认都是内车道，用户都可以指定左右边界，这只影响到车轮距车道边缘的最小距离。默认情况，轮轴荷载将沿车道横向任意布置，即最小距离为零。左右边界与沿车道方向行驶的汽车司机的左右方向相同。

### 离散化

程序会计算每条车道的影响面，以便将车辆放置在最大影响处。这种影响面是通过沿车道宽度方向和长度方向施加的单位荷载称为影响荷载来计算的。影响荷载越多，分析结果越精确，但同时会耗费更多的计算机时间、内存和硬盘存储。



用户可以通过指定沿车道宽度和长度方向的离散来控制影响荷载的数量。离散是通过指定两个荷载之间的最大允许距离实现的。沿横向取车道宽度的一半通常是足够的，这样荷载作用点可能会在车道左边，右边或中心。沿车道长度，每跨取八到六个节点通常是足够的。

无论进行何种分析，*强烈建议*首先对模型进行较粗的离散，以便快速获得关于此模型的一些经验和进行实际检查。此后，用户可以增加离散的精细程度，直到获得期望的精度和需要的结果为止。

## 影响线和影响面

SAP2000 通过影响线/面来计算车辆活荷载的反应。影响线/面自身 also 具有很重要的意义，可以通过它查看对不同车辆荷载响应量的敏感度。

影响线是针对零宽度的车道进行计算的，而影响面是针对具有一定宽度的车道进行计算的。

影响线可看作是沿车道荷载点绘制的影响值曲线。对结构中在某给定位置的某给定响应量（力、位移或者是应力），荷载点的影响值是作用于该荷载点的一单位集中向下荷载引起的此响应量的值。影响线显示的是对沿车道移动的单位力的给定响应量的影响。图 74（第 298 页）显示了一些影响线的例子。影响面是把相同的概念扩展到了考虑车道宽度的二维空间中。

当输出点位于车道上荷载点位置时，影响线/面会显示不连续性（跳跃），不连续性也会在结构自身不连续处出现（如伸缩缝）。SAP2000 使用影响线来计算车辆活荷载的响应。影响线还有助于理解来自交通荷载的不同响应量的敏感性。

影响线/面可用用户图形界面显示，可以绘制结构中任意单元的位移、力和应力反应。他们沿车道单元绘制，影响值绘制于竖向。由重力荷载产生的正影响值绘制于上方。影响值在荷载点上的已知值之间线性插值。

## 汽车活载

可定义任意数量的**车辆活荷载**（或简单称为**车辆**）作用于车道上。用户可使用程序内的标准类型车辆，或用一般车辆来定义自己的车辆。

### 加载方向

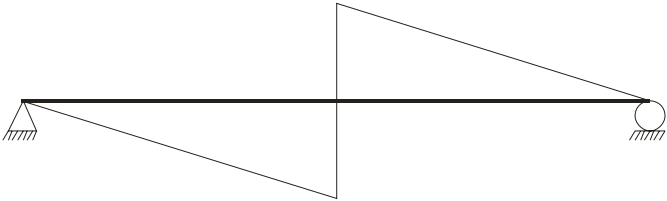
所有车辆活荷载代表重量，并假定为作用方向向下，沿-Z 整体坐标方向。

见“第三章 坐标系”主题“向上和水平方向”（第 8 页）。

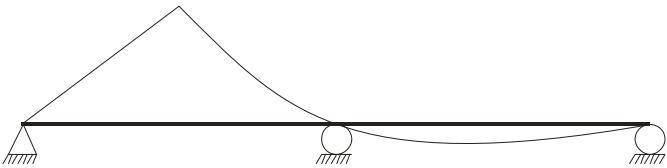
### 荷载分布

沿纵向车辆荷载由一个或多个轮轴荷载和/或一个或多个均布荷载组成。汽车的轴向荷载作用在纵向的一个位置。均布荷载在两个轮轴荷载之间，也可能在前轴之前和后轴之后无限扩展。轮轴荷载和均布荷载的宽度相互独立，分别指定。两者的宽度可能是固定的或者等于车道的宽度。

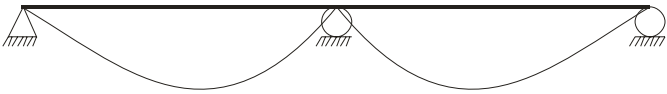
对于基于影响面的移动荷载荷载工况，轮轴荷载和均布荷载都按最大影响取用。对于过程分析，只采用轮轴荷载。



(a) 在简支跨中间的竖向剪力影响线



(b) 在两连续跨的左跨中间的弯矩影响线



(a) 在两连续跨中间支座弯矩的影响线

图 74 单跨和双跨影响线的例题

## 轮轴荷载

沿纵向，轮轴荷载看上去像点荷载。沿横向，轮轴荷载可能代表一个或多个点（车轮）荷载或是分布（线—knife-edge）荷载。线（Knife-edge）荷载可能沿一定宽度或者是沿车道全宽分布。轮轴荷载可以是零值，用来分离不同值的均布荷载。

## 均布荷载

沿纵向，均布荷载在两个车轴之间是常数。前引荷载和后置荷载可以向前向后无限延伸。沿横向，这些荷载可能以固定宽度沿车道宽度方向均匀分布，也可能集中在车道中心线。

## 最小边缘距离

某些AASHTO车辆要求车轮荷载与车道边缘之间的距离不能超过一个最小限值。对任何车辆，用户可以分别指定据车道内边缘和外边缘的最小距离。这些距离的缺省值为零。指定的最小距离对所有轮轴荷载都起相同的作用，但是不影响纵向分布的荷载。车道内边缘和外边缘的定义见子标题“车道”（第 295 页）。

## 限制一辆车在车道长度范围内

当一辆汽车沿车道长度移动时，汽车的前部进入车道的始端，然后向前行驶直到汽车的后轮离开车道末端。这意味着沿着车道的全部或部分长度，车辆的行驶位置都会被考虑。

用户可以指定某一辆车始终位于车道上。这样可以防止起重机和相似车辆驶离车道。这些设置仅仅影响影响面设置，而不影响过程分析，过程分析中用户能够很清楚的控制车辆的行驶。

## 施加荷载到影响面

用相应的影响线/面计算响应量的最大和最小值。在荷载作用点用集中荷载乘以影响值来得到相应的响应；用均布荷载乘以影响值，并在作用长度和宽度上积分来得到相应的响应。

默认地，每一集中或均布荷载被考虑为代表从零到最大指定值的一个范围。计算一个响应量（力或位移）时，当荷载会加大响应值时，使用荷载最大值；当荷载会削减响应值时，使用零。这样所指定的某一车辆荷载值不一定总是按比例施加。这是考虑到车辆是非满载的保守方法。因此最大反应总是正的（或是零），最小反应总是负的（或是零）。

用户可按下面“允许折减响应强度选项”子主题中的讨论来覆盖这个保守方法。

例如，如图 74（b）（第 298 页）所示，考虑左跨跨中弯矩的影响线，作用于左跨的任意集中或部分均布荷载只对最大正弯矩响应有贡献；作用于右跨的荷载不会减小此最大值，但会对此弯矩响应负的最小值有贡献。

## 允许折减响应强度选项

程序提供允许折减响应强度选项。如用户选择此选项，所有集中和均布荷载将在整个影响面上应用全值，无论该荷载是否折减反应强度。此法与默认的加载方法比较偏于不保

守。此选项对于安排其荷载是非常清楚的特殊车辆有用。但是，对于代表未知的车辆荷载分布或包络图的名义荷载，默认方法更合适。

### 宽度影响

如果车道宽度大于固定宽度荷载的宽度，固定宽度荷载将沿车道宽度横向移动，以便计算最大影响。如果车道比荷载宽度小，荷载将居于车道中间，荷载宽度将减少到与车道等宽，荷载值保持不变。

汽车荷载在每个沿车道纵向位置上都独立的沿车道宽度方向移动。这意味着当车辆按最不利布置时车辆的前部、中部和后部可能不在车道的同一个横向位置。

### 长度效应

可以根据车道长度使用内置或用户自定义方式指定荷载大小。可用一个函数表示集中（轴）荷载，另一个函数代表分布荷载。这些函数用比例系数作用在指定荷载值上。

### 集中（轴）荷载

如果对轴荷载指定一个长度效应函数，所有的轴荷载将按此函数比例缩放，包括移动轴荷载 floating axle loads。内置长度效应函数包括 AASHTO Standard Impact Function 和 JTG-D60 车道荷载函数。用户可以定义自己的函数。

此函数的目的是沿跨长度缩放荷载。在给定的结构，可能不是恒定长度，程序使用影响线确定使用的跨长度。这可能导致对每个计算的反应量不同的结果，并可能不总是在全局结构中对对应明显的跨长度。

对一个给定的反应量，查找影响线的最大值点，在最大值每侧与零相交的距离取为跨长度。对图 73（第 250 页）的三条影响线，对（a）中剪力将导致跨长度是支座距离的一半，对（b）和（c）中弯矩将是支座间全长。对支座附近建立，跨长度基本上与支座间距离相同。

这种近似一般对支座附近的弯矩和剪力有效。对跨中附近剪力，计算的跨长度较短，但这附近剪力本身就很很小，通常不关注。

### 分布荷载

如果用户对分布荷载指定长度效果函数，所有分布荷载将用此函数比例缩放。内置长度效果函数包含 AASHTO Standard Impact 函数和 British HA 函数。用户可定义此函数。

此函数的目的是根据加载长度缩放荷载，但是保守的。影响线用于针对每个反应量确定加载长度。只有增加响应的不利效果的加载长度才增加。

要防止很长的小的影响线非保守的折减反应，使用一个迭代过程，认为长度逐渐增加知道计算出最大响应。当进一步增加长度，忽略由于函数值的减少而导致响应减少的情况。

### 多步分析中的荷载施加

车辆能够在多步分析中移动。这在多步静力荷载工况和时程荷载工况中都可以使用，并且时程荷载工况可以是线性或是非线性。

在此类分析中，影响面不能使用。但 SAP2000 能够建立很多内部工况来代替车辆沿车道长度方向的不同位置。

只考虑轮轴荷载；均布荷载不适用。对于变间距的轴，使用最小距离。可考虑轮轴荷载的横向分布。车辆沿着车道中心线纵向移动；在车道内不进行横向移动。要考虑横向位置，用户可以定义额外的车道。

荷载的全值全部施加，不管是增加还是减少反应的强度。分析的每一步都对应所在车的车辆作用的一个特定位置。每一步中，所有反应都相互关联。

## 一般车辆

一般车辆代表设计规范使用的实际车辆或名义车辆。大多数卡车和火车可用 SAP2000 一般车辆来模拟。

一般车辆包含由指定间距的  $n$  个轴。集中荷载可作用在轴上，均布荷载可作用在轴间、前轴之前及后轴之后。任意两轴间距离的可在指定范围内变化；其他距离是固定的。领头和尾部的均布荷载无限延伸。可指定与轴位置无关的附加“浮动”集中荷载。

默认地对影响面分析，所施加荷载不会减少所计算响应的强度，所以与长车辆有相同荷载及间距的短车辆的效应可被长车辆捕捉到。这些情况下只需考虑长荷载。

若用户选择允许折减响应强度，则必须考虑短车辆及长车辆，如果他们都存在的话。对于过程分析这也是正确的。

## 指定

为了定义车辆，用户可指定：

- $n-1$  个正距离  $d$ ，在每对轴之间；一个内轴距指定为从  $d_{\min}$  至  $d_{\max}$  的范围，其中  $0 < d_{\min} \leq d_{\max}$ ，用  $d_{\max}=0$  代表无穷的最大距离。
- 在轴上的  $n$  个集中荷载  $p$ ，包括每个荷载的横向分布。
- $n+1$  个均布荷载  $w$ ：领头荷载、轴间荷载及尾部荷载，包括每个荷载的横向分布。
- 浮动集中荷载：
  - 针对上部结构弯矩的荷载  $p_m$ ，包括横向分布。  
用户可以选择是否将荷载增大一倍，当计算在支座处上部结构负弯矩时，如下所述；
  - 荷载  $p_{xm}$  针对除上部结构弯矩之外的其它所有反应，包括横向分布。
- 车辆是否用于计算：
  - 上部结构在支座上的“负的跨弯矩”。
  - 内部支座反力。

- 除上述两种情况之外的反应量。
  - 轮轴荷载与车道边缘的最小距离；缺省这个距离是零。
  - 汽车是否必须整个全部放置在车道内。
  - 是否根据英国规范基于车道加载长度自动折减均布荷载的值。
- 轴数  $n$  可为零，此时只可定义单个均布荷载及浮动集中荷载。

这些参数见 图 75（第 302 页）。具体例题在下一个子主题“标准车辆”（第 304 页）中给出。更多信息如下。

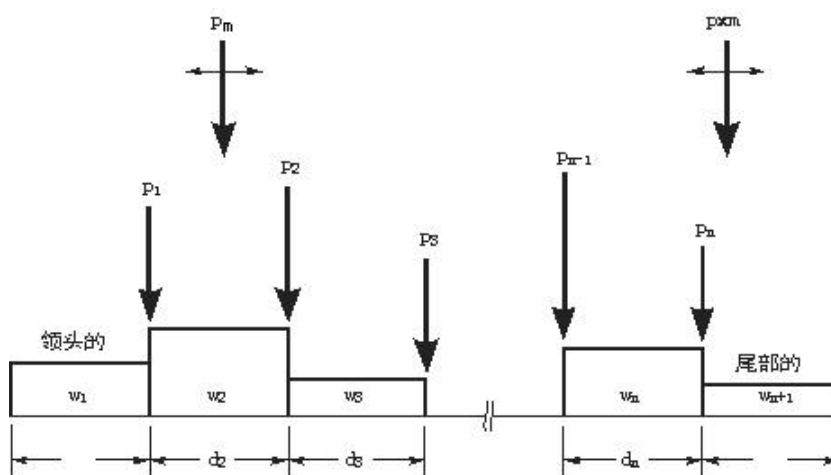
## 移动车辆

当施加车辆于车道时，对每一单元的每一响应量，轴将沿车道长度移动至最大及最小值位置。一般地，此位置对于每一响应量都不同。对于非对称（前后）车辆，两个方向通行都会考虑。

## 车辆反应组成

AASHTO 的 H, HS 和 HL 的一些特征只能用于一定类型的桥梁反应中，例如上部结构的负弯矩或内部支座反力等等。SAP2000 利用车辆反应组成的概念来分辨这些反应量。用户选择需要专门处理的对象，并且指定给他们适当的桥梁反应组成。

在下文的子标题中描述了不同的可用车辆反应组成类型。



- 注意:
- (1) 所有荷载为作用在车道中心线的点荷载或均布线荷载
  - (2) 任意的点荷载或均布线荷载可能为零
  - (3) 轴数  $n$  可能为零或更多
  - (4) 内轴距中的一个,  $d2$  至  $dn$  可能在一个指定范围内变化
  - (5) 荷载  $pm$  和  $pxm$  的位置是任意的

图 75 一般车辆定义

## 上部结构弯矩

对于 AASHTO 的 H 和 HS 的车道规范, 浮动轮轴荷载  $pm$  用于计算上部结构弯矩。这个弯矩是如何体现的取决于模型的类型。对所有其它类型的反应, 使用轮轴荷载  $pxm$ 。

一般的过程是选择合适单元模拟上部结构, 指定汽车反应项 “H 和 HS 车道荷载-上部结构弯矩” 到期望的反应量, 如下所述。

对于由框架单元组成上部结构的线单元模型, 上部结构弯矩对应框架单元弯矩  $M3$ , 框架单元的局部 2 轴在竖直平面内 (默认)。因此用户首先需要选定代表上部结构的所有框架单元, 然后指定车辆反应项到  $M3$ , 选择 “Use All Values (使用所有值)” (如正值和负值)。荷载  $pm$  将用来计算这些单元的  $M3$ 。

对于用壳单元模拟的上部结构, 上部结构弯矩对应于壳单元的纵向应力或膜内力。假定壳单元的 1 轴沿着桥梁的纵向, 用户首先选择所有代表上部结构的壳单元, 然后指定车辆反应项到  $S11$  和/或  $F11$ , 选择 “Use All Values (使用所有值)” (如正值和负值)。用户也可以指定到壳单元的弯矩  $M11$ 。荷载  $pm$  将用来计算任何用户指定的反应项。

## 上部结构负弯矩

对于 AASHTO 的 H 和 HS 的车道规范, 浮动轮轴荷载  $pm$  用来计算相邻两跨支座处上部结构负弯矩。类似的, 对 AASHTO 的 HL 荷载, 特别指定用两倍的车辆荷载来计算内部支座的上部结构负弯矩。上部结构负弯矩是指使上部结构顶部受拉的弯矩, 即使由于对局部坐标轴的特殊选择会使 SAP2000 显示此弯矩为正值。

对于不同类型的结构, 其过程与上文所述的上部结构弯矩是相似的: 选择代表上部结构的单元, 但是现在需要指定反应项 “H、HS、HL 车道荷载一支座处上部结构负弯矩” 到期望的反应量。但是, 我们需要决定如何处理符号问题。

这里有两种一般的方法。让我们来讨论一下用框架单元  $M3$  来模拟上部结构弯矩的情况:

- 用户先选择整个上部结构, 然后指定车辆反应项到  $M3$ , 选择 “Use Negative Value (使用负值)”。只有  $M3$  的负值被计算, 利用  $pm$  或两倍的卡车荷载。
- 用户可以只选择预期产生负弯矩的上部结构区域例如恒载作用下两个变形点之间。指定汽车反应项为  $M3$ , 选择 “Use Negative Value (使用负值)” 或 “Use All Value (使用所有值)”。

第一种方法在较大区域上假定负弯矩, 稍微趋于保守。但不需要用户指定负弯矩区域。

壳单元模型情况更为复杂, 因为负弯矩对应上部结构顶部的正膜力和应力, 和上部结构底部负的力值。针对这一原因, 方法二可能较好: 指定负弯矩区域, 然后指定车辆反应项到期望的壳应力, 膜内力和/或弯矩, 指定 “Use All Values (使用所有值)”。这样便避免了符号沿高度验高度变化的问题。

### 内部支座的反力

对于 AASHTO HL 荷载，特别指定用双倍卡车荷载来计算内部支座反力。可由用户选择计算什么样的反应项来达到此目的。选择包括如下：

- 柱基础的弹簧和束缚的竖直向上反力或所有反力
- 柱的轴向压力或所有内力和弯矩
- 模拟支座的连接单元的轴向压力或所有内力和弯矩
- 柱上牛腿的弯矩

计算上部结构弯矩的过程如上所述。选择模拟内部支座的单元，并且指定车辆反应项“HL-Reactions at Interior Supports（在内部支座 HL 反应）”到期望的反应量。用户应仔细确定是需要所有值还是只需要正值或是负值。用户必须针对每一类型的单元来重复这一过程，这些单元为内部支座的一部分：节点、框架、连接单元、壳、和（或）实体。

### 标准车辆

SAP2000 内置了很多规范的标准车辆来模拟车辆活载。并且现在也一直在添加。这里提供了几个例子用以说明标准车辆。在图中只显示了纵向分布荷载。请通过图形用户接口察看可用类型和更多的信息。

#### Hn-44 和 HSn-44

指定为 type=Hn-44 和 type=HSn-44 的车辆代表 AASHTO 的标准 H 和 HS 卡车荷载。在 type 中的 n 是用英制 ton 指定车辆名义重量的整数比例系数。这样，H15-44 是一名义上 15ton H 卡车荷载，HS20-44 是一名义上 20ton HS 卡车荷载。这些车辆图示于 图 76（第 305 页）。

H 型车辆的效应包括于相同名义重量的 HS 车辆内。若用户同时想要 H 和 HS 车辆，只需要 HS 车辆。

#### Hn-44L 和 HSn-44L

用 type=Hn-44L 和 type=HSn-44L 指定的车辆分别代表 AASHTO 标准 H 和 HS 车道荷载。在 type 中的 n 是一用英制 ton 指定车辆名义重量的整数比例系数。这样 H15-44 是一名义的 15ton H 车道荷载，HS20-44 是一名义的 20ton HS 车道荷载。这些车辆图示于 图 76（第 305 页）。

#### AML

用 type=AML 指定的车辆代表 AASHTO 标准可替换军事荷载。此车辆包括两个间距 4ft 的 24kip 的轴。

#### HL-93K、HL-93M 和 HL-93S



用 type=HL-93K 指定的车辆代表 AASHTO 标准 HL-93 荷载，由规范指定的设计卡车及设计车道荷载组成。

用 type=HL-93M 指定的车辆代表 AASHTO 标准 HL-93 荷载，由规范指定的设计多轮卡车 (tandem) 及设计车道荷载组成。

由 type=HL-93S 指定的车辆代表 AASHTO 标准 HL-93 荷载，由规范指定的设计卡车及设计车道荷载的 90% 组成。每一卡车的轴距为固定的 14ft，领头车的后轴与尾车的前轴距离从 50ft 至车道长度变化。这种车辆只是用作计算支座负弯矩和内支座反力。如果指定了不合适的车辆反应项，所有的反应量将为零。

可对每一车辆使用参数 IM 指定一动力荷载允许值。这是一附加百分比，可增加集中卡车或多轮 (tandem) 轴荷载。车道均布荷载不受影响。若 IM=33，车辆的所由集中轴荷载将被乘以系数 1.33。

这些车辆图示于图 77 (第 307 页)，IM=0。

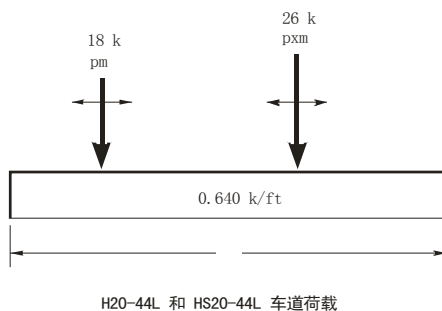
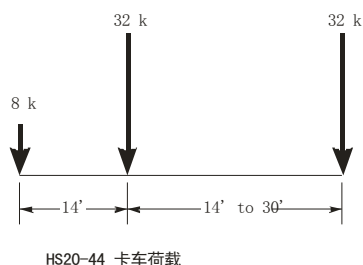
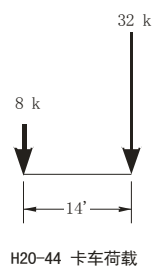


图 76 AASHTO 标准 H 和 HS 车辆

### P5、P7、P9、P11 和 P13

用type=P5、type=P7、type=P9、type=P11 和type=P13 指定的车辆代表加州公路局（Caltrans）的标准许可荷载。这些车辆图示于 图 78（第 308 页）。

短 Caltrans 允许荷载的效应被包含于任意长允许荷载中。若用户对所有这些允许荷载进行设计，只需 P13 车辆。

### Cooper E80

用type=COOPER E80 指定的车辆代表AREA标准Cooper E80 火车荷载。此车辆图示于 图 79（第 309 页）。

### UICn

用 type=UICn 指定的车辆代表欧洲 UIC（或英国 RU）火车荷载。在 type 中的 n 代表一整比例系数，用来定义均布荷载（使用 kN/m）的大小。这样 UIC80 是 80kN/m 均布荷载的完整 UIC 荷载，UIC60 是 60kN/m 均布荷载的完整 UIC 荷载。集中荷载不受 n 的影响。

此车辆图示于 图 79（第 309 页）。

### RL

用type=RL指定的车辆代表英国RL火车荷载。此车辆图示于 图 79（第 309 页）。

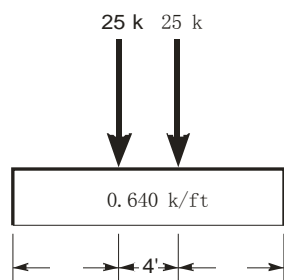
## 车辆等级

设计者经常对在最极限的几种类型车辆作用下的桥梁最大及最小反应感兴趣，而不是单个车辆的作用效果。为了这个目的，定义车辆等级为可包含任意数量单个车辆。对于一个车辆等级的最大和最小力及位移响应量可从其中任意单个车辆得到。一个时间只有一个车辆作用。

对基于影响线的分析，所有车辆荷载通过使用车辆等级施加至车道。若用户要施加一单个车辆荷载，必须定义一包含单个车辆的车辆等级。对于过程分析，由于不求包络值，车辆荷载直接施加而不是用车辆等级。

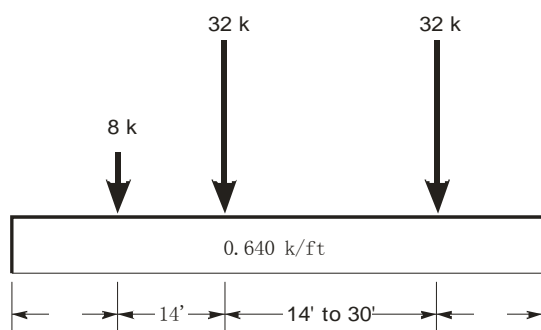
例如，用户可能需要考虑卡车荷载及相关车道荷载的最不利反应，如 HS20-44 和 HS20-44L 荷载。可定义包含这两种车辆的一个车辆等级。附加的车辆，如可替代的军事荷载类型 AML，可包含在等级中。等级的不同成员可在结构的不同位置引发最不利反应。

对于 HL-93 荷载，用户首先定义三个车辆，为标准类型 HL-93K、HL-93M 和 HL-93S 之一。然后定义一个车辆等级，包含所有三类车辆。

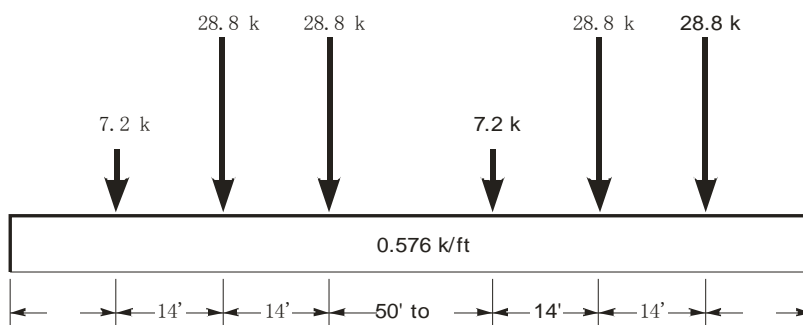


HL-93M 双轴和车道荷载

注意：所有点荷载将被动态荷载增大系数  $i_m$  增加， $i_m$  以百分比的形式表达。



HL-93K 卡车和车道荷载



对于在内部桥墩的负弯矩和反力的 HL-93S 卡车和车道荷载

图77 AASHTO 标准HL 车辆

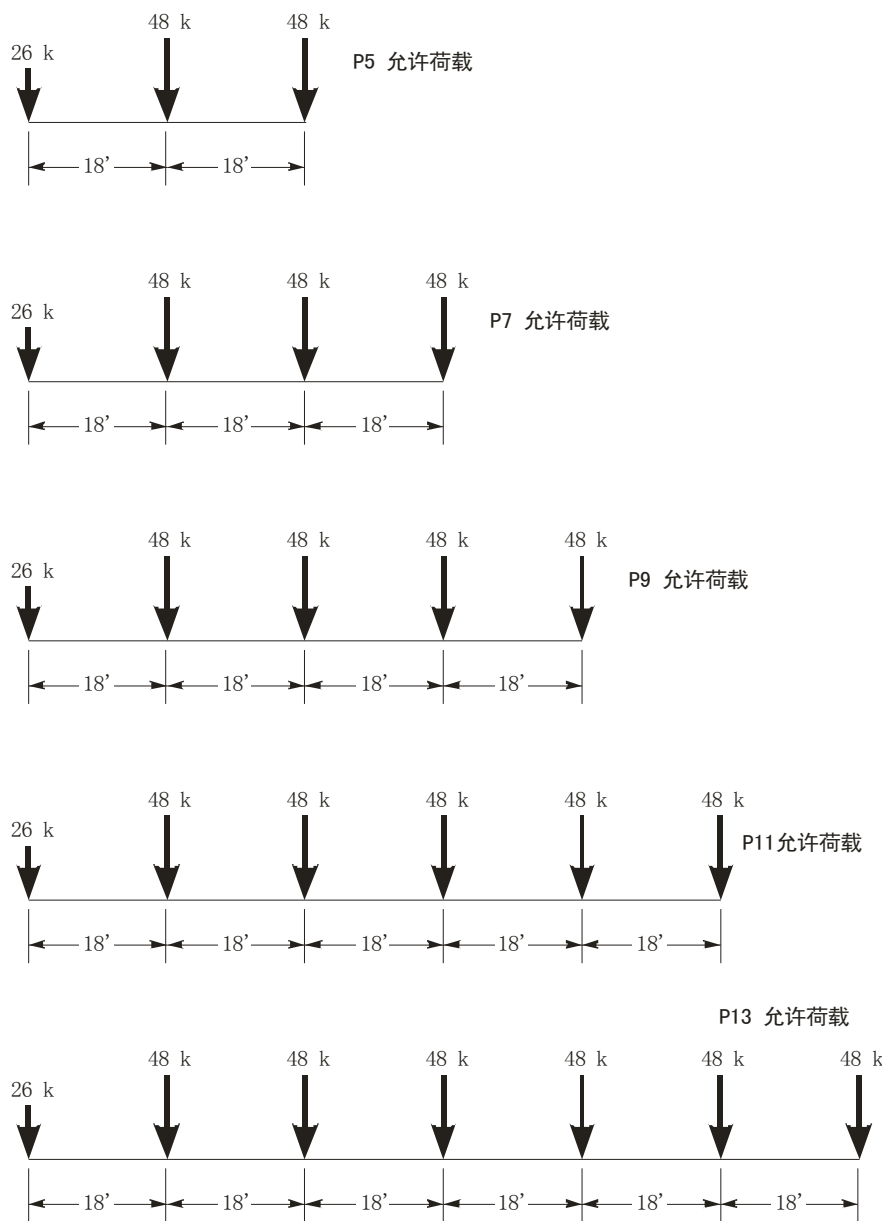
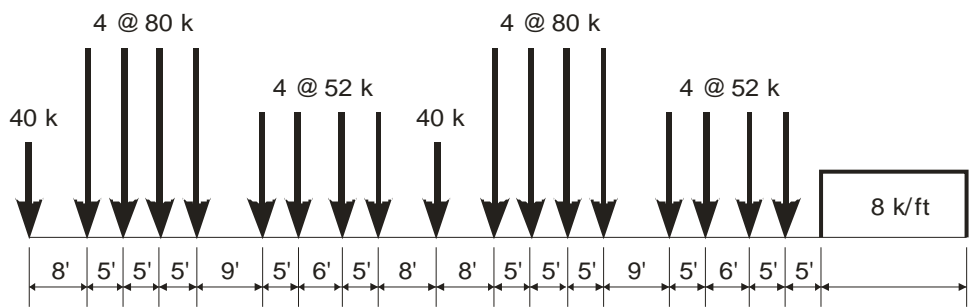
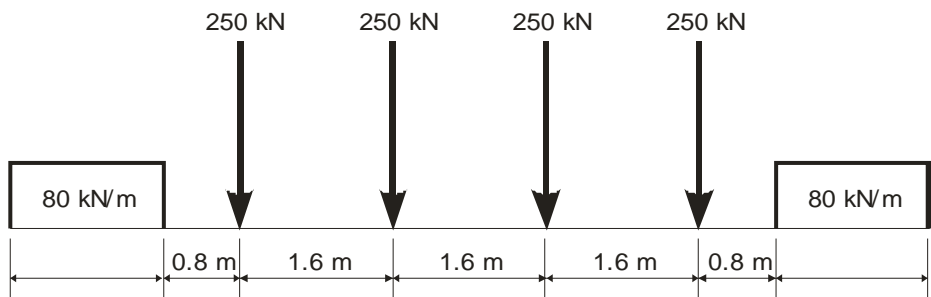


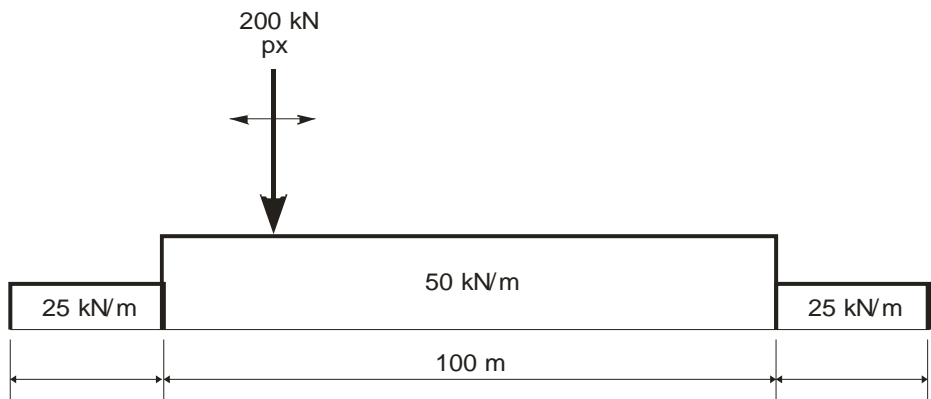
图 78 Caltrans 标准许可车辆



Cooper E 80 卡车荷载



UIC80 卡车荷载



RL 卡车荷载

图 79 标准火车车辆

### 移动荷载荷载工况

定义基于影响线车辆活荷载分析的最后一步是施加车辆等级于车道。这通过建立**移动荷载荷载工况**来实现。

移动荷载模式是荷载工况的一个类型。不像其他荷载工况，用户不能施加荷载模式于一移动荷载模式中，相反，每一移动荷载模式由一系列指定构成，这些指定定义了等级施加于车道的方式。

每一移动荷载模式的**指定**需要以下数据：

- 一车辆等级，class
- 一比例系数 sf，乘以 class 的作用（默认值为 1）
- 一列表 lanes，class 可施加于其中的一或多个车道（默认为所有车道）
- 有 class 作用的车道 lanes 的最少数量 lmin，（默认值为零）
- 有 class 作用的车道 lanes 的最多数量 lmax，（默认值为所有车道）

程序查询移动荷载模式的所有指定，尝试每一种指定所允许的 vehicle 等级加载到车道上的可能排列，每条车道在同一时间只被一个 vehicle 等级加载。

用户可指定多车道比例系数 rf1, rf2, rf3, ..., 按照加载车道数目对每一移动荷载模式乘以每一荷载排列的作用。例如，加载两条车道的排列作用被乘以 rf2。

移动荷载模式的最大和最小响应量，是从指定允许排列得到的最大和最小值。一般对于不同的响应量，产生最大反应的排列是不同的。

指定的概念可由下面的例子来阐述。

### 例 1——AASHTO HS 荷载

考虑一 4 车道的桥，设计承载 AASHTO HS20-44 卡车及车道荷载，和可替代的军事荷载（AASHTO, 1996）。假设车道荷载数量需在所有构件中产生最不利反应。每条车道只允许有 3 种车辆荷载中的一种。对于加载 3 条或 4 条车道，荷载强度可分别减少 10% 或 25%。

一般地，加载所有车道将产生沿桥跨的最不利弯矩和剪力，及桥墩中的最不利轴力。然而，车道板的最不利扭转和桥墩的最不利横向弯曲一般由加载有同号偏心的车道产生。

假设桥梁结构和交通车道已定义。定义了 3 种车辆：

- name=HSK, type=HS20-44
- name=HSL, type=HS20-44L
- name=AML, type=AML

其中，name 是指定给每一车辆的任意标签。这 3 个车辆被指定给有任意标签 name=HS 的车辆等级，这样 3 种车辆的最不利荷载将用于每一情况。

然后可定义一移动荷载模式，对加载所有 4 条车道、任意 3 条车道、任意两条车道或任意单一车道的对最不利情况，寻求结构中最大和最小的响应。这可使用一指定来实现。指定参数为：

- class=HS

- $sf=1$
- $lanes=1, 2, 3, 4$
- $lmin=1$
- $lmax=4$

在系列指定中对多车道加载比例系数为  $rf1=1$ ,  $rf2=1$ ,  $rf3=0.9$ , 和  $rf4=0.75$ 。

有 15 种可能排列用来指定车辆类别 HS 至任意 1 条、2 条、3 条或 4 条车道。如下表所示：

排列	车道 1	车道 2	车道 3	车道 4	比例系数
1	HS				1.00
2		HS			1.00
3			HS		1.00
4				HS	1.00
5	HS	HS			1.00
6		HS	HS		1.00
7			HS	HS	1.00
8	HS			HS	1.00
9	HS		HS		1.00
10		HS		HS	1.00
11	HS	HS	HS	•	0.90
12	HS	HS		HS	0.90
13	HS		HS	HS	0.90
14		HS	HS	HS	0.90
15	HS	HS	HS	HS	0.75

在车道栏 HS 代表施加 HS 等级；空白代表车道没有加载。每个排列的比例系数由所加载的车道数目确定。

## 例 2——AASHTO HL 荷载

考虑一个 4 车道桥梁，用来承载 ASHTOHL-93 加载（AASHTO，2004）。方法和前面 AASHTO HS 加载相同。只是多车道比例系数和车辆不同。

车辆定义如下：

- $name = HLK$ ,  $type = HL-93K$
- $name = HLM$ ,  $type = HL-93M$
- $name = HLS$ ,  $type = HL-93S$

其中， $name$  为指定给每一车辆的任意标签。

3 个车辆被指定为一个车辆等级，其任意的标签为  $name = HL$ ，这样这 3 个车辆最不利的情况将被用于每一情形。通过定义标准车辆类型 HL-93S，车辆 HLS 将只被用于计算支承处负弯矩或在中间桥墩的反力。另外两个车辆将对所有的响应量被考虑。

移动荷载模式的定义与前例中相同，除了 CLASS=HL，及对多车道比例系数 rf1=1.2，rf2=1，rf3=0.85，和 rf4=0.65。

有 15 个可能的排列，指定车辆等级 HL 至任意的 1、2、3 或 4 条车道。与前例的排列类似，只是比例系数作相应的改变。

### 例 3——Caltrans 允许荷载

考虑前例 4 车道桥承受 Caltrans 组合组  $I_{PW}$  (Caltrans, 1995)。这里允许荷载被单独用于一条车道，或与另外一条车道上的一个 HS 或可替代的军事荷载进行组合，视哪一个更不利而定。

定义了 4 个车辆：

- name=HSK, type=HS20-44
- name=HSL, type=HS20-44L
- name=AML, type=AML
- name=P13, type=P13

其中，name 是一任意指定的车辆标签

如例 1，最先的 3 个车辆被指定给标签为 name=HS 的车辆等级。最后一车辆被指定给只有一个成员的车辆等级 name=P13。注意 SAP2000 车辆 P5、P7、P9、P11 的效果被 P13 包含。

组合  $I_{PW}$  代表一移动荷载模式，由指定 P13 至任意一车道，同时等级 HS 被指定给或不指定给任意另外一条车道。这可通过两个指定实现。无论加载车道数目，使用一个为 1 的比例系数。

第一个指定是指定等级 P13 给任意一单个车道：

- class=P13
- sf=1
- lanes=1, 2, 3, 4
- lmin=1
- lmax=1

第二个指定是指定等级 HS 给任意一单个车道，或不指定给任何车道：

- class=HS
- sf=1
- lanes=1, 2, 3, 4
- lmin=0
- lmax=1

这两种指定有 16 个可能排列，没有车道同时被两个类别加载。如下表所示：



排列	车道 1	车道 2	车道 3	车道 4	比例系数
1	P				1.00
2	P	HS			1.00
3	P		HS		1.00
4	P			HS	1.00
5	HS	P			1.00
6		P			1.00
7		P	HS		1.00
8		P		HS	1.00
9	HS		P		1.00
10		HS	P		1.00
11			P		1.00
12			P	HS	1.00
13	HS			P	1.00
14		HS		P	1.00
15			HS	P	1.00
16				P	1.00

#### 例 4——受限制的 Caltrans 允许荷载

考虑例 3 中 4 车道桥和 Caltrans 的允许荷载，但是受以下限制：

- 允许车辆只在车道 1 和 4
  - 临近被允许车辆占据车道的车道必须是空的
- 需要两个移动荷载模式，每个包含两个指定。无论被加载的车道数目，使用比例系数 1。

第一个移动荷载模式考虑允许车辆占据车道 1。第一个指定是指定等级 P13 至车道 1。

- class=P13
- sf=1
- lanes=1
- lmin=1
- lmax=1

第二个指定是指定等级 HS 至车道 3 或 4，或根本没有车道：

- class=HS
- sf=1
- lanes=3、4

## CSI 分析参考手册

- $lmin=0$
- $lmax=1$

这些指定有如下的排列：

排列	车道 1	车道 2	车道 3	车道 4	比例系数
1	P				1.00
2	P		HS		1.00
3	P			HS	1.00

类似地，第二个移动荷载模式考虑允许车辆在车道 4 的情况。第一个指定是指定等级 P13 至车道 4：

- $class=P13$
- $sf=1$
- $lanes=4$
- $lmin=1$
- $lmax=1$

第二个指定为指定等级 HS 至车道 1 或车道 2，或根本没有车道：

- $class=HS$
- $sf=1$
- $lanes=1、2$
- $lmin=0$
- $lmax=1$

这些指定允许下列排列：

排列	车道 1	车道 2	车道 3	车道 4	比例系数
1				P	1.00
2	P	HS		P	1.00
3	P		HS	P	1.00

对于上面 6 个排列，一个包含两个移动荷载模式的包络类型组合将产生最不利的响应。

更多信息：

- 参见“第十八章 荷载工况”主题“荷载组合”（第 215 页）。

## 移动荷载反应控制

用户可以通过一些参数来控制基于影响线的移动荷载分析。但这对过程分析没有影响。

### 桥梁反应组

由于计算强度大，默认地，对任意节点和单元不计算移动荷载响应。用户需明确地指定想要计算的移动荷载响应。

针对下列每种反应，用户可以指定一组单元进行计算：

- 结点位移
- 结点反力
- 框架内力和弯矩
- 壳应力
- 壳的合成内力和弯矩
- 平面应力
- 实体应力
- 连接/支座内力和位移

若对一给定节点或框架单元，没有计算位移、反力、弹簧力或内力，对此节点或单元将不能打印或绘制移动荷载响应。类似地，对包含移动荷载模式的任意组合，将不能打印或绘制响应。

在下面的子标题中讲述了其他的控制方法。

## 相应值

对于所计算的框架单元最大或最小响应值，可计算相应的其他 5 个内力和弯矩分量值。例如，在一框架单元中，可计算与最大轴力同时发生的剪力、弯矩和扭矩。

类似地，任何单元的任何反应量都能够计算其相应值如位移，应力，内力和弯矩。只有每个节点或单元的相应值才被计算。要想查看整个结构的相应值，用户必须采用过程分析。

默认地，不计算相应值，因这会显著增加对移动荷载响应的计算时间。

## 影响线容差

为了提高效率，SAP2000 简化了用于响应计算的影响线。使用相对容差来减少荷载点的数量，这些点可被近似地复制，或可被近似地线性插值。默认的容差值允许响应误差为 0.01% 数量级。设置容差为零将在分析求解中产生准确解。

## 准确和快速的响应计算

为了沿车道移动车辆，每一轴按顺序放置在每个荷载点上。当另一轴在两个荷载点中间时，此轴作用用影响值线性插值。均布荷载作用用积分影响线节段的线性插值计算。此法在分析精细度内是准确的，但若有很多荷载点，计算量很大。

一个“快速”方法比一般的“准确”方法快得多，但它的精度稍差。快速法用每“跨”内有限数目的荷载点来近似影响线。在此，一跨是指影响值为全正或全负的区域。

近似程度用参数 **quick** 来定义，可为一非负整数。默认值为 **quick=0**，其代表使用完整的影响线，即准确方法。

正值代表快速方法增加的细化程度。对于 **quick=1**，影响线被简化为只使用每跨的最大或最小值，及在每一跨端的零点。对于 **quick=2**，使用一附加荷载点在最大/最小值两侧。高程度的细化使用多增加的荷载点。一跨的最多点数为  $2^{\text{quick}}+1$ ，但是要比准确方法在跨内可使用的点数少。

强烈建议用户对所有最终分析使用 **quick=0**。对初步分析，**quick=1**、**2**、**3** 足够，使用 **quick=2** 会提供在速度和准确性之间的较好平衡。参数 **quick** 在速度和准确性上是视问题而定的，用户对每一模型需试验以确定最佳值。

## 过程分析

过程分析可以考虑车道上任意车辆的组合。如果需要同时可以考虑多辆车，甚至在同一条车道上也可以考虑同时考虑多辆车的作用。

- 车辆类型
- 行驶的车道
- 在车道上的开始位置
- 开始时间
- 汽车速度
- 行驶方向（向前/向后，相对于车道方向）

用户可以指定时间步的大小和步数。总的加载过程就是由这两个参数控制。要想得到更加细致的荷载离散，可以通过减小时间步和降低行驶速度实现。

## 加载

这种类型的分析是多步的。对每个时间步，程序自动创建不同的加载方式。对于每一步，施加到结构上的荷载由以下决定：

- 当前时间每辆车在车道的纵向位置由它的出发点，速度，行驶方向决定。
- 在车道上，车辆沿横向居中。
- 轮轴荷载施加到桥面上。集中轮轴荷载专门施加。分布轮轴荷载转化为四个等效的集中荷载。
- 对于每一个集中荷载，均计算在桥面上位于壳单元或实体单元角部的一致地节点荷载。在线模型中，通过给相应的框架单元施加集中荷载和偏心弯矩来模拟上部结构。
- 可变轮轴间距，如果出现，会固定在最小距离。
- 不考虑纵向分布荷载。
- 不考虑浮动轮轴荷载。

如果用户想考虑不同的轮轴间距，需定义额外的车辆。如果想考虑车辆不同的横向布置，需定义额外的车道。

## 静力分析

当“Bridge Live”荷载模式应用在多步静力分析中时，从时间零开始每个时间步均单独进行静力线性求解。每次求解均是独立的，给出车辆在当前位置结构的位移和应力。用户可以顺序绘制这些结果，也可以制作车辆沿结构行驶及产生的位移和/或应力，还可以进行此分析的包络结果。

因为是静力分析，车辆的行驶速度对结果没有影响，但是决定了从一个荷载步到下一步位置的变化。

## 时程分析

当“Bridge Live”荷载模式用在时程分析中时，SAP2000 自动为每一个荷载样式创建一个独立的时间函数，以使加载从零时刻按时间步增长，在完成时间步循环后退回到零时刻。在此不会考虑用户指定的时间函数。因此在一个时间步中任意给定的时间，施加的荷载是这一时间步开始时和结束时荷载的线性插值。

推荐使用直接积分。由于空间分布荷载持续变化模态重叠会导致模态数增多。

在时程分析中动力影响是很重要的，车辆的不同速度会影响到计算结果的不同。

时程分析可能是线性的或是非线性的。如果用户想考虑静力非线性，可以采用准静力非线性分析，也就是降低速度增加时间步长。速度应该足够慢，以使通过一跨所花费的时间远远大于结构的第一周期。

## 包络和组合

过程分析单独每一步的结果的可以显示/打印，或者以包络的形式给出最大最小反应。当包括“Combos”时，将使用包络结果。

用户可以通过下述技巧估计基于影响线的分析：

- 定义一个或多个“Bridge Live”荷载模式，每个工况只包含一个车道，并只在一个方向上行驶一辆车。
- 对每个荷载模式，只采用此工况创建相应的多步静力分析。
- 对每条车道，对此车道为所有荷载工况定义一个包络类型的组合。
- 单独定义一个“range-type”组合，包括这条车道所有的包络组合。

针对特殊应用，用户可以根据需要修改这一过程。有一点必须注意，在最后一个组合中，所有车道都只作用一辆车，除非用户另有目的。

基于影响线的分析仍然是最全面的，因为它包括了分布荷载，车道中车辆的横向布置，可变轴距，和更准确地车辆布置以产生最大影响。

更多信息：

- 参见荷载工况一章的主题“荷载组合”（第 215 页）。

### 计算考虑因素

和 SAP2000 其他一般分析相比,影响线的计算需要适中的计算机时间及大量的磁盘存储空间。计算机时间大致和  $N^2 L$  成正比,  $N$  是结构自由度数,  $L$  荷载点数。磁盘存储空间大致和  $NL$  成正比。

与执行典型的 SAP2000 分析相比,移动荷载分析需要更长的分析时间。需要的磁盘容量(除了影响线之外)较小。

移动荷载分析时间与要求的反应量成正比,也与车道数成正比。

对每一车辆荷载,计算时间大致与轴数的平方成正比,还与有效荷载点数  $L$  成正比。更大的卡车影响容差趋向产生较少的  $L'$ (与  $L$  相比)。 $L'$  值对每一响应量都不同,简单跨具有比连续跨更小的值。对是否通过增加单元数或输出节段数来增加精细度, $L'$  值不敏感。

对于过程分析,计算时间主要受时间步数量的影响。车道的离散,以及车辆的种类和数量的影响次之。

## 第二十七章 参考文献

AASHTO, 2002

Standard Specifications for Highways Bridges, 17th Edition, The American Association of State Highway and Transportation Officials, Inc., Washington, D.C.

AASHTO, 2008

AASHTO LRFD Bridge Design Specifications, 4th Edition 2007, with 2008 Interim Revisions, The American Association of State Highway and Transportation Officials, Inc., Washington, D.C.

ACI, 2005

Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-05) and Commentary (ACI 318R-05), American Concrete Institute, Farmington Hills, Mich.

AISC, 2005

ANSI/AISC 360-05: An American National Standard – Specification for Structural Steel Buildings, American Institute of Steel Construction, Chicago, Ill.

K. J. Bathe, 1982

Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.

K. J. Bathe and E. L. Wilson, 1976

Numerical Methods in Finite Element Analysis, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.

K. J. Bathe, E. L. Wilson, and F. E. Peterson, 1974

*SAP IV — A Structural Analysis Program for Static and Dynamic Response of Linear Systems*, Report No. EERC 73-11, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley.

J. L. Batoz and M. B. Tahar, 1982

“Evaluation of a New Quadrilateral Thin Plate Bending Element, ” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 18, pp. 1655–1677.

Caltrans, 1995

*Bridge Design Specifications Manual*, as amended to December 31, 1995, State of California, Department of Transportation, Sacramento, Calif.

Comite Euro-International Du Beton, 1993

*CEB-FIP Modal Code*, Thomas Telford, London

P. C. Roussis and M. C. Constantinou, 2005

Experimental and Analytical Studies of Structures Seismically Isolated with and Uplift-Restraint Isolation System, Report No. MCEER-05-0001, MCEER, State University of New York, Buffalo

R. D. Cook, D. S. Malkus, and M. E. Plesha, 1989

Concepts and Applications of Finite Element Analysis, 3rd Edition, John Wiley & Sons, New York, N.Y.

R. D. Cook and W. C. Young, 1985

Advanced Mechanics of Materials, Macmillan, New York, N.Y.

R. K. Dowell, F. S. Seible, and E. L. Wilson, 1998

"Pivot Hysteretic Model for Reinforced Concrete Members," ACI Structural Journal, Vol.95, pp.607-617.

FEMA, 2000

*Prestandard and Commentary for Seismic Rehabilitation of Buildings*, Prepared by the Building Seismic Safety Council for the Federal Emergency Management Agency (Report No. FEMA 356), Washington, D.C.

A. K. Gupta, 1990

Response Spectrum Method in Seismic Analysis and Design of Structures, Blackwell Scientific Publications, Cambridge, Mass.

J. P. Hollings and E. L. Wilson, 1977

*3-9 Node Isoparametric Planar or Axisymmetric Finite Element*, Report No. UC SESM 78-3, Division of Structural Engineering and Structural Mechanics, University of California, Berkeley.

A. Ibrahimbegovic and E. L. Wilson, 1989

"Simple Numerical Algorithms for the Mode Superposition Analysis of Linear Structural Systems with Nonproportional Damping," *Computers and Structures*, Vol. 33, No. 2, pp. 523-531.

A. Ibrahimbegovic and E. L. Wilson, 1991



“A Unified Formulation for Triangular and Quadrilateral Flat Shell Finite Elements with Six Nodal Degrees of Freedom, ” *Communications in Applied Numerical Methods*, Vol. 7, pp. 1–9.

L. E. Malvern, 1969

Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.

S. Nagarajaiah, A. M. Reinhorn, and M. C. Constantinou, 1991

*3D-Basis: Nonlinear Dynamic Analysis of Three-Dimensional Base Isolated Structures: Part II*, Technical Report NCEER-91-0005, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, Buffalo, N. Y.

NRC, 2006

“Combining Modal Responses and Spatial Components in Seismic Response Analysis,” Regulatory Guide 1.92, Revision 2, U.S. Nuclear Regulatory Commission.

Y. J. Park, Y. K. Wen, and A. H-S. Ang, 1986

“Random Vibration of Hysteretic Systems under Bi-Directional Ground Motions, ” *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 14.

R. J. Roark and W. C. Young, 1975

*Formulas for Stress and Strain*. 5th Edition, McGraw-Hill, New York, N.Y.

R. L. Taylor and J. C. Simo, 1985

“Bending and Membrane Elements for Analysis of Thick and Thin Shells, ” *Proceedings of the NUMETA 1985 Conference*, Swansea, Wales.

K. Terzaghi and R. B. Peck, 1967

*Soil Mechanics in Engineering Practice*, 2nd Edition, John Wiley&Sons, New York, N.Y.

S. Timoshenko and S. Woinowsky-Krieger, 1959

*Theory of Plates and Shells*, 2nd Edition, McGraw-Hill, New York, N.Y.

Y. K. Wen, 1976

“Method for Random Vibration of Hysteretic Systems, ” *Journal of the Engineering Mechanics Division*, ASCE, Vol. 102, No. EM2.

D. W. White and J. F. Hajjar, 1991

“Application of Second-Order Elastic Analysis in LRFD: Research to Practice, ”  
*Engineering Journal*, AISC, Vol. 28, No. 4, pp. 133–148.

E. L. Wilson, 1970

*SAP — A General Structural Analysis Program*, Report No. UC SESM 70-20, Structural Engineering Laboratory, University of California, Berkeley.

E. L. Wilson, 1972

*SOLID SAP — A Static Analysis Program for Three Dimensional Solid Structures*, Report No. UC SESM 71-19, Structural Engineering Laboratory, University of California, Berkeley.

E. L. Wilson, 1985

“A New Method of Dynamic Analysis for Linear and Non-Linear Systems, ” *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 1, pp. 21–23.

E. L. Wilson, 1993

“An Efficient Computational Method for the Base Isolation and Energy Dissipation Analysis of Structural Systems, ” ATC17-1, *Proceedings of the Seminar on Seismic Isolation, Passive Energy Dissipation, and Active Control*, Applied Technology Council, Redwood City, Calif.

E. L. Wilson, 1997

Three Dimensional Dynamic Analysis of Structures with Emphasis on Earthquake Engineering, Computers and Structures, Inc., Berkeley, Calif.

E. L. Wilson and M. R. Button, 1982

“Three Dimensional Dynamic Analysis for Multicomponent Earthquake Spectra, ”  
*Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 10.

E. L. Wilson, A. Der Kiureghian, and E. P. Bayo, 1981

“A Replacement for the SRSS Method in Seismic Analysis, ” *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 9.

E. L. Wilson and I. J. Tetsuji, 1983

“An Eigensolution Strategy for Large Systems, ” *Computers and Structures*, Vol. 16.

E. L. Wilson, M. W. Yuan, and J. M. Dickens, 1982

“Dynamic Analysis by Direct Superposition of Ritz Vectors,” *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 10, pp. 813–823.

V. Zayas and S. Low, 1990

“A Simple Pendulum Technique for Achieving Seismic Isolation,” *Earthquake Spectra*, Vol. 6, No. 2.

O. C. Zienkiewicz and R. L. Taylor, 1989

*The Finite Element Method*, 4th Edition, Vol. 1, McGraw-Hill, London.

O. C. Zienkiewicz and R. L. Taylor, 1991

*The Finite Element Method*, 4th Edition, Vol. 2, McGraw-Hill, London.